

国家特色专业建设点建设项目

广东省高等学校重点专业建设项目

● 广东省本科教学改革立项项目

● 华南师范大学卓越计划项目

数学实验系列教程

系列教程主编/冯伟贞

数学基础 实验教程

主 编 章绍辉

副主编 李湖南

SHUXUE JICHU SHIYAN JIAOCHENG



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

数学实验系列教程

系列教程主编/冯伟贞

数学基础 实验教程

SHUXUE JICHU SHIYAN JIAOCHENG

主 编 章绍辉

副主编 李湖南



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书是“数学实验系列教程”之一，是与高等数学和线性代数课程配套的实验教材，也兼顾了数学类专业的数学分析、解析几何和高等代数课程开展数学实验活动的需要。全书内容包括 MuPAD 简介、一元函数的极限与连续、一元函数微分学及其应用、一元函数积分学及其应用、无穷级数、微分方程、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、多元函数积分学、线性代数。第 2~9 章采用 MATLAB 的符号数学工具箱附带的 MuPAD 软件作为数学实验的软件平台，第 10 章采用 MATLAB 软件作为数学实验的软件平台。实验项目包括进行基本运算的验证性实验和开展数学探究的设计性实验。随书附送的光盘中包含全书例题和习题的数学实验解决方案的 MuPAD Notebook 文件。

本书可作为高等数学、线性代数、数学分析、解析几何和高等代数课程的配套实验教材，也可作为相关课程的多媒体辅助教学的资料，还可作为数学软件爱好者的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数学基础实验教程/章绍辉主编；李湖南副主编—广州：华南理工大学出版社，2012.7

(数学实验系列教程/冯伟贞主编)

ISBN 978-7-5623-3701-0

I. ①数… II. ①章…②李… III. ①高等数学-实验-高等学校-教材
IV. ①O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 171559 号

数学基础实验教程

主编章绍辉 副主编李湖南

出版发行：华南理工大学出版社

(广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640)

http://www.scutpress.com.cn E-mail: scutcl3@scut.edu.cn

营销部电话：020-87113487 87111048 (传真)

责任编辑：何丽云

印刷者：广州市穗彩彩印厂

开本：787mm×960mm 1/16 印张：18.25 字数：380 千

版次：2012 年 7 月第 1 版 2012 年 7 月第 1 次印刷

定 价：39.00 元 (含光盘)

版权所有 盗版必究 印装差错 负责调换

“数学实验系列教程”

序 言

实验是科学家根据确定的认识目的，应用特定的物质手段，对认识对象进行控制，使对象按照自身的意愿发生变化，从而对认识对象进行观察和分析的认识方法。因此，实验是获取认知经验、探求对认识对象的控制手段或技术的重要途径。

数学具有经验与演绎二重性，“数学的源泉就在于思维与经验的反复出现的相互作用”（D. 希尔伯特），“数学有两个侧面，一方面它是欧几里得式的严谨科学，从这个方面看数学像是一门演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学看起来却像一门试验性的归纳科学”（G. 波利亚，《数学与猜想》）。

数学具有科学与技术两种品质。一般认为科学回答“是什么与为什么”，技术说明“做什么和怎么做”。应用数学大致分成三类：第一类是应用数学的理论基础研究；第二类是数学与别的学科领域的交叉渗透，以解决该学科中重要数学结构有关问题为目的；第三类面向国民经济系统、军事系统和社会发展系统，以解决这三大系统中提出的现实问题为目标。在第二、第三类的数学应用推进过程中，数学建模、数据挖掘、数值计算、统计、仿真等数学技术获得突飞猛进的发展。有众多的实例说明，数学技术已经在多个领域成为直接的生产力。计算机的本质是数学机器，它使数学知识与数学实践活动得到有效联结，并在最近的几十年使数学技术得到空前的发展。发展至今天的数学技术的运用与进一步发展对计算机有强烈的依赖。

数学的经验性及技术品质凸显了数学发展对实验的需求。1988年，美国Rossciacr技术学院正式引入数学实验课。1989年，美国的Mount Holyke College数学系集体编写了第一本专门教材《数学实验室》。新事物的诞生引起了广泛的关注，并在“什么是数学实验”这个问题上形成了百家争鸣的局面，也因此产生了不同定位的数学实验教材。

