

OPTIMAL CONTROL THEORY
OF STOCHASTIC
JUMP SYSTEM

结构随机跳变系统 最优控制理论

方洋旺 伍友利 王洪强 著



國防工業出版社

National Defense Industry Press

结构随机跳变系统 最优控制理论

方洋旺 伍友利 王洪强 著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是关于结构随机跳变系统最优控制理论与应用的一本著作。书中重点介绍了近十几年国内外学者在此领域的最新研究成果,详细讨论了离散时间和连续时间结构随机跳变系统的概率分析、最优滤波、最优控制、 H_∞ 控制以及稳定性等新的理论和方法。

全书共分12章,主要内容由四部分组成。第一部分介绍离散时间和连续时间结构随机跳变系统的概率分析,并着重介绍利用概率密度函数及概率矩来描述上述系统的离散马尔可夫结构参数和系统状态的概率特征。第二部分详细介绍了离散时间和连续时间结构随机跳变系统的最优滤波方法,并给出了不同跳变结构的线性系统的最优滤波算法等。第三部分介绍了基于随机最大值原理和动态规划法研究离散时间和连续时间结构随机跳变系统最优控制算法以及 H_∞ 控制方法。第四部分介绍了离散时间和连续时间结构随机跳变系统稳定性的最新研究成果。书的最后一章介绍了结构随机跳变系统的最优滤波、最优控制及 H_∞ 控制理论的应用成果。

图书在版编目(CIP)数据

结构随机跳变系统最优控制理论 / 方洋旺, 伍友利,
王洪强著. —北京: 国防工业出版社, 2012. 3
ISBN 978-7-118-08001-8

I. ①结… II. ①方… ②伍… ③王… III. ①随机控
制: 最佳控制 IV. ①0231. 3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 044387 号

※

国防工业出版社出版发行
(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)
北京奥鑫印刷厂印刷
新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 18¼ 字数 431 千字
2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 45.00 元

(本书如有印装错误, 我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777
发行传真: (010) 88540755

发行邮购: (010) 88540776
发行业务: (010) 88540717

前 言

随着计算机、军事、空间和工业技术的发展,经典的滤波理论和单模型最优控制理论已不能满足实际应用的需要。而一类既能反映系统状态变化又能反映系统结构变化的系统,即结构随机跳变系统或马尔可夫跳变系统能够较好地描述由于随机突变现象引起系统状态及参数跳变特性,从 20 世纪中叶提出以来已引起人们很大的关注。20 世纪七八十年代,苏联学者在此方面取得了一系列突出的研究成果,从 90 年代开始,特别是近十年来,结构随机跳变系统分析及控制理论研究已成为自动控制领域研究的热点,在国际著名杂志如 IEEE、Trans. on Automatic Control、Automatica 等发表了大量的学术文章,在国内也已引起学者们的广泛关注。近几年,围绕此研究方向申请的国家自然科学基金项目就有十余项。本书作者接触此领域时间相对较早,在 2001 年赴俄罗斯留学期间,就开始关注并从事此领域的理论和应用研究,2004 年回国之后,承担了与之有关的国家自然科学基金项目“随机跳变系统最优控制理论及其应用基础研究”(编号:60674031)、“近空间飞行器的结构随机跳变最优控制理论研究”(编号:60674040),及一项国防预研重点基金项目,取得了一系列重要的理论与应用研究成果。

本书的主要内容来源于欧美、俄罗斯的著名控制论专家、国内学者和本书作者在此领域研究的最新研究成果,其中,部分内容是本书作者原创性的研究成果。本书的完成,对于刚进入此领域的研究人员及工程技术人员具有很好的理论和应用参考价值。

全书共分 12 章,主要内容由四部分组成。第一部分介绍离散时间和连续时间结构随机跳变系统的概率分析,并着重介绍利用概率密度函数及概率矩来描述上述系统的离散马尔可夫结构参数和系统状态的概率特征。第二部分详细介绍了离散时间和连续时间结构随机跳变系统的最优滤波方法,并给出了不同跳变结构的线性系统的最优滤波算法等。第三部分介绍了基于随机最大值原理和动态规划法研究离散时间和连续时间结构随机跳变系统最优控制算法以及 H_∞ 控制方法。第四部分介绍了离散时间和连续时间结构随机跳变系统稳定性的最新研究成果。书的最后一章介绍了结构随机跳变系统的最优滤波、最优控制及 H_∞ 控制理论的应用成果。

