〔美〕R.A.SERWAY 著

普通物理学概念
及程序练习

下　　册

李　平 译

高等教育出版社

〔美〕R. A. SERWAY 著

普通物理学概念

及程序练习

下册

李 平 译

高等教育出版社

1·9 8 1

目　录

第一章 波动现象

§ 1.1 波 型

在自然界中有许多扰动都表现出波的特征．象弦上的波、水波和声波等，这些机械波都需要有传播扰动的媒质．光波和无线电波是起源于电磁的，不需要媒质来传播．本章只讨论机械波．

一般说来，由于大量粒子运动的结果，能量从媒质的一个区域传递到另一个区域．若媒质粒子的运动方向与波的传播方向相互垂直，则此波就叫做横波． 另一方面， 若媒质粒子沿着波的传播方向运动，则此波就叫做纵波．沿弦运动的一个脉冲波就是横波的一个例子［图 1-1(a)］，而弹簧上的波则是纵波的一个例子［图 1-1(b)］．

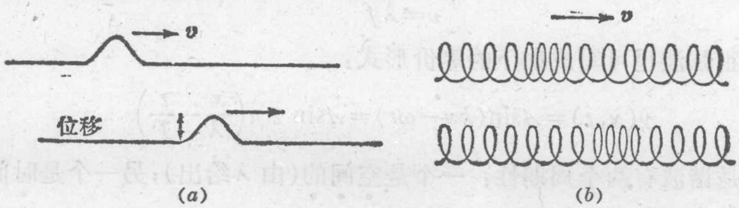


图 1-1 (a) 弦上的横波．弦上每个"粒子"的扰动都与波的传播方向垂直．(b) 在张紧弹簧上的纵波．粒子的位移(即弹簧圈的运动)是沿着波的方向．

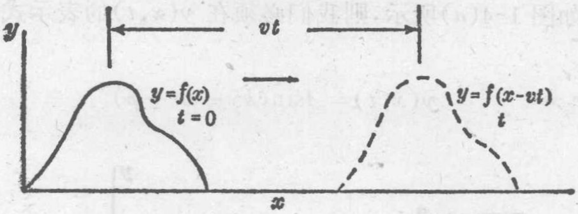


图 1-2 任意形状行波的图示．波以速度 v 向右传播．

§ 1.2 行 波

一个以速度 v 沿 x 轴向右传播的波可用下式表示：

$$y(x,t)=f(x-vt) \tag{1.1}$$

如图 1-2 所示，其中 $y(x)$ 表示在 $t=0$ 时曲线的形状．在某一时刻 t，曲线向右移动了一段距离 vt，但曲线 $y(x,t)$ 的形状并没有改变，若此波以速度 v 向左传播，则式 (1.1) 应写成 $y(x,t)=f(x+vt)$．

特别有意义的是谐波，谐波就是按正弦函数那样变化的波．此种波可用下式表示：

$$y(x,t)=A\sin(kx-vt) \tag{1.2}$$

式中的 k 叫做波数，A 叫做波的振幅. 因为此波是周期性的，假若用 $x+2\pi/k$ 代替 x，则函数 $y(x,t)$ 的曲线会重复出现. 如图 1-3 所示，若将曲线每重复一次所经过的距离定义为波长 λ，

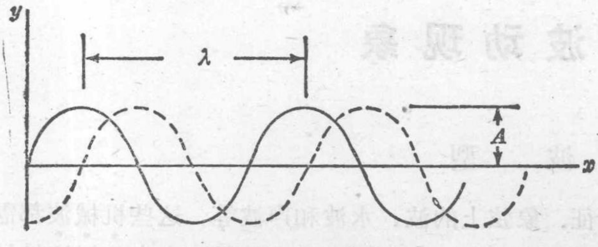


图 1-3 谐波的示意图. 实线表示 $t=0$ 时的波；虚线表示经过一段时间 t 后的波.

则有

$$\lambda=\frac{2\pi}{k} \tag{1.3}$$

或

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.4}$$

根据式(1.2)可得谐波的角频率为

$$\omega=kv=\frac{2\pi}{\lambda}v \tag{1.5}$$

角频率也可以用频率 f(每秒振动的次数)和周期 T(一次振动所需的时间)表为

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T} \tag{1.6}$$

将式(1.5)与式(1.6)比较，即得出波速、波长和频率的重要关系式

$$v=\lambda f \tag{1.7}$$

所以，向右传播的正弦波也可写成如下的等价形式：

$$y(x,t)=A\sin(kx-\omega t)=A\sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right) \tag{1.8}$$

学生应注意的是谐波有两个周期性：一个是空间的(由 λ 给出)；另一个是时间的(由周期 T 给出).

