

探索未知

古希腊数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社

探索未知

古希腊数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社

图书在版编目(CIP)数据

探索未知/王卫国主编. —乌鲁木齐:新疆青少年出版社;喀什:喀什维吾尔文出版社, 2006. 8

ISBN 7-5373-1464-0

I. 探... II. 王... III. 自然科学—青少年读物 IV. N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 097778 号

探索未知

古希腊数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社 出版
喀什维吾尔文出版社

(乌鲁木齐市胜利路 100 号 邮编:830001)

北京市朝教印刷厂印刷

开本:787mm×1092mm 32 开

印张:300 字数:3600 千

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

印数:1-3000

ISBN 7-5373-1464-0 总定价:840.00 元(共 100 册)

如有印装质量问题请直接同承印厂调换

前 言

在半年之前,本编辑部曾推出过一套科普丛书,叫做《科学目击者》,读者反应良好。然而,区区一部丛书怎能将各种科学新知囊括其中?所未涉及者仍多。编辑部的同仁们也有余兴未尽之意,于是就有了这套《探索未知》丛书。

《科学目击者》和《探索未知》可以说是姊妹关系,也可以说是父子关系。说它们是姊妹,是因为它们在方向设定、内容选择上不分彼此,同是孕育于科学,同为中国基础科普而诞生。说它们是父子,则是从它们的出版过程考虑的。《科学目击者》的出版为我们编辑本套丛书提供了丰富的经验,让我们能够更好的把握读者们的需求与兴趣,得以将一套更为优秀的丛书呈献给读者。从这个层面上讲,《科学目击者》的出版成就了《探索未知》的诞生。

如果说《科学目击者》只是我们的第一个试验品,那么《探索未知》就是第一个正式成品了。它文字精彩,选

题科学,内容上囊括了数学、物理、化学、地理以及生物五个部分的科学知识,涵盖面广,深度适中。对于对科学新知有着浓厚兴趣的读者来说,在这里将找到最为满意的答复。

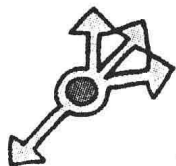
有了《科学目击者》的成功经验,让我们得以取其优、去其短,一直朝着尽善尽美的目标而努力。但如此繁杂的知识门类,让我们实感知识面的狭窄,实非少数几人所能完成。我们在编稿之时,尽可能地多汲取众多专家学者的意见。然而,百密尚有一疏,纰漏难免,如果给读者您的阅读带来不便,敬请批评指正。

编 者

目 录

古希腊数学概述.....	1
古希腊数学发展的过程.....	1
古希腊数学发展的背景.....	2
古希腊数学的研究依据.....	4
百家争鸣.....	8
伊奥尼亚学派.....	8
毕达哥拉斯学派	12
诡辩学派	20
厄勒亚学派	28
柏拉图学派	31
初等数学时期	35
欧几里得的《几何原本》	36
阿基米德的贡献	54

阿波罗厄奥斯与圆锥曲线	66
无奈的落幕	75
海伦公式	75
三角学的进展	77
最后的辉煌	83



古希腊数学概述

古希腊数学发展的过程

数学的发展是个不断积累、整理的过程。正当数学面临着积累起来的大量资料，有待于整理、创新，使之条理化、系统化时，希腊人率先开始了把这些零散的数学知识经过归纳、提炼、开拓、发展并著书立说的的工作。他们尝试着对公理的提出、命题的证明，对今日数学的奠基起到了十分重要的作用。正如 M. 克莱因所说：“数学作为一门有组织的、独立的和理性的学科来说，在公元前 600 到公元前 300 年之间的古典希腊学者登场之前是不存在的。”

古希腊的地理范围，除了现在的希腊半岛外，还包



探索未知

括整个爱琴海区域和北面的马其顿和色雷斯、意大利半岛和小亚细亚等地。公元前 5~6 世纪，特别是希、波战争以后，雅典取得希腊城邦的领导地位，经济生活高度繁荣，生产力显著提高。在这个基础上，希腊文化蓬勃地发展起来。

希腊数学的发展历史可以分为三个时期。第一阶段从伊奥尼亚学派到柏拉图学派为止，约为公元前 7 世纪中叶到公元前 3 世纪；第二阶段是亚历山大前期，从欧几里得起到公元前 146 年，希腊陷于罗马为止；第三阶段是亚历山大后期，是罗马人统治下的时期。不幸的是，这样一段辉煌的历史在阿拉伯人占领亚历山大时结束了。