本书内容的主要特点在于:

1. 选材新颖。本书大多数内容都是近十年来的最新研究成果,如离散时间结构随机跳变系统的稳定性、最优滤波及最优控制、结构随机跳变系统的 H_∞ 控制等。
2. 思路清晰。全书紧紧围绕结构随机跳变系统最优控制相关问题逐层展开研究,从系统结构参数和状态过程的概率特性分析、最优滤波到最优控制,然后从系统的随机稳定

性到鲁棒控制研究等,研究内容环环相扣,逐步推进。全书研究内容系统、全面,逻辑性强。

3. 方法独特。全书研究最优控制问题的方法是首先将各种各样的结构随机跳变系统最优控制问题化为一个统一的标准控制问题,然后使用随机最大值原理或随机动态规划法来求解上述标准的控制问题;而研究结构参数和系统状态的滤波问题又是基于后验概率密度函数,从一般系统的最优滤波问题到逼近最优滤波问题,再到线性系统的最优滤波问题等,全书对一般问题的研究注重严谨的理论分析和数学推导,对特殊问题的研究注重使用步骤及应用技巧。

4. 实用性强。书中最后一章专门介绍如何将结构随机跳变系统最优滤波、最优控制问题广泛应用到军事、空间飞行器和工业控制等领域中。

本书第1章~第3章、第6章~第8章由方洋旺执笔,第9章~第12章由伍友利执笔,第4章、第5章由王洪强执笔。全书由方洋旺审核定稿。

本书在撰写出版过程中,得到了西安交通大学韩崇昭教授和焦李成教授的鼓励和帮助,在此向他表示衷心的感谢。

衷心地感谢空军工程大学杨晓铁教授、张凤鸣教授、于雷教授、李学仁教授、魏贤志教授、刘占辰教授、田松副教授等的关心、鼓励和帮助;还要感谢空军工程大学及工程学院领导、同仁的大力支持。

第一作者的历届博士研究生周晓滨、胡诗国、蔡文新、张平、李锐、刁兴华,硕士研究生朱建辉、刘洪于、杨鹏飞(大)、杨鹏飞(小)参与了部分研究工作,提供了部分资料和数据,丰富了本书的内容,并参与了本书部分文稿的录入及插图的绘制工作,在此表示感谢。

感谢国防工业出版社的大力支持和帮助。

感谢国家自然科学基金、国防预研重点基金、空军工程大学教研新星基金、空军工程大学工程学院科研创新基金等对本著作的资助。

本书引用了一些作者的论著及其研究成果,在此,向他们表示深深的谢意。

由于水平有限,缺点甚至错误之处在所难免,望读者批评指正。

方洋旺 伍友利 王洪强
2012年2月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 结构随机跳变系统研究和发展现状	1
1.1.1 结构随机跳变系统基本模型	1
1.1.2 结构随机跳变系统稳定性研究现状	3
1.1.3 结构随机跳变系统估计理论研究现状	4
1.1.4 结构随机跳变系统控制理论研究现状	4
1.2 结构随机跳变系统最优控制研究内容	5
1.3 本书内容	6
第2章 连续时间结构随机跳变系统概率分析	8
2.1 随机跳变系统数学模型及分类	8
2.1.1 随机跳变系统模型	8
2.1.2 随机跳变系统分类	9
2.2 离散马尔可夫结构参数过程	9
2.2.1 独立随机跳变系统	9
2.2.2 分散转移随机跳变系统	11
2.2.3 集中转移随机跳变系统	12
2.3 分散转移随机跳变系统状态过程的概率密度函数	13
2.4 集中转移随机跳变系统状态过程的概率密度函数	17
2.5 随机跳变系统状态过程概率方程	20
2.6 随机跳变系统的概率矩方程	22
2.6.1 非线性随机跳变系统的概率矩	22
2.6.2 线性随机跳变系统的概率矩	25
第3章 离散时间结构随机跳变系统概率分析	27
3.1 离散时间结构随机跳变系统数学模型	27
3.2 离散马尔可夫结构参数序列(链)	27
3.2.1 独立随机跳变系统	28
3.2.2 分散转移随机跳变系统	28
3.2.3 集中转移随机跳变系统	28
3.3 分散转移随机跳变系统状态过程的概率密度函数	29
3.4 集中转移随机跳变系统状态过程的概率密度函数	30