式(1.8)中的 $y(x,t)$ 满足 $y(0,0)=0$，这已在图 1-3 中表示出，但并不是必须如此. 若波的横向位移 $y(0,0)\neq0$，如图 1-4(a)所示，则我们必须在 $y(x,t)$ 的表示式中引入一个相位常数 ϕ(叫做初相)，并写成

$$y(x,t)=A\sin(kx-\omega t-\phi) \tag{1.9}$$

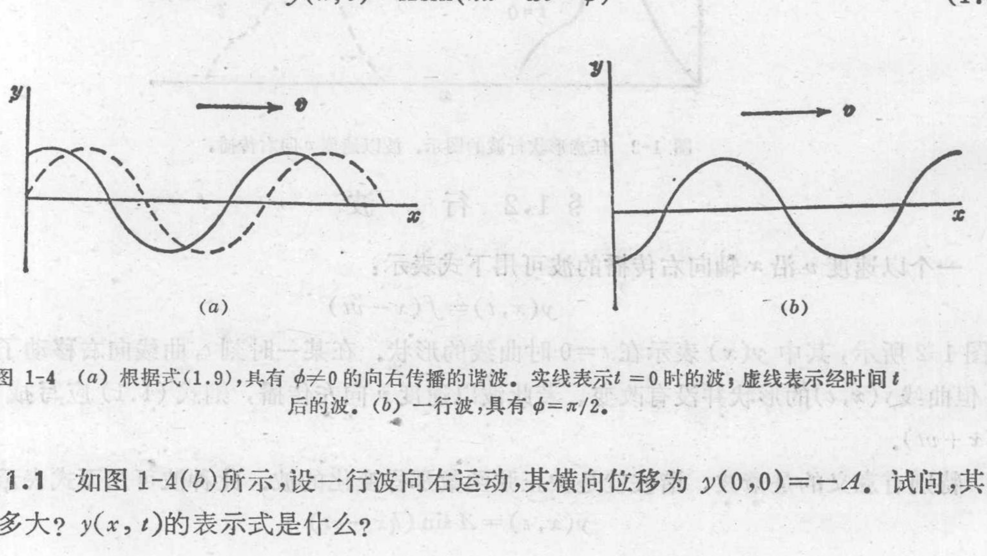


图 1-4 (a) 根据式(1.9)，具有 $\phi\neq0$ 的向右传播的谐波. 实线表示 $t=0$ 时的波；虚线表示经时间 t 后的波. (b) 一行波，具有 $\phi=\pi/2$.

例题 1.1 如图 1-4(b)所示，设一行波向右运动，其横向位移为 $y(0,0)=-A$. 试问，其相位角 ϕ 有多大？$y(x,t)$ 的表示式是什么？

根据式(1.9),在此情况中我们要求

$$y(0,0)=-A=A\sin(-\phi)$$

或
$$\sin(-\phi)=-1$$

但 $\sin(-\phi)=-\sin\phi=-1$,所以可得

$$\phi=\frac{\pi}{2}$$

而且,因为 $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$,此行波也可表示为如下的等价形式

$$y=A\sin\left(kx-\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=A\left[\sin(kx-\omega t)\cos\frac{\pi}{2}-\cos(kx-\omega t)\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

或

$$y(x,t)=-A\cos(kx-\omega t)$$

§ 1.3 张紧弦上的行波

设有一根质量均匀的柔性弦,每单位长度的质量为 μ,弦上的恒定张力是 F,如图 1-5(a)所示.弦上的某一小段受到一扰动并形成一个向右运动的脉冲.如果此小段的曲率很小时,便可把它看成是一段半径为 R 的圆弧.

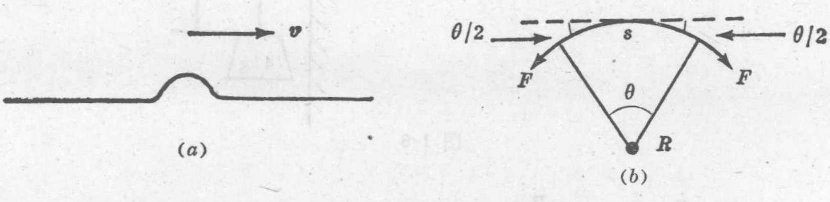


图 1-5 (a) 一脉冲以速率 v 在一柔性弦上向右运动.(b) 此脉冲的一小段,此弦所受的是恒定张力.

从图 1-5(b)中可见,这段弦所受的合力指向曲率中心,并等于 $2F\sin\frac{\theta}{2}$.因此,根据牛顿第二定律,得

$$\sum F_r=2F\sin\frac{\theta}{2}=ma_r=m\frac{v^2}{R} \tag{1.10}$$

但因 $m=\mu s=\mu R\theta$,而且对于小的 θ 有 $\sin\frac{\theta}{2}\approx\frac{\theta}{2}$,于是式(1.10)可简化为

$$2F\frac{\theta}{2}=\mu R\theta\frac{v^2}{R}$$

或
$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{1.11}$$

即当张紧弦上行波的横向位移很小时,其传播速率只与弦的张力和每单位长度的质量有关.

学生应证明式(1.11)在量纲上是正确的.