本系列教程的编者对以下数学实验定义有较多的认同：“数学实验是在一定的数学思想和数学理论指导下，经过某种预先的组织设计，借助于一定的仪器和技术手段，进行数学化操作，包括对客观事物的数量化特性进行观察、抽样、测试、检验、逼近、仿真等，进而解决数学和科学问题的一类科学研究方法。”这段定义强调的是数学实验在数学研究过程中有“经验获取”的重要地位，提出“客观事物的量化特性”为数学实验的对象，“观察、抽样、测试、检验、逼近、仿真”等是数学实验的主要方法，强调数学实验中“数学技术手段”、“实验工具”运用的重要性。这段定义对数学实验的本质作了较好的阐释。

作为数学教育过程中的数学实验活动，G. 波利亚作出过如下解释：“数学实验活动是在一定的（数学学习、研究、发现）目标的指导下，对具有一定数学意义的实物、模型、事物，以及数字、图形、式子、题目等，进行观察、变换、制作、演示、求解以获取感性认识和数学信息的活动，而这实际上也就是一种数学研究活动（的初级阶段）。”这段解释与前面的数学实验的定义本质上基本吻合，但更强调的是：数学实验，作为数学教育过程中的一种“活动”，是为学生建造的一个直接感知数学、获取经验、形成基本数学技能的重要平台。

“数学实验系列教程”的编写侧重于为大学生建造数学学习中必要的数学实验活动平台。本系列教程以多种背景下的量化模式与结构为实验对象，以计算机为主要实验工具展开论述。教程中的实验设计力图让学生“获取对数学的感性认识和数学信息”，了解数学实验的方法。教程中的实验设计强调计算机技术的运用，并融入了初步的数学技术运用体验。

“数学实验系列教程”包括《数学基础实验教程》、《金融数学与金融工程实验教程》、《信息与计算科学实验教程》及《统计学实验教程》四个分册。《数学基础实验教程》的内容与“高等数学”及“线性代数”两门课程相应，对所有数学专业及非数学专业学生适用。《金融数学与金融工程实验教程》、《信息与计算科学实验教程》及《统计学实验教程》的内容分别和金融数学与金融工程、信息与计算科学、统计学三个专业（方向）主干课程相应。《金融数学与金融工程实验教程》也可作为一般经济类专业在强化量化处理方法学习方面的参考用书；《信息与计算科学实验教程》是基本数值计算方法计算机实现的学习用书，对计算机专业及其他一般理工科学生而言也有重要参考价值；《统计学实验教程》可作为“概率论与数理统计”、“统计学”课程教学的参考用书。

本系列教程能兼顾教学上开展同步实验及阶段性实验的要求，也可作为数学各专业方向独立开设实验课程的主教材。各分册编写组在编写过程中对相应数学方向的实验思想、方法及手段作了认真的思考及提炼，并充分考虑实验者的基础及能力作内容编排，使各分册内容各具相应专业（方向）的特色。

“数学实验系列教程”的编写得到国家特色专业建设点建设项目、广东省高等学校重点专业建设项目、广东省本科教学改革立项项目《数学技术人才培养模式的构建与实践》及华南师范大学卓越计划项目的支持。

在编写过程中，编者感受到，我国的数学实验教学还处在一个亟待完善的阶段。本系列教程的编写与使用也是一种积极的探索和体验。本系列教程中难免有疏漏和不足之处，敬请读者批评指正，以使我们能够获得更大进步。

冯伟贞

2012年5月于华南师范大学

前 言

本书是“数学实验系列教程”的第一分册，是《金融数学与金融工程实验教程》、《信息与计算科学实验教程》及《统计学实验教程》的先读本。本分册重点解决以下四个方面的问题：（1）数学运算的计算机实现；（2）数学图形的计算机呈现；（3）基于图形演示获取对数学对象的感性认识，并以此为基础进入数学探究的初步体验；（4）基于数量运算进行数量化特性观察、检验及逼近的初步体验。