3.5	随机跳变系统状态过程概率方程	32
3.6	随机跳变系统的概率矩方程	33
3.6.1	非线性随机跳变系统的概率矩	33
3.6.2	线性随机跳变系统的概率矩	36
第4章	连续时间结构随机跳变系统最优估计	38
4.1	问题提出	38
4.1.1	数学模型	38
4.1.2	结构参数与状态向量的概率特性	39
4.1.3	结构参数与状态最优估计	40
4.2	后验概率密度方程	40
4.2.1	分散转移跳变系统后验概率密度方程	46
4.2.2	集中转移跳变系统后验概率密度方程	47
4.3	跳变时刻不可精确测定的最优状态估计	47
4.3.1	问题提出	47
4.3.2	最优滤波结构及算法	48
4.3.3	基于高斯逼近的最优滤波算法	49
4.3.4	结构随机跳变线性系统的最优滤波算法	50
4.4	具有乘性噪声的结构随机跳变线性系统最优估计	51
4.4.1	问题描述	51
4.4.2	最优滤波算法	52
4.4.3	仿真分析	55
4.5	两结构随机跳变线性系统的最优状态估计	57
4.5.1	问题描述	57
4.5.2	最优滤波器的结构与算法	57
4.5.3	带有间观测通道系统的最优状态估计	59
4.6	跳变时刻精确测定的最优状态估计	60
4.7	跳变时刻可精确测量的随机跳变系统状态估计	62
4.7.1	最优滤波器结构与算法	62
4.7.2	带有间观测通道系统的最优状态估计	63
4.8	随机跳变摄动系统的鲁棒 H_∞ 滤波器设计	64
4.8.1	问题描述	64
4.8.2	给定小时间参数的随机摄动跳变系统鲁棒 H_∞ 稳定性	65
4.8.3	给定小时间参数的随机跳变摄动系统鲁棒 H_∞ 滤波器设计	66
4.8.4	容许估计误差满足鲁棒 H_∞ 性能的小时间参数上界的确定	68
第5章	离散时间结构随机跳变系统最优估计	70
5.1	问题提出	70

5.2	离散时间随机跳变系统的结构辨识和状态估计	71
5.3	逼近最优估计	74
5.4	结构随机跳变线性系统的最优估计	76
5.4.1	带有乘性噪声的系统最优估计	76
5.4.2	仅带有加性噪声的系统最优估计	78
5.4.3	算法仿真研究	79
5.5	带有跳变干扰观测的系统最优估计	81
5.6	具有马尔可夫结构的随机跳变系统滤波算法	84
5.6.1	基本算法	84
5.6.2	算法仿真研究	87
5.7	基于结构随机跳变的弹目视线角速度自适应滤波算法	89
5.7.1	问题描述	89
5.7.2	最优随机跳变滤波算法	90
5.7.3	自适应随机跳变滤波算法	91
5.7.4	仿真结果与分析	93
第6章	结构随机跳变系统最优控制一般理论	95
6.1	问题提出	95
6.2	最优性准则	96
6.3	最大值原理	96
6.4	动态规划法	100
6.5	最小时间控制	106
6.6	基于代价函数整体最优的控制算法	107
6.6.1	问题描述	108
6.6.2	完全信息状态下的最优控制	108
6.6.3	不完全信息状态下的最优控制	114
第7章	结构随机跳变线性系统最优控制	117
7.1	完全信息情况下无约束条件的终值控制	117
7.1.1	最大值原理	117
7.1.2	动态规划法	120
7.2	不完全信息情况下无约束条件的终值控制	123
7.2.1	最大值原理	123
7.2.2	动态规划法	127
7.3	有约束条件的终值控制	130
7.4	局部最优控制	136
第8章	离散时间结构随机跳变系统最优控制	139
8.1	引言	139