例题 1.2 如图 1-6 所示，有一根长为 15 m、质量为 0.3 kg 的均匀弦，其一端通过一无摩擦滑轮并悬挂一4 kg 的重物，使其沿水平方向张紧．(*a*) 求一脉冲在此弦上的速率．(*b*) 求此脉冲从 A 点移至 B 点所需的时间．

解

(*a*) 张力$=F=mg=4\times9.8\ \mathrm{N}=39\ \mathrm{N}$

$$\text{每单位长度的质量}=\mu=\frac{0.3\ \mathrm{kg}}{15\ \mathrm{m}}=\frac{1}{50}\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$$

$$\therefore\quad v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{39\times50\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}}=44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(*b*) $t=\dfrac{d}{v}=\dfrac{14\ \mathrm{m}}{44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}=0.32\ \mathrm{s}$

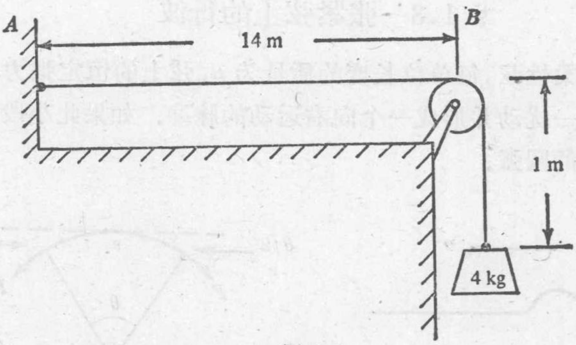


图 1-6

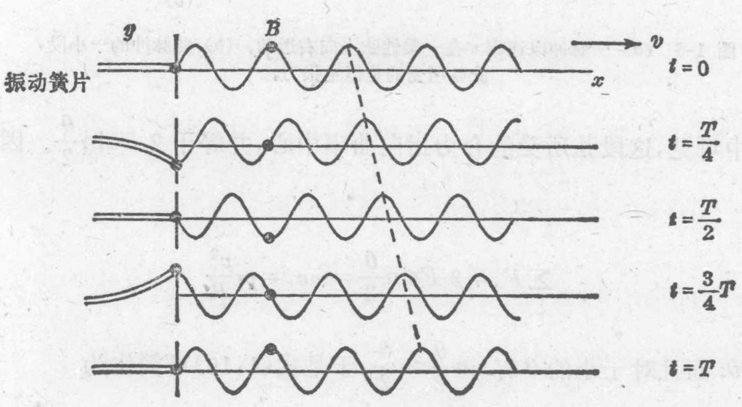


图 1-7 连续弦的一端振动时，谐波在弦上传播。注意，弦上每一质点都是在 y 方向以周期T作简谐运动（简称SHM）。

使一连续弦的一端上下振动作简谐运动，则将有一周期性的行波沿此弦传播，如图 1-7 所示．假如此振动的振幅不大时，弦上每一质点都在沿 y 方向作简谐运动．这可用图 1-7 中的 B 点来说明．所以弦的每一部分都可以看作是一个简谐振子．

但必须注意，虽然这些质点是沿 y 方向振动的，但是波（或扰动）却是以速度 v 沿 x 方向传

播；这就是把它叫做横波的含义．我们知道行波是从弦的一端向另一端传递能量的，而这能量是由某一外部振子所供给的(在实验室中，通常是用音叉作为振动源)．弦上每一质点都具有相同的周期T．若在时刻$t=0$，此波如图 1-7 所示，我们可将其写作

$$y=A\sin(kx-\omega t)$$

如图 1-7 所示，当B点(或弦上的任一点)运动时，其x坐标保持不变，所以我们可求出此弦上一点的横向速度和横向加速度(即速度和加速度在y方向上的分量)．

$$v_y=\left.\frac{dy}{dt}\right|_{x=常量}=-A\omega\cos(kx-\omega t) \tag{1.12}$$

$$a_y=\left.\frac{dv_y}{dt}\right|_{x=常量}=-A\omega^2\sin(kx-\omega t) \tag{1.13}$$

因此，最大横向速度和最大横向加速度分别为：

$$(v_y)_{\max}=\omega A \tag{1.14}$$

$$(a_y)_{\max}=\omega^2 A \tag{1.15}$$

例题 1.3　设在例题 1.2 中所述的弦的左端被一音叉驱动，此音叉的固有振动频率为 400 Hz，并产生一最大振幅为 2 mm 的行波．(*a*) 求此波的周期和波长．(*b*) 求弦上一点的横向速度和横向加速度的最大值．

解

(*a*) $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{400}\mathrm{s}=2.5\times10^{-3}\mathrm{s}$

从例题 1.2 知 $v=44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，所以

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{44\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{400\ \mathrm{s^{-1}}}=0.11\ \mathrm{m}$$

(*b*) $(v_y)_{\max}=\omega A=2\pi fA=2\pi\times400\times2\times10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$(v_y)_{\max}=1.6\pi\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$(a_y)_{\max}=\omega^2A=4\pi^2f^2A=4\pi^2\times(400)^2\times2\times10^{-3}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$(a_y)_{\max}=1.28\pi^2\times10^3\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