本书内容的编排与大学数学中的微积分、解析几何、线性代数课程同步，使教师、学生能够在日常教学过程中顺利融入数学实验。每章由实验目的、软件功能、实验内容、思考与练习四个部分构成，对软件运用有详细的指引。书中案例丰富，且案例基本内容均取自较多高校选用的高等数学、线性代数教材，其中有少量例题与习题带有星号“*”，表示属于数学类专业的较高要求，超出“高等数学”的教学范围。另外，本书所配套光盘包含全书例题和习题的数学实验解决方案的 MuPAD Notebook 文件，书中叙述有颜色的图像，对应显示在光盘上，使各种演示更生动、明晰，从而能有效帮助学生做到数学学习课堂内外一体化。

建议数学专业师生在“数学分析”、“高等代数”、“解析几何”三门学科基础课程教学过程中同步使用本教材；建议非数学专业师生在“高等数学”、“线性代数”课程教学中同步使用本教材；建议考虑在课堂教学中借助本教材提供的实验问题完成建立概念的探究及其他与数形结合相关的解读，并考虑在每章教学内容结束时用 1~2 学时完成配套内容的数学实验。

本书由章绍辉主编，第 1~9 章由章绍辉编写，第 10 章由李湖南编写。冯伟贞校阅了全部书稿。苏洪雨参与过教材立项的研讨，并向作者提供了一些数学实验案例，在此表示衷心感谢。

编者对数学实验的探索尚属新尝试，自觉还不够深入，书中难免存在不足与疏漏之处，恳请广大读者批评指正。

编 者

目 录

第1章 MuPAD 简介	1
1.1 概述	1
1.2 开始使用 MuPAD	2
1.2.1 打开和保存	2
1.2.2 Notebook 界面	3
1.2.3 符号计算	5
1.2.4 MuPAD 的特殊记号	7
1.2.5 MuPAD 的库	8
1.3 MuPAD 的数据类型	11
1.3.1 表达式	12
1.3.2 列表	14
1.3.3 集合	15
第2章 一元函数的极限与连续	17
2.1 一元函数及其图像	17
[实验目的]	17
[软件功能]	17
[实验内容]	23
[思考与练习]	29
2.2 极限的概念与运算	29
[实验目的]	29
[软件功能]	29
[实验内容]	32
[思考与练习]	47
2.3 函数的连续性	48
[实验目的]	48
[软件功能]	48
[实验内容]	49
[思考与练习]	52

第3章 一元函数微分学及其应用	54
3.1 导数和微分的概念	54
[实验目的]	54
[软件功能]	54
[实验内容]	54
[思考与练习]	63
3.2 导数的计算	63
[实验目的]	63
[软件功能]	63
[实验内容]	64
[思考与练习]	74
第4章 一元函数积分学及其应用	76
[实验目的]	76
[软件功能]	76
[实验内容]	79
[思考与练习]	95
第5章 无穷级数	97
[实验目的]	97
[软件功能]	97
[实验内容]	99
[思考与练习]	113
第6章 微分方程	114
[实验目的]	114
[软件功能]	114
[实验内容]	115
[思考与练习]	126
第7章 向量代数与空间解析几何	128
7.1 向量代数	128
[实验目的]	128
[软件功能]	128
[实验内容]	132

[思考与练习]	135
7.2 平面与直线	136
[实验目的]	136
[软件功能]	136
[实验内容]	139
[思考与练习]	142
7.3 曲面与曲线	142
[实验目的]	142
[软件功能]	143
[实验内容]	151
[思考与练习]	169
第8章 多元函数微分学及其应用	171
8.1 多元函数的极限与连续	171
[实验目的]	171
[软件功能]	171
[实验内容]	172
[思考与练习]	181
8.2 多元函数的求导运算	182
[实验目的]	182
[软件功能]	182
[实验内容]	183
[思考与练习]	194
8.3 多元函数微分学的应用	195
[实验目的]	195
[软件功能]	195
[实验内容]	196
[思考与练习]	206
第9章 多元函数积分学	207
[实验目的]	207
[软件功能]	207
[实验内容]	208
[思考与练习]	226