8.2	完全信息情况下结构随机跳变线性系统最优控制	139
8.3	不完全信息情况下结构随机跳变线性系统最优控制	145
8.3.1	问题描述	145
8.3.2	最优控制算法一	146
8.3.3	最优控制算法二	150
8.4	具有乘性/加性噪声的结构随机跳变线性系统最优控制	165
8.4.1	问题描述	165
8.4.2	有限终止时间情形	166
8.4.3	无限终止时间情形	169
第9章	离散时间结构随机跳变系统稳定性	171
9.1	引言	171
9.2	主要算子	171
9.3	均方稳定性 MSS: 齐次情形	173
9.3.1	主要结论	174
9.3.2	定理 9.1 的证明	176
9.3.3	均方稳定性局部验证的条件	177
9.4	MSS: 非齐次情形	180
9.4.1	主要结论	180
9.4.2	广义稳态转入序列	181
9.4.3	l_2 扰动情形	184
9.5	均方可稳定性和可测性	185
9.6	马尔可夫参数不完全已知的稳定性	186
9.6.1	主要结论	189
9.6.2	几乎必然收敛结论的应用	191
9.7	离散马尔可夫跳变系统的比较原理	193
9.7.1	定义和问题描述	193
9.7.2	依概率稳定性	194
9.7.3	p 阶矩稳定性	196
第10章	连续时间结构随机跳变系统稳定性	198
10.1	定义和问题描述	198
10.2	稳定性定理	199
10.3	鲁棒稳定性	203
10.4	具有维纳噪声系统的稳定性	204
10.5	奇异扰动线性跳变系统随机稳定性判据	207
10.5.1	问题描述	207
10.5.2	主要结果	208

10.6 连续马尔可夫跳变系统的比较原理	210
10.6.1 定义和问题描述	210
10.6.2 比较原理	211
10.6.3 稳定性	212
10.6.4 M -矩阵判据	215
10.6.5 例子	216
第 11 章 结构随机跳变系统鲁棒控制	218
11.1 引言	218
11.2 离散时间马尔可夫跳变系统 H_∞ 控制 ^[157]	218
11.2.1 定义和问题描述	218
11.2.2 鲁棒随机稳定	219
11.2.3 鲁棒扰动情形	222
11.3 离散时间马尔可夫跳变系统鲁棒方差控制	226
11.3.1 问题描述	226
11.3.2 稳定性分析	227
11.3.3 H_∞ 性能	231
11.3.4 方差分析	232
11.3.5 鲁棒状态反馈控制器设计	233
11.3.6 最小方差鲁棒 H_∞ 控制	234
11.3.7 仿真实例	235
11.4 随机跳变摄动系统的鲁棒 H_∞ 控制研究	236
11.4.1 问题描述	236
11.4.2 随机跳变摄动系统的鲁棒 H_∞ 稳定性判据	237
11.4.3 具有鲁棒 H_∞ 控制的闭环稳定的容许小时间参数上界	239
11.4.4 鲁棒 H_∞ 反馈控制器设计	241
11.5 连续时间马尔可夫跳变系统 H_∞ 控制	242
11.5.1 问题描述	242
11.5.2 状态反馈鲁棒 H_∞ 控制 ^[63]	245
11.5.3 输出反馈鲁棒 H_∞ 控制	246
11.6 连续时间马尔可夫跳变系统鲁棒方差控制 ^[118]	252
11.6.1 问题描述	252
11.6.2 系统分析	253
11.6.3 控制器设计	257
11.6.4 连续时间双线性马尔可夫跳变系统鲁棒方差控制	258
11.6.5 最优鲁棒方差控制器设计	263
11.6.6 仿真实例	264

第 12 章 结构随机跳变系统最优估计与最优控制应用实例	266
12.1 太阳能接收机控制问题	266
12.2 弹载被动系统测距算法	267
12.2.1 被动系统距离估计模型	268
12.2.2 基于结构随机跳变最优滤波理论的被动系统距离估计算法	269
12.2.3 仿真验证	275
12.3 对抗条件下空空导弹制导控制问题	276
12.3.1 问题描述	276
12.3.2 最优控制器设计	278
12.3.3 制导律分析	279
12.3.4 仿真分析	280
12.4 临近空间高超声速飞行器巡航段纵向控制问题	282
12.4.1 临近空间飞行器巡航段纵向运动模型	282
12.4.2 临近空间飞行器的纵向动态特性分析	284
12.4.3 临近空间飞行器鲁棒方差控制	287