在行波(例如沿弦运动的脉冲)中，能量是通过媒质传递的．此能量是由激起扰动的某一外源所供给的，例如按在张紧弦一端的振动簧片．单位时间内通过弦上一定点的平均能量，或功率，可用下式给出

$$P=\frac{1}{2}\omega^2A^2\mu v \tag{1.16}$$

例如，学生可证明，例题 1.2 和例题 1.3 中所述的弦上传递的功率为 11 W．

(为了复习以及其他应用，可看程序练习 1、2 和 3．)

§ 1.4　波的迭加和干涉

当两个或两个以上的行波在同一媒质中(如在同一根弦中)传播时，此媒质中质点的合位移

等于每一单个波所引起的位移的矢量和．这就叫做迭加原理，它对于离开平衡偏移微小的机械波是适用的．这就相当于假定这些偏移质点所受的恢复力是线性的．

波的干涉是用来描述两个或两个以上波的迭加结果的．例如，设有两个向右传播的正弦波，具有相同的频率和振幅，但其相位差为 ϕ.

$$y_1=A\sin(kx-\omega t) \tag{1.17}$$
$$y_2=A\sin(kx-\omega t-\phi) \tag{1.18}$$

迭加原理就是合位移 y 等于 y_1+y_2．应用三角恒等式

$$\sin a+\sin b=2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

可得

$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{\phi}{2}\sin\left(kx-\omega t-\frac{\phi}{2}\right) \tag{1.19}$$

从这一结果我们可以推断，合成波与原始波具有相同的频率，但其振幅是 $2A\cos\frac{\phi}{2}$．当相位差 ϕ 等于 $0, 2\pi, 4\pi, \cdots$ 时，合成波的振幅为 $2A$，于是我们就说这两列原始波处处同相．这些波是干涉相长的．在这一情况中，两列波的波峰和波谷分别出现在相同的位置上，如图 1-8(a) 所示．与此相反，当相位差 ϕ 等于 $\pi, 3\pi, 5\pi, \cdots$ 时，合成波的振幅为零，这些波是干涉相消的．在这一情况中，一列波的波峰与另一列波的波谷"相消"，如图 1-8(b) 所示．对于任意的 ϕ 值来说，

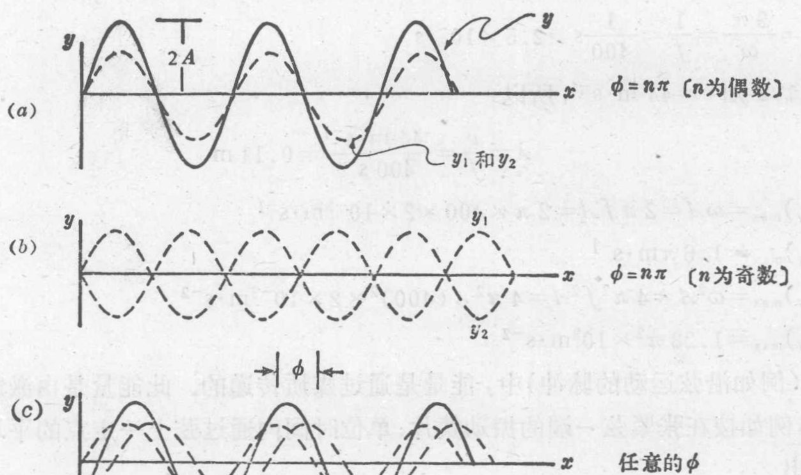


图 1-8　相同振幅与相同频率的两列波迭加，它们之间的相位差 ϕ 为：(a) $n\pi$ (n 为偶数)，(b) $n\pi$ (n为奇数)，(c) 任意的 ϕ，图中虚线表示 y_1和 y_2；实线表示 $y=y_1+y_2$．

合成波的振幅介于 0 与 $2A$ 之间，如图 1-8(c)所示．

仔细观察图 1-8(a)，可看出当相长干涉时(如虚线所示) y_1和 y_2之间的程差是 $0, \lambda, 2\lambda$ 等．同样，从图 1-8(b)可看出，当相消干涉时 y_1与 y_2之间的程差是 $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ 等．程差 δ 和相位差 ϕ 之间的一般关系是

$$\delta=\frac{\phi}{k}=\frac{\lambda\phi}{2\pi} \tag{1.20}$$

(为了复习可看程序练习 4.)