第 1 章 MuPAD 简介

1.1 概 述

本书采用 MuPAD 作为高等数学（数学类专业的数学分析和解析几何）课程数学实验的软件平台，那么 MuPAD 是一个什么样的软件呢？

事实上，MuPAD 是一个被称为“计算机代数系统”的软件，专门用于符号数学计算。与著名的符号计算软件 Maple 和 Mathematica 相比，MuPAD 的知名度还不够高，规模也比较小，而最大的不同点则是 MuPAD 不是一个独立存在的软件，而是著名的数值计算软件 MATLAB 的符号数学工具箱（Symbolic Math Toolbox）的组成部分，也就是说，MuPAD 是一个附属于 MATLAB 的软件。

MATLAB 是矩阵实验室 Matrix Laboratory 的缩写。它是美国 MathWorks 公司开发的以矩阵计算为基础的大型数值计算软件和高级程序设计语言，功能十分丰富。当前，MATLAB 在科学研究和技术研发的众多领域有着非常广泛的应用，因此，MATLAB 被高等院校的众多课程用作标准的教学软件和研究工具。

MATLAB 的特长是数值计算，为了满足用户对符号计算的需要，MATLAB 在符号数学工具箱提供了基本的符号计算功能，这些功能使用 MATLAB 语言，应用在 MATLAB 的命令窗口或者 M 文件中。MATLAB 的符号数学工具箱过去是以 Maple 作为计算引擎的，但是功能和界面都与 Maple 本身相差甚远，功能不够强大，使用不够方便。从 V7.7（R2008b）版本开始，MATLAB 的符号数学工具箱改以 MuPAD 作为计算引擎，除了保留原有的符号计算语言及功能以外，还提供了 MuPAD 软件供用户使用。

为什么选择 MuPAD 作为高等数学（数学分析和解析几何）课程数学实验的软件平台呢？本书作者有以下几点考虑：

第一，MATLAB 能满足当前高等教育从本（专）科到研究生的各个阶段对数学软件的大部分的需要，是标准的教学软件和研究工具，其地位和作用是其他软件都无法代替的。在本（专）科低年级学习高等数学（数学分析和解析几何）课程的时候，可以使用 MATLAB 符号数学工具箱的 MuPAD 做数学实验，辅助教与学；随着课程的进展，可以继续采用 MATLAB 作为学习众多专业课和选修课的数学软件工具。假如低年级学生学 Maple 或 Mathematica，高年级学生学 MATLAB；又或者逢符号计算用 Maple 或 Mathematica，逢数值计算用 MATLAB，其实

都会增加学生的负担，造成时间和精力浪费。

第二，具体到高等数学（数学分析和解析几何）课程数学实验的软件平台，MuPAD 是很好的选择，因为它规模不是太大，但是足够满足以上课程的需要；它采用与教科书一致的数学符号，语法简明，容易掌握；它的笔记本式人机交互界面十分友好，提供多种输出格式，使用方便；它拥有强大而精确的符号计算、浮点数数值近似计算以及数学可视化功能；它是符号计算的高级程序设计语言，可供用户在其原有功能的基础上编写新的数学计算程序，拓展其功能；它的帮助使文档界面十分友好，查阅非常方便；它和 MATLAB 之间已经实现了“无缝对接”，可以在 MATLAB 中使用 MuPAD 的功能。

第三，虽然 MuPAD 规模较小，其功能与 Maple 和 Mathematica 相比有所不及，但是这些符号计算软件的功能和组成都是相似的，虽然语言和语法有差异，但学会了其中一种符号计算软件之后，就很容易通过查阅帮助文档学习使用另外一种符号计算软件。

1.2 开始使用 MuPAD

1.2.1 打开和保存

在计算机上预先安装好版本不低于 V7.7 (R2008b) 的 MATLAB 软件，安装时必须选择安装符号数学工具箱。

由于 MuPAD 是 MATLAB 的符号数学工具箱的组成部分，所以只能通过 MATLAB 来打开 MuPAD。打开 MATLAB 之后，有多种方式可以进一步打开 MuPAD 文件或新窗口，推荐使用如下方式：