第 1 章 绪 论

1.1 结构随机跳变系统研究和发展现状

在实际工程问题中,存在着大量由于随机突变现象引起系统状态及参数跳变的动力学系统,诸如互连子系统的变化、外部环境条件等的突变而引起系统参数的改变等。特别是在军事领域,由于对抗和反对抗的矛盾愈演愈烈,通常人为地使控制系统的结构和参数产生随机突变,以躲避对方的跟踪及干扰。人们通过大量的研究发现,这种结构随机变化规律通常遵循马尔可夫过程的变化规律,故此类系统又称为结构随机跳变系统,或马尔可夫跳变系统。1961 年 Kasovskii 和 Lidskii^[1] 最早作为一个数学分析的算例提出了该类模型,但没有实际的应用背景,真正将其应用于实际控制问题中来的是 Swarder^[2],他于 1969 年首次从随机最大值原理的角度讨论了具有马尔可夫跳变参数混合系统的最优控制问题,并将其应用于太阳能接收器上,成功地解决了其控制问题。1971 年 Wonham^[3] 提出了随机控制系统的动态规划问题,并成功地应用到线性跳变系统的最优控制中。在随后的 20 年中,连续时间马尔可夫跳变系统的随机稳定性问题包括概率可控、可镇定、可观测以及最优控制策略等都得到了较充分的研究^[4-7]。到了 20 世纪 90 年代,连续时间马尔可夫跳变系统控制问题的研究形成了比较完整的理论体系^[4]。其后,研究人员将研究方向推广到更一般的形式,如离散时间马尔可夫跳变系统^[8-13],非线性跳变系统^[14,15]等。同时,人们将上述理论广泛应用到航空航天飞行器的容错控制^[4]、太阳能接收器^[2]、飞行机动目标跟踪^[16]以及制造系统中的最优制造^[17-20]、导弹的制导与控制^[21-31]等领域中。

1.1.1 结构随机跳变系统基本模型

马尔可夫跳变系统由其系统状态和模态描述,前者属于一个欧几里得空间 $\mathbb{R}^n$,后者属于离散事件有限状态空间 S 。根据其系统状态可将其分为连续时间马尔可夫跳变系统和离散时间马尔可夫跳变系统。下面分别给出这两种基本模型。

1) 连续时间马尔可夫跳变系统基本模型^[4]

定义 r_t 为完备概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{F}_{t \geq 0}, \mathcal{P})$ 上的连续时间马尔可夫过程,并取值于离散事件有限状态空间 $S = \{1, 2, \dots, l\}$, $s_t = i \in S$ 称为系统的一个模态。其中 Ω 为样本空间, $\mathcal{F}$ 为 σ -代数, $\mathcal{F}_{t \geq 0}$ 为 $\mathcal{F}$ 的子 σ -代数簇,它满足一般性条件。 $\mathcal{P}$ 为概率测度。则一个连续时间马尔可夫跳变系统的基本模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), s_t, t) \\ y(t) = h(x(t), s_t, t) \end{cases} \quad (1.1.1)$$

式中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, 是欧几里得向量空间变量; $f(\cdot): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times S \rightarrow \mathbb{R}^n$, $h(\cdot): \mathbb{R}^n \times S \rightarrow \mathbb{R}^p$, 且满足一般增长和平滑性条件^[4]。用 $\phi_t \in \mathbb{R}^n$ 表示系统模态变量 s_t 的示性

函数向量,即

$$\phi_{ii} = \begin{cases} 1, s_i = i \\ 0, s_i \neq i \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1.1.2)$$

这样跳变系统中的函数可以有如下三种表示:

$$f(\cdot, s_i), f(\cdot, \phi_i), \sum_{i=1}^N f_i(\cdot) \phi_{ii}$$

ϕ_i 的微分方程表示为

$$d\phi_i = \Pi' \phi_i dt + dM_i \quad (1.1.3)$$

式中: M_i 是 F -鞅; $\Pi = [\pi_{ij}]_{i,j \in S}$ 是跳变参数 s_i 的状态转移概率矩阵; s_i 的状态转移概率为

$$P\{s_{(t+\Delta)} = j \mid s_t = i\} = \begin{cases} \pi_{ij}\Delta + o(\Delta), & i \neq j \\ 1 + \pi_{ii}\Delta + o(\Delta), & i = j \end{cases} \quad (1.1.4)$$

式中: $\pi_{ij} \geq 0, j \neq i$, 且 $\pi_{ii} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N \pi_{ij}$ 。

2) 离散时间马尔可夫跳变系统基本模型^[12]

$s(k)$ 为定义在完备概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ 上的时齐马尔可夫链, $s(k) \in S = \{1, 2, \dots, l\}$, $s(k)$ 的状态转移概率矩阵表示为

$$P_i = P\{s(k+1) = j \mid s(k) = i\} \quad (1.1.5)$$

式中: $0 \leq p_{ij} \leq 1$, 且 $\sum_{j=1}^l p_{ij} = 1$ 。

则线性离散时间马尔可夫跳变系统模型可表示为

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(s(k))x_k + B(s(k))u_k \\ y_k = C(s(k))x_k \end{cases} \quad (1.1.6)$$