§ 1.5 弦上的驻波

如将一张紧的弦两端固定,并拨动此弦使其产生行波,则波将从两固定端反射回来，产生在两个相反方向上传播的波，这些波彼此迭加及干涉。若有两列具有相同振幅和频率的正弦波沿相反方向传播。则其合位移可写为

$$y=y_1+y_2=A\sin(kx-\omega t)+A\sin(kx+\omega t)$$

但由于$\sin(a\pm b)=\sin a\cos b\pm\cos a\sin b$,所以上式可化简为

$$y=2A\sin kx\cos\omega t \tag{1.21}$$

此式就是驻波方程。注意，此式必须满足的边界条件：当$x=0$时$y=0$,如图1-7所示。合成波所有的零振幅点都叫波节，在图1-9中标以N。二相邻波节相距为半个波长，这些波节出现在kx为如下值的各处：

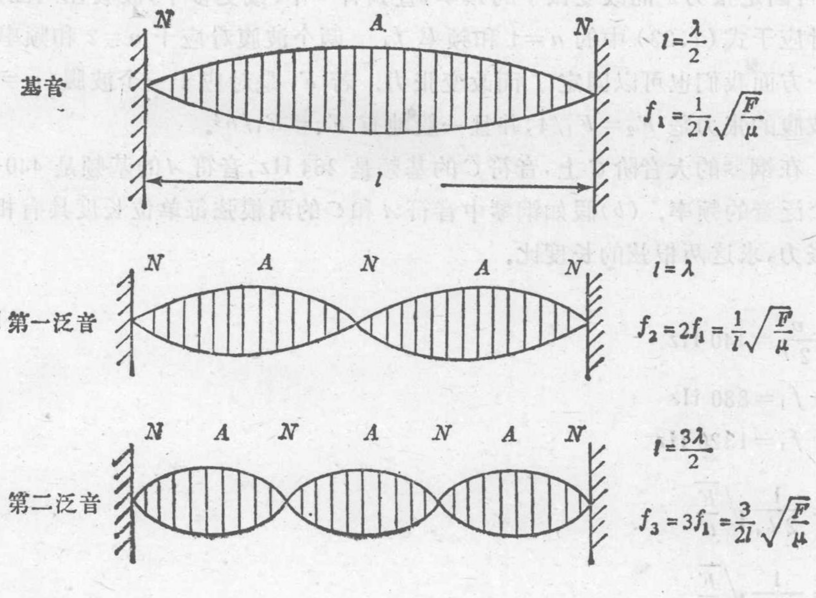


图 1-9 长为 l 张紧弦上驻波的示意图,图中的包络表示许多相继出现的振动。振幅为零的点叫做波节. 振幅最大的点叫做波腹。

$$kx=n\pi\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

波节的条件

$$x=\frac{n\lambda}{2}\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

同样,此时弦上也出现最大振幅为 $2A$ 的各点，这些点叫做波腹,标以 A,并出现在 kx 为如下值的各处:

$$kx=\frac{n\pi}{2}（n\text{ 为奇数}）$$

波腹的条件

$$x=\frac{n\lambda}{4}\quad（n\text{ 为奇数}）$$

因为此弦的两端都是固定的，我们还必须要求：当 $x=l$ 时 $y=0$．应用此条件以及波节对 x 所要求的条件，得出

$$\frac{n\lambda}{2}=l\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

或
$$\lambda=\frac{2l}{n}\qquad(n=1,2,3,\cdots)\tag{1.22}$$

如用某一机械振子来驱动此弦两固定端中的一个，而振子的频率又接近于此张紧弦的一个固有频率 $f=v/\lambda$，则此弦将以很大的振幅来振动，从而建立起一共振状态．应用式(1.22)可得共振频率为

$$f_n=\frac{v}{\lambda}=\frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}(n=1,2,3,\cdots)\tag{1.23}$$

在实际中，我们可固定张力 F 而改变振子的频率，直到有一个(或更多个)波腹在两固定端之间出现．一个波腹对应于式(1.23)中的 $n=1$ 和频率 f_1．两个波腹对应于 $n=2$ 和频率 $f_2=2f_1$，以此类推．另一方面我们也可以固定 f 而改变张力．若 F_1 是对应于一个波腹($n=1$)的张力，则对应于两个波腹的张力是 $F_2=F_1/4$，并且一般地有 $F_n=F_1/n^2$．

例题 1.4 在钢琴的大音阶 C 上，音符 C 的基频是 264 Hz，音符 A 的基频是 440 Hz．(a)计算音符 A 前两个泛音的频率．(b)假如钢琴中音符 A 和 C 的两根弦每单位长度具有相同的质量，并具有相同的张力，求这两根弦的长度比．

解

(a) $f_1=\dfrac{v}{2l}=440\text{ Hz}$

$f_2=2f_1=880\text{ Hz}$

$f_3=3f_1=1320\text{ Hz}$

(b) $f_{1A}=\dfrac{1}{2l_A}\sqrt{\dfrac{F}{u}}$

$f_{1C}=\dfrac{1}{2l_C}\sqrt{\dfrac{F}{u}}$

$\dfrac{F_{1A}}{F_{1C}}=\dfrac{440}{264}=\dfrac{l_C}{l_A}$

或 $\dfrac{l_C}{l_A}=1.67$（作为复习可看程序练习 5.）

§1.6 纵 波

正象前面所讲过的，纵波的传播方式是质点的位移与波的传播方向平行．纵波的一个例子

就是图 1-1(b)所示的在可伸缩的弹簧上,压缩的(或伸长的)形变沿着弹簧传播. 在固体、液体或气体中传播的任何压缩弹性波也是纵波. 这些压缩波可用媒质中密度或压力的变化来描述. 当纵波传播时,我们说媒质发生了弹性形变.