(1) 在 MATLAB 的命令窗口 (Command Window) 输入命令 `mupadwelcome`，然后按 Enter 键，系统就会打开 MuPAD 的欢迎窗口 (见图 1.1)。可以在欢迎窗口的左侧点击 New Notebook 打开 MuPAD 笔记本新窗口，或者点击 Open File 打开一个已存在的 MuPAD 文件；可以在欢迎窗口的右侧点击并打开最近使用过的 MuPAD 文件；如果要编写新的 MuPAD 程序，则可以在欢迎窗口的左侧点击 New Editor 打开 MuPAD 编辑器新窗口。

(2) 点击 MATLAB 主窗口左下角的 Start，在 Toolboxes 目录下的 Symbolic Math 子目录找到 MuPAD 并点击，系统也会打开 MuPAD 的欢迎窗口。

通过 MuPAD 的欢迎窗口打开了 MuPAD 文件或新窗口之后，用户可以关闭 MATLAB 主窗口以释放被 MATLAB 占用的大量内存，而不影响使用 MuPAD。

如果有已经打开的 MuPAD 窗口 (包括 Notebook、Editor 和 Help)，则可以点击 File 菜单的 Open 项，或者点击工具栏的相应图标，打开已存在的 MuPAD 文

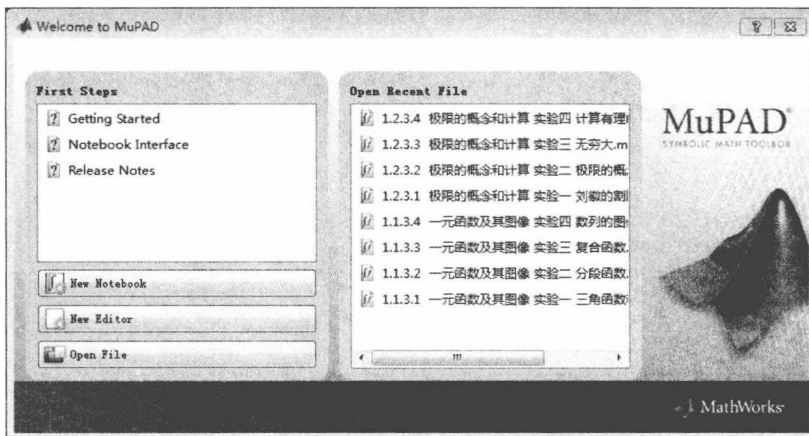


图 1.1 MuPAD 的欢迎窗口

件；点击 File 菜单的 New Notebook 或 New Editor 项，或者点击工具栏的相应图标，打开笔记本或编辑器的新窗口。

点击 File 菜单的 Save 项或 Save As 项，或者工具栏的相应图标，可以保存 MuPAD 文件。

MuPAD 文件，包括后缀为 mn 的笔记本（Notebook）文件和后缀为 mu 的程序文件。本书的全部实验都是在 Notebook 界面内进行，并保存在后缀为 mn 的 Notebook 文件内，所以下面只介绍 Notebook 界面。

1.2.2 Notebook 界面

MuPAD 提供 Notebook 界面（见图 1.2），使得用户可以在笔记本式友好的人机交互界面内进行各种数学运算，并可以将全部的输入输出以及用户添加的笔记保存在后缀为 mn 的 Notebook 文件内。

点击 File 菜单的 Export 项，可以将 Notebook 界面保存成网页、pdf 文件或者文本文件。

Notebook 界面包括三种区域：输入区域、输出区域和文本区域。用户在输入区域输入命令，在输出区域观看计算结果和绘得的图像，在文本区域记录笔记。

(1) 输入区域

打开一个新的 Notebook 窗口，Notebook 界面内的由红色左方括号 “[” 开头的空行就是输入区域。点击工具栏的图标 π ，系统就会在光标附近开辟一个新的输入区域。