古希腊数学发展的背景

数学在希腊的发展，有其社会原因。古代希腊人定居在小亚细亚，即欧洲大陆上如今希腊所在地区以及意大利南部、西西里、克里特、罗德斯、第罗斯和北非等地区。当时，希腊为奴隶社会，早期进行了一系列变



革，使之变得比较完善，比较先进。马克思把她比喻为“发育正常的小孩”。恩格斯也指出，这种奴隶制“使农业和工业之间的更大规模的分工成为可能，从而为古代文化的繁荣，即为希腊文化创造了条件。没有奴隶制，就没有希腊国家，就没有希腊的艺术和科学……”。因此，社会的变革，对希腊文化的发展，起到了非常重要的作用。

希腊人大约在公元前 775 年左右实施了文字改革，把他们用过的各种象形文字书写系统改换成腓尼基人的拼音字母。采用了拼音字母之后，希腊人变得更加通文达理，更有能力和条件来记载他们的历史和思想，也更有利于进行数学逻辑运算和推演了。

希腊是埃及、巴比伦的邻国。地理位置为希腊人游访埃及、巴比伦，并与之贸易往来创造了方便条件。通过这些往来活动，使希腊人有机会了解、学习埃及人、巴比伦人创造的数学。例如，被誉为希腊哲学、数学和科学的诞生地——小亚细亚、伊奥尼亚地区的米利都滨临地中海，来自希腊本土、腓尼基和埃及的船舶都驶进它的港口，并有通商大道与巴比伦相连。

不过从古代埃及、巴比伦的衰亡，到希腊文化的昌



探索未知

盛，这过渡时期留下来的数学史料很少。希腊数学的兴起，还与希腊商人通过旅行交往接触到古代东方的文化有着密切的关系。

伊奥尼亚位于小亚细亚西岸，它比希腊其他地区更容易吸收巴比伦、埃及等古国积累下来的经验和文化。在伊奥尼亚，氏族贵族政治为商人的统治所代替，商人具有强烈的活动性，有利于思想自由而大胆地发展。城邦内部的斗争，帮助摆脱传统信念在希腊没有特殊的祭司阶层，也没有必须遵守的教条，因此有相当程度的思想自由。这大大有助于科学和哲学从宗教分离开来。

由于思想来源复杂、各成体系，古代希腊形成了多个数学学派。他们各自进行着研究活动，互相切磋、促进，使得希腊数学朝着多方向迅速发展起来，这对数学的发展和传播是有重要作用的。古希腊数学延续了1000年左右，这在数学发展史上也是屈指可数的几个国家之一。

古希腊数学的研究依据

在历史上，古希腊多次遭受到波斯人的侵略，希腊



人屡遭磨难，文化活动中心不得不发生转移和改变，很多记载数学的书籍和文献也被破坏。这对古希腊文化的传承造成了毁灭性的打击，也对现代研究古希腊数学产生了极为不利的影响。

现在研究希腊数学，主要依据是拜占庭的希腊文的手抄本，这是在希腊原著写成后 500 年到 1500 年之间录写成的。而希腊的原文手稿却因为图书馆毁于刀兵、纸草书易于毁坏等原因没有保存下来。

希腊数学的抄录本，可能做了若干修改。例如，现在虽无希腊人海伦的手稿，但可以知晓他对欧几里得《几何原本》做了若干改动。他给出了不同的证明，添补了一些定理的新例子和逆定理。就是海伦自己也提到，他改动了《几何原本》的若干部分。

另外，研究希腊数学还要依靠两册评述本，其一是帕波斯（公元 3 世纪）撰写的《数学汇编》；其二是普罗克洛斯（410—485）撰写的《评述》。这是研究希腊数学史的两部重要史料。

要从如上资料中，把希腊数学发展的历史整理出来，是一项浩繁而复杂的工作，由于学者们的艰苦努力，已经基本弄清希腊数学的基本史实。但是，有些结



探索未知

论也有争议，可望在深入研究和探索中，进一步澄清史实。

米利都是伊奥尼亚的最大城市，也是泰勒斯故乡，泰勒斯是公认的希腊哲学鼻祖。早年是一个商人，曾游访巴比伦、埃及等地，很快就学会古代流传下来的知识，并加以发扬。以后创立伊奥尼亚哲学学派，摆脱宗教，从自然现象中寻找真理，以水为万物的根源。