声波是纵波的一个常见的例子,并可分为三种:(1) 可闻声波,是可以刺激人类听觉范围内的声波,其频率从 20Hz 到 20000Hz;(2)次声波,其频率低于可闻声波的范围;(3) 超声波,其频率高于可闻声波的范围. 声源,例如一个扬声器的膜片,可引起空气分子在其平衡位置附近作平行于声波传播方向的振动. 与横波不同,纵波中媒质粒子的位移、速度和加速度都平行于波的传播方向,若声源按正弦式振动,则空气分子的位移也是按正弦式变化. 所以纵波的数学描述与横波是一样的. 在密度为 ρ 的媒质中纵向压缩波的速率为

$$v=\sqrt{\frac{B}{\rho}} \tag{1.24}$$

式中 B 是媒质的体积弹性模量,它是媒质对于压缩的阻抗的一种量度. 若由于纵向应力使压力增加 Δp;由于形变使体积增加 ΔV,则体积弹性模量为

$$B=-\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \tag{1.25}$$

注意,式(1.24)与式(1.11)具有相同的形式,在这两种情况中都等于一个弹性量除以一个惯性量后的平方根. 由于比值 $\frac{\Delta p}{\Delta V}$ 永远是负的(例如,当压力增加时 Δp 为正,但体积减小了,所以 ΔV 为负),所以式(1.25)中的负号保证了 B 永远为正. 声速通常在固体中较大(例如在铝中为 5100 $m\cdot s^{-1}$),在气体中较小(例如在标准状态下的空气中为 331$m\cdot s^{-1}$). 在扩展固体这一情况中,纵波的速度取决于所谓切变模量. 切变模量是媒质对于切变力的阻抗的一种量度. 由于流体不具有切变力,所以式(1.24)适用于所有的流体. 在一扩展的非晶态固体中纵波速度的正确表示式是

$$v=\sqrt{\frac{B+\frac{4}{3}S}{\rho}} \tag{1.26}$$

式中 S 是这种物质的切变模量. 若此固体的形状是一根长的细棒,则沿此棒纵波的速度为 $\sqrt{Y/\rho}$,式中 Y 是该物质的杨氏模量.

例题 1.5 试计算纵波在铜中的速度. 应用以下数据,即铜在室温时: $B=14\times10^{10}N\cdot m^{-2}$, $S=4.1\times10^{10}N\cdot m^{-2}$ 和 $\rho=8.89\times10^{3}kg\cdot m^{-3}$.

应用式(1.26),得

$$v=\sqrt{\frac{\left[14\times10^{10}+\frac{4}{3}(4.1\times10^{10})\right]N\cdot m^{-2}}{8.89\times10^{3}kg\cdot m^{-3}}}=\sqrt{22\times10^{6}m^{2}\cdot s^{-2}}\approx4700m\cdot s^{-1}$$

当声波在一气体中传播时,压力的变化是如此之快,以致此变化基本上是绝热的. 现将以下的证明留作练习,即应用绝热假设和式(1.24)证明在理想气体中声波的速率为

$$v=\sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}} \tag{1.27}$$

式中 p_0 是平衡压力，γ 是比值 C_p/C_V，它与所研究的气体有关．下面的证明也留作练习，即对于理想气体来说，v 实际上只是气体温度的函数而与压力无关．

例题 1.6

(*a*) 计算声波在(大气压和 273 K)氢气中的速度．应用以下数据，即对于氢气：$\gamma=1.41$ 和 $\rho=9\times10^{-2}\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$．(*b*) 当声波的频率为 300 Hz时，求其在氢气中的波长．

解

(*a*) $v=\sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}}=\sqrt{\frac{1.41\times1.01\times10^5\mathrm{N\cdot m^{-2}}}{9\times10^{-2}\mathrm{kg\cdot m^{-3}}}}=\sqrt{1.58\times10^6\mathrm{m^2\cdot s^{-2}}}=1260\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

(*b*) $\lambda=\frac{v}{f}=\frac{1260\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{300\ \mathrm{s^{-1}}}=4.2\ \mathrm{m}$

(为了进一步了解和复习可看程序练习 6 和 7.)

§ 1.7　空管中的纵驻波

在 1.6 节中我们已知，一根两端固定的张紧弦具有一组分立的固有振动频率，它们取决于弦的张力、质量和长度．这种振动方式是提琴、钢琴和六弦琴等这类弦乐器所共有的．另一些乐器，例如横笛和风琴，则是利用空管中声波的固有频率．在这些情况中，驻声波是在空管中形成，其固有频率取决于管子的长度以及管子的一端是开口的还是闭口的．声波在开端和闭端反射而形成驻波．其边界条件是：开端为波腹(此处空气分子以最大的振幅运动)；闭端为波节(在这些点空气分子基本上没有纵向运动)．