在输入区域内，如果将光标移动到某一位置，然后同时按下 Shift 键和 Enter

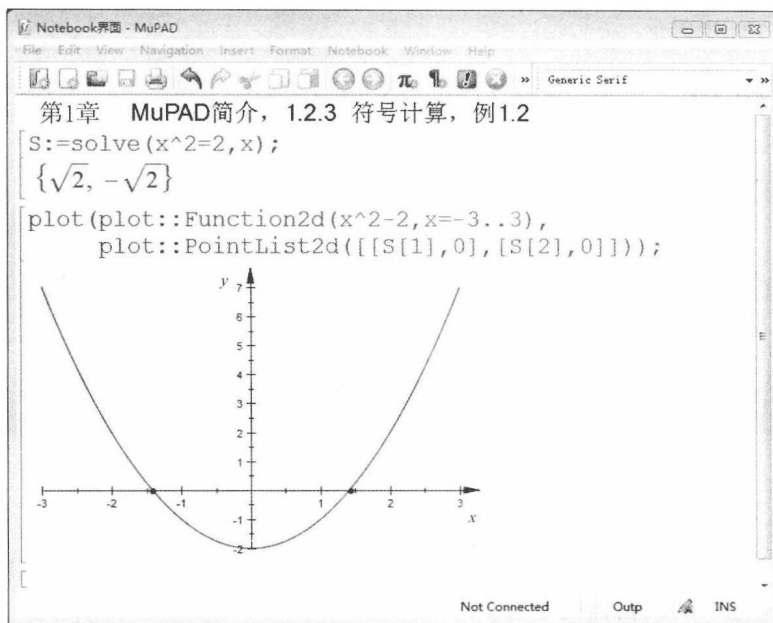


图 1.2 Notebook 界面

键，就从该处开始换行，可以继续输入下一行的语句，以增强可读性。不管光标处于输入区域内的什么位置，单独按下 Enter 键，就是向 MuPAD 发出运行该区域内全部语句的指令，如果有计算结果、图形或错误信息要显示，系统就自动在该输入区域下方创建输出区域并依次显示出来。

在一个输入区域内，可以有多个命令，每个命令之后都需要用分号或冒号表示该命令语句的结束，分号的作用是让 MuPAD 将计算结果显示在输出区域，冒号的作用是让 MuPAD 不将计算结果显示在输出区域。冒号不能取消图形和错误信息的显示，也就是说，不论命令用分号还是冒号结束，图形或错误信息都显示在输出区域。

在输入区域内，符号 “//” 表示该行命令的结束和注释的开始。

(2) 输出区域

输出区域紧接着输入区域，左边也有红色左方括号 “[”。

在 Notebook 窗口菜单栏的 Notebook 菜单内，可以选择输出区域显示计算结果的格式：Typeset Math、Abbreviate Output、Pretty Print 和 Text Width。

Typeset Math 是指数学符号的印刷体格式，很好看，但复制和粘贴操作的结果仅是图片；不选 Typeset Math，同时不选 Pretty Print，系统的输出格式就和键盘输入数学表达式的格式相同，也就是在一行内从左往右逐个的数字和符号，虽

然不够好看，却方便了复制和粘贴操作。

Abbreviate Output 是以简缩格式显示比较复杂的计算结果。

Pretty Print 是 MATLAB 符号数学工具箱原有的一种数学公式显示格式，只有在 不选 Typeset Math 而选了 Pretty Print 的时候才起作用。

Text Width 是设置输出区域每一行的最大字符个数，默认值为 80。

(3) 文本区域

文本区域与输入、输出区域的区别是左边没有红色左方括号 “[”。用户可以根据需要在文本区域添加注记，增加可读性。

1.2.3 符号计算

MATLAB 是以矩阵计算为基础的数值计算软件，而 MuPAD 是进行符号计算的计算机代数系统。那么什么是数值计算？什么是符号计算？

数值计算使用浮点数进行运算，导致计算过程和结果都有舍入误差。许多数学问题可以用数值计算获得近似解。对于不存在闭形式解的数学问题，例如 5 次以上的高次多项式的根没有求根公式，通过数值算法计算近似解成了唯一的解决之道。在精确解不是必需的时候，例如可视化，数值解也十分有用。

符号计算被定义为“用表示数学对象的符号进行计算”。数学对象，可以是数、列表、集合、算术表达式、多项式、方程、函数、矩阵、群、环、域，或者其他任何的数学对象。在符号计算中，数是精确的；在计算机内部，数被表示为任意长度的整数之商（实际上长度要受到可用的存储空间的限制）。很多时候，将符号计算当作计算机代数的同义词。符号，强调求解数学问题的目标是把解答写成闭形式（例如求根公式）或者寻找符号近似（例如各种无穷级数）；代数，意味着计算按照代数法则精确地进行，而不是用浮点数算法获得近似值。