当时天文、数学和哲学是不可分的，泰勒斯同时也研究天文和数学。他曾预测一次日食，促使米太（在今黑海、里海之南）、吕底亚（今土耳其西部）两国停止战争，多数学者认为该次日食发生在公元前 585 年 5 月 28 日。他在埃及时曾利用日影及比例关系算出金字塔的高，使法老大为惊讶。

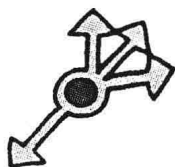
泰勒斯在数学方面的贡献是开始了命题的证明，它标志着人们对客观事物的认识从感性上升到理性，这在数学史上是一个不寻常的飞跃。伊奥尼亚学派的著名学者还有阿纳克西曼德和阿纳克西米尼等。他们对后来的毕达哥拉斯有很大的影响。

毕达哥拉斯于公元前 580 年左右出生在萨摩斯，为了摆脱暴政，移居意大利半岛南部的克罗顿。在那里组



织一个政治、宗教、哲学、数学合一的秘密团体。后来在政治斗争中遭到破坏，毕达哥拉斯被杀害，但他的学派还继续存在两个世纪之久。

毕达哥拉斯学派企图用数来解释一切，不仅仅认为万物都包含数，而且说万物都是数。他们以发现勾股定理（西方叫做毕达哥拉斯定理）闻名于世，又由此导致不可通约量的发现。



百家争鸣

古希腊数学是个多源头的学术，再加上希腊的城邦制度，使得多个数学流派并行地发展了起来。这些流派分别集聚几个中心地点，每个中心地点，总是由一两个伟大学者组织成群的学者开展学术活动，共同为构建数学大厦添砖加瓦。其中有着巨大影响的学派先后有伊奥尼亚学派、毕达哥拉斯学派、诡辩学派、厄勒亚学派和柏拉图学派。这种模式与中国同时代的春秋时期很是相似，百家争鸣，互相补充、促进，有力地推动了数学的发展与传播。

伊奥尼亚学派

这个学派是由泰勒斯（约公元前 625—前 547）创



建的。泰勒斯早年跟随父亲从商，由于贸易往来，有机会游访埃及、巴比伦等国家和地区，在游访期间，被当时兴旺发达的文化所吸引，萌发兴趣，开始倾心学习和研究天文、几何知识。被誉为“古希腊七贤人”之首。

数学与哲学联系，尤其是在古代，很多数学家都懂得一定的哲学知识，正像我国古代的数学家一般都懂得历法知识一样，泰勒斯也是一位哲学家。在他的学说里，首次对自然界进行脱离宗教的解释，他认为水是万物之源，一切都是由水形成的，一切事物的本质都依水的状态而改变。结论是，植物的生命保存在它的汁液里，因为植物干燥了就会死；动物的生命保存在血液里，甚至火焰也要吸取湿润。

根据现存原典史料证明，泰勒斯是古希腊的第一位天文学家。由于他准确地预言公元前 585 年 5 月 28 日的日食时间，使泰勒斯名声大振。据说古代两个奴隶制国家交战，5 年未见胜负，泰勒斯扬言上天要制止战争，以某月某日必有日食来作警告。果然到了那一天，两军正在酣战不停，突然太阳失去光辉，百鸟归巢，明星闪烁，白昼顿成黑夜。双方士兵将领大为恐惧，于是停战和好，后来两国还互通婚姻。



探索未知

泰勒斯创建的学派—伊奥尼亚学派对数学的发展起到了很大作用，尤其对几何学的发展，起到的作用更大。有人认为泰勒斯是数学历史上第一位几何学家。

根据欧几里得《几何原本》第一卷的注释者普罗克洛斯记载的史料，充分说明了泰勒斯学派确立和证明了为人们所公认的第一批几何定理。这种记载源于希腊数学史家欧德莫斯（约公元前 335 年）所著《几何学史》，遗憾的是这部著作已经失传。

根据普罗克洛斯记载，泰勒斯至少证明了如下几个命题：

- (1) 圆被任一直径所平分。
- (2) 等腰三角形的两底角相等。在古代，曾把角相等称作“相似”。
- (3) 两条直线相交，对顶角相等。
- (4) 两个三角形两角与所夹边对应相等，则两个三角形全等。有人证实泰勒斯曾利用这条定理测定海上两船间的距离。

泰勒斯是用如下简单的方法测量的：

假设：A，B 是两条船，可望不可及。在岸上引 AC 垂直于 AB，D 是 AC 的中点，过 C 点向 AB 相反方