图 1-10 表示在两端开口的空管中振动所产生的前三个固有音调．注意到基频 $f_1=v/2l$，第一泛音是 $2f_1$ 等等．

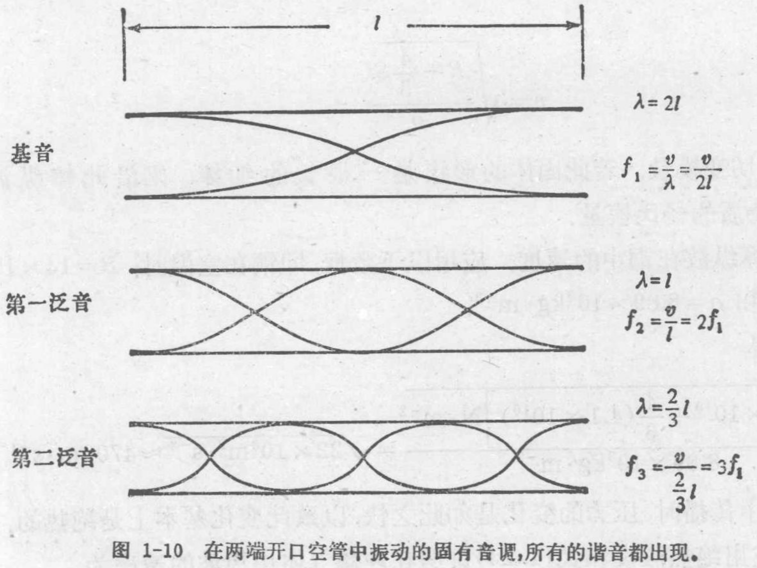


图 1-10　在两端开口空管中振动的固有音调，所有的谐音都出现．

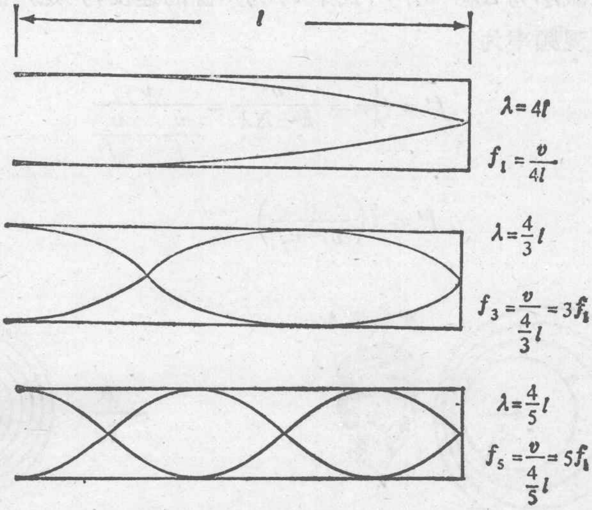


图 1-11 在一端闭口空管中振动的固有音调，只有奇次谐音出现。

即所有谐音都出现，于是我们可写为

$$f_n=n\frac{v}{2l} \quad (n=1,2,3,\cdots) \tag{1.28}$$

图 1-11 说明一端闭口的空管中振动所产生的前三个固有音调．在此情况中，基频是 $f_1=v/4l$，第一泛音是 $3f_1$ 等等．即在一端闭口的空管中只有奇次谐音出现，并由下式给出

$$f_n=(2n+1)\frac{v}{4l} \quad (n=1,2,3,\cdots) \tag{1.29}$$

例题 1.7 有一长为 2 m 的空管．若(a)此管的两端都是开口的；(b)此管的一端是闭口的，试求以上两种情况中的基音和前两个泛音的频率．假设空气中的声速 $v=330\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$．

解

(a) $f_1=\dfrac{v}{2l}=\dfrac{330}{2(2)}=82.5\ \mathrm{Hz}$

$f_2=2f_1=165\ \mathrm{Hz}$，$f_3=3f_1=248\ \mathrm{Hz}$

(b) $f_1=\dfrac{v}{4l}=\dfrac{330}{4(2)}=41.3\ \mathrm{Hz}$

$f_3=3f_1=124\ \mathrm{Hz}$，$f_5=5f_1=207\ \mathrm{Hz}$

§ 1.8 多普勒效应

一个常见的有关声波的现象是当运动声源趋近或离开一观察者时（或观察者趋近或离开声源运动时），将会听到表观音调(或频率)．这种现象叫做多普勒效应．任何一个人只要他听到过从他身边驶过的汽车喇叭声，就会对这现象有所感受．

首先，讨论声源沿 $+x$ 方向朝着一静止的观察者 A 运动，如图 1-12(a)所示．为简单起见，假设空气是静止的．对观察者 A 来说声波的波长变短了．所短的那一段就是声源振动一周其走过

的距离．波长的表观减小为 $\Delta\lambda=v_s/f$，式中 v_s 为声源的速度，f 是声源的频率．若 v 是声速，则观察者 A 听到的表观频率为

$$f'=\frac{v}{\lambda'}=\frac{v}{\lambda-\Delta\lambda}=\frac{v}{\frac{v}{f}-\frac{v_s}{f}}$$

$$f'=f\left(\frac{v}{v-v_s}\right) \tag{1.30}$$

(a) (b)