精确解的符号计算比近似解的数值计算需要更多的计算时间和存储空间，但是符号解是精确的、更一般的，给问题和解答提供更丰富的信息。例如，方程

$$x^4 + px^2 + 1 = 0$$

以 x 为未知数，以 p 为参数，解集为

$$\left\{ \pm \frac{\sqrt{2}\sqrt{-p - \sqrt{p^2 - 4}}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}\sqrt{-p + \sqrt{p^2 - 4}}}{2} \right\}.$$

这个符号解用 p 表示方程的解，显明方程的解是依赖于参数 p 的函数，从而可以用来检验当参数 p 变化时解的灵敏性。

包括 MuPAD 在内的计算机代数系统都具有以下特征：

(1) 提供笔记本式的友好的人机交互界面，用户可以输入一些公式和命令，然后系统对它们进行计算，返回解答和图像，这些解答可以用于进一步的计算；

(2) 可以给出符号解的浮点数近似值，用户可以设置精确到多少位有效

数字；

(3) 提供功能强大的高级程序设计语言，以及数据可视化和动画工具。

下面举两个简单例子加以说明 MuPAD 如何进行符号计算（请读者从字面上理解语句的含义，暂时对相关命令的功能和语法格式采取不求甚解的态度）。

例 1.1 标识符和赋值。

实验 在 MuPAD Notebook 窗口的输入区域键入以下语句，按 Enter 键运行：

```
y := a + x;
```

输出区域显示 $a + x$ ，对 y 赋值之后， y 的值是标识符 a 和 x 相加。标识符 a 和 x 都还没有被赋值，标识符的值即是标识符本身。

```
a := 10: y;
```

输出区域显示 $x + 10$ ，这是对 a 赋值之后 y 的当前值。

```
a := 15: y;
```

输出区域显示 $x + 15$ ，这是对 a 再次赋值之后 y 的当前值。

```
delete a: y;
```

输出区域显示 $a + x$ ，用命令 delete 清除了标识符 a 的值之后， y 的值又恢复成标识符 a 和 x 相加。

```
a := 10: y := a + x: y;
```

输出区域显示 $x + 10$ ，先对 a 赋值，然后对 y 赋值，使得 y 的值就是数 10 和标识符 x 相加，而不是标识符 a 和 x 相加之后代入 a 等于 10。

```
a := 15: y;
```

输出区域显示 $x + 10$ ，说明修改 a 的赋值对 y 没有任何影响。

说明 (1) 标识符 (identifier, 又叫变量名) 可以包含字母、数字和下划线，可按任意次序组合，区分大小写字母，但是第一个字符不可以是数字，也不可以将已经被 MuPAD 系统设置了保护的标识符用作其他用途。例如“ y ”、“ x_2 ”、“ f_{1s} ”和“ $_x_{32}_i$ ”都是合法的标识符，但是“ $12x$ ”、“ $p-2$ ”和“ $x > y$ ”都是非法的标识符；又如标识符“ D ”（求导）、“ E ”（自然对数底）、“ I ”（虚数单位）和“ \sin ”（正弦函数）都已被系统保护起来，不可用来做变量名，而“ d ”、“ e ”、“ i ”和“ Sin ”都可以被用做变量名。标识符中的下划线具有显示为下标的功能，当选择 Typeset Math 格式的时候，在 Notebook 界面的输出区域会将下划线右边紧邻的一个字符以下标的格式显示。

(2) 运算符“ $:=$ ”是赋值号，表示将其右边的对象赋值给左边的标识符。

赋值语句的语法格式如下：

```
x := value
```

参数说明：

x: 标识符；

value: 任意 MuPAD 对象，如数、表达式、方程、列表、集合、矩阵……

例 1.2 计算方程 $x^2 = 2$ 的精确解和数值解，并绘出图像。

实验 在 MuPAD Notebook 窗口的输入区域键入以下语句，同时按 Shift 键和 Enter 键换行，按 Enter 键运行：

```
S := solve(x^2 = 2, x);
```

算得方程 $x^2 = 2$ 的精确解为 $\{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$.

```
float(S);
```

算得方程 $x^2 = 2$ 的数值解为 $\{-1.414\ 213\ 562, 1.414\ 213\ 562\}$ ，按照系统的默认设置，有 10 位有效数字。

```
DIGITS := 20; float(S); delete DIGITS;
```

算得方程 $x^2 = 2$ 的数值解为 $\{-1.414\ 213\ 562\ 373\ 095\ 048\ 8, 1.414\ 213\ 562\ 373\ 095\ 048\ 8\}$ ，经过用户对系统参数 DIGITS 的修改，数值解变成有 20 位有效数字，最后用 delete 命令清除标识符 DIGITS 的值，就恢复了系统参数 DIGITS 的默认设置。

```
solve(x^2 = 2.0, x);
```

算得 $\{-1.414\ 213\ 562, 1.414\ 213\ 562\}$ 。由于上述语句中的方程式含有浮点数 2.0，MuPAD 就不计算符号精确解，而是计算数值近似解。读者可简单地将浮点数理解为带有小数点和小数部分的数，尽管 2.0 的小数部分是零，但它仍然属于浮点数，而 2 则属于整数。

```
plot(plot::Function2d(x^2 - 2, x = -3..3),
      plot::PointList2d([[S[1],0],[S[2],0]]));
```

绘得函数 $y = x^2 - 2$ 的图像以及它与 x 轴的交点（见图 1.2）。

说明 在方程式“ $x^2 = 2$ ”中的运算符“=”表示相等关系，在很多情况下，如果方程式右边为零，就可以省略“=0”，仅需要方程的左边。

1.2.4 MuPAD 的特殊记号

MuPAD 常用的符号数学常数有：

E 自然对数底 $e = 2.718\ 281\ 828\dots$ ，也可以记作 $\exp(1)$

I 虚数单位 $i = \sqrt{-1}$

PI 圆周率 $\pi = 3.141\ 592\ 654\dots$

infinity 正无穷大 $+\infty$, $-\text{infinity}$ 即负无穷大 $-\infty$

undefined 无定义

MuPAD 的浮点数数学常数有:

RD_INF 浮点数形式的正无穷大 $+\infty$

RD_NINF 浮点数形式的负无穷大 $-\infty$

RD_NAN 浮点数形式的无定义

MuPAD 的逻辑常数有:

TRUE 真

FALSE 假

UNKNOWN 未知

MuPAD 的基本数集有:

C_ 复数(the complex numbers)

R_ 实数(the real numbers)

Q_ 有理数(the rational numbers)

Z_ 整数(the integers)

N_ 正整数(the positive integers)

1.2.5 MuPAD 的库

MuPAD 的功能很丰富, 以符号数学计算为主, 还包括数值计算、统计、最优化、可视化(绘图)、程序设计、I/O(输入与输出)等方面. 整个 MuPAD 系统虽然规模不算很大, 但是也有成百上千的命令(运算符和函数). 那么 MuPAD 如何组织它丰富的功能以至于使用方便呢?

MuPAD 以库(Library)的方式来组织它丰富的功能, 总共有三十多个库. 每一个库, 就是解决特定领域的问题的命令集合. 除了标准库的函数名没有前缀以外, 其他各个库的函数名都必须冠以库名作为前缀加以区别, 库名与函数名之间用双冒号连结, 例如 `linalg::det`、`ode::solve` 和 `plot::Point2d`.

主要的 MuPAD 库有:

(1) 标准库(The Standard Library)

标准库汇集了四百多个运算符和函数, 包括数学运算符、数学函数、MuPAD 语言的关键字、I/O 函数等, 它们不需要冠以前缀即可使用, 例如赋值号 `:=`、等号 `=`、解方程命令 `solve` 等.

下面列举标准库中的一些常用运算符, 请读者查阅 MuPAD 帮助, 了解它们的功能、语法和示例. 运算符按优先级排序: 排在上—行的比下一行的更加优先; 排在同一行的具有相同的优先级, 按从左往右的先后次序计算. 这些运算符