图 1-12 (a)当声源相对于一观察者运动时，则在声源前方的表观波长变小（如 A 所观察到的），而在声源后方的表观波长变大（如 B 所观察到的）。(b)观察者 A 朝着一静止声源运动，在一给定的时间间隔内，他所越过的波前数比他在静止时的要多。观察者 B 背着一静止声源运动，他所越过的波前数比他在静止时的要少。

同样地，若声源背着观察者 B 运动，如图 1-12(a) 所示，则观察者 B 所听到的表观频率为

$$f'=f\left(\frac{v}{v+v_s}\right) \tag{1.31}$$

最后，如图 1-12(b) 所示，若声源静止不动，而观察者以速度 v_0 朝着或背着声源运动，则观察者听到的表观频率为

$$f'=f\left(\frac{v\pm v_0}{v}\right) \tag{1.32}$$

式中＋号用于朝着声源运动的观察者 A，－号用于背着声源运动的观察者 B．若观察者和声源两者都在运动，则表观频率是由如下的组合式给出

$$f'=f\left(\frac{v\pm v_0}{v\mp v_s}\right) \tag{1.33}$$

例题 1.8 一列火车以 30 $\mathrm{mi\cdot h^{-1}}$ 的速率平行一条公路鸣笛行驶，此笛的真正频率是 300 Hz，一辆汽车以 60 $\mathrm{mi\cdot h^{-1}}$ 的速度与火车反向而行．试问 在以下两种情况中，汽车里乘客所听到的笛的频率各是多少？(a)汽车驶近火车时，(b)汽车驶过火车，而且二者渐相远离时．取空气中的声速为 1080 $\mathrm{ft\cdot s^{-1}}$．

解 已知 30 $\mathrm{mi\cdot h^{-1}}\approx 44\ \mathrm{ft\cdot s^{-1}}$；60 $\mathrm{mi\cdot h^{-1}}\approx 88\ \mathrm{ft\cdot s^{-1}}$

(a) $f'=f\left(\frac{v+v_0}{v-v_s}\right)=300\left(\frac{1080+88}{1080-44}\right)=300\left(\frac{1168}{1036}\right)\approx 340\ \mathrm{Hz}$

(b) $f'=f\left(\dfrac{v-v_0}{v+v_s}\right)=300\left(\dfrac{1080-88}{1080+44}\right)=300\left(\dfrac{992}{1124}\right)\approx 260\ \text{Hz}$

所以，当火车通过的时候，汽车里乘客所听到的频率变化是 $340-260=80$ Hz.

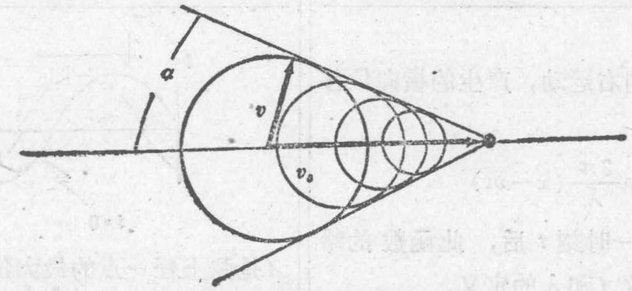


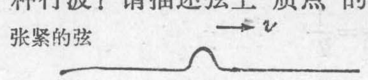
图 1-13 激波示意图.

若观察者不动，但声源以 $v_s>v$ 的速率在运动，亦即声源运动的速率大于声音在该媒质中的声速，则其所形成的波是激波. 这种波的波前为圆锥形，此圆锥的半角由式 $\sin\alpha=v/v_s$ 给出，如图1-13 所示. 比率 v_s/v 叫做马赫数. 由超声速所形成的激波，以高度压缩的空气"壁"的形式载有很大的能量，因而能引起很大的破坏，例如破坏建筑物或损害耳膜. 当快艇以大于水面波的速率快速航行时，则在其船迹中可以观察到类似的波前.

§1.9 程序练习

1. A

如图所示，一脉冲在一张紧的弦上传播. 试问，这是哪一种行波？请描述弦上"质点"的运动.



这是一个横波. 弦上质点的运动方向与此脉冲的传播方向垂直.

1. B

若此脉冲以速度 v(叫做相速度) 向右运动. 试问，振幅 y 为 x 和 t 的函数时，其一般表示式是什么？

$$y=f(x-vt) \tag{1}$$

注意，此函数给出了脉冲的形状. 这形状是不变的，如有一观察者以速率 v 和脉冲一起运动，也将"看到"相同的形状.

1. C

若此脉冲以速率 v 向左运动，y 的形式如何？

$$y=f(x+vt) \tag{2}$$

1. D

幅角 $x-vt$ 叫做行波的相位. 根据此波的形状，即 $y(x,t)$ 的形式永远不变这一特点，关于相速度还能指出什么？

$$y=f(x-vt)=\text{常量}$$

$$\therefore\quad x-vt=\text{常量}$$

上式对时间求导，得