离散时间马尔可夫跳变系统的另一种表述方式^[32]:

假设系统结构参数为一具有 m 个状态的时齐马尔可夫链 Z , 为了便于描述, 不失一般性, 利用一正交指示函数 L 表示马尔可夫链 Z 的状态空间, 即

$$L = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \subseteq \mathbb{R}^m \quad (1.1.7)$$

马尔可夫链 Z 可以表示为

$$Z_k = \Pi Z_{k-1} + L_k \in \mathbb{R}^m \quad (1.1.8)$$

式中: $\Pi = [\pi_{ji}]_{\substack{1 \leq j \leq m \\ 1 \leq i \leq m}}$ 为 Z 的转移矩阵, 且有

$$\pi_{ji} = P(Z_k = e_j \mid Z_{k-1} = e_i) \quad (1.1.9)$$

式中: L_k 为 $(P, \sigma\{Z\})$ 鞅增过程。

系统状态 $x \in \mathbb{R}^n$ 由如下状态空间模型描述:

$$x_k = \sum_{j=1}^m \langle Z_k, e_j \rangle (A_j x_{k-1} + B_j u_{k-1}) \quad (1.1.10)$$

观测方程为

$$y_k = \sum_{j=1}^m \langle Z_k, e_j \rangle C_j x_{k-1} \quad (1.1.11)$$

由以上马尔可夫跳变系统模型可以看出马尔可夫跳变系统的一个显著特点是状态向量包括两个要素:一个是系统的物理状态 $x(t)$;另一个为结构参数 $s(t)$ (或 $s(k)$ 或 Z_k), 它决定系统在 t 时刻所处的模态, 是离散变化的。马尔可夫跳变系统与普通的线性系统的另一个不同之处在于马尔可夫跳变系统是个随机系统, 对于给定的初始状态及初始模态, 其状态轨线并不是确定的, 而是随着结构参数 $s(t)$ 变化而随机变化的。另外, 马尔可夫跳变系统与切换控制系统以及分段线性系统具有一定的关联性, 但存在根本性的区别: 在马尔可夫跳变系统中, 切换律不作为主动的控制律, 而是作为一种不确定的随机扰动因素来处理的。虽然马尔可夫跳变系统可以看成一般线性系统由单模态到多模态的一个推广, 但它们之间有着本质的差别。马尔可夫跳变系统的每个模态对应的子系统稳定, 并不能保证马尔可夫跳变系统稳定(均方意义下), 反之亦然^[33]。因此, 一般线性系统的研究结果并不能简单地移植到马尔可夫跳变系统中来, 这意味着对马尔可夫跳变系统的研究更具难度和挑战性。

1.1.2 结构随机跳变系统稳定性研究现状

稳定性是控制科学的一个重要基本概念, 也是早期马尔可夫跳变系统研究的重点之一。由于马尔可夫跳变系统是一类随机系统, 所以其稳定性描述主要有: 几乎处处稳定性 (Almost sure Stability) 和矩稳定性 (Moment Stability)。对于确定性系统, 很多文献通过使用 Lyapunov 第二方法来研究系统的稳定性, Lyapunov 函数方法是我们研究系统稳定性和可镇定性的基础。因此, 研究的焦点集中在如何将传统的 Lyapunov 稳定性理论扩展到随机马尔可夫跳变系统中^[34]。由于上述系统是马尔可夫切换的, 对此类系统的稳定性研究, 同确定性系统的分析方法有很大的不同。因此想要用 Lyapunov 第二方法来分析跳变系统的稳定性, 关键问题是要建立相应的随机 Lyapunov 第二方法稳定性定理。Mariton^[35,36]使用随机 Lyapunov 方法分析了线性连续马尔可夫跳变系统的均方稳定性, 得到了一类充分条件, 并且在 1988 年结合 Kronecker 积和 Lyapunov 指数方法, 给定一个简单的 Lyapunov 指数上界, 得到了保证系统几乎处处稳定的充分条件^[37]。随后, Feng^[38] 和 Fang^[39] 分别对连续和离散线性马尔可夫跳变系统建立了 Lyapunov 第二方法稳定性定理。2002 年, Fang^[40,41] 对连续时间马尔可夫跳变系统可镇定性做了系统、完善的研究, 利用 Kronecker 积和状态转移概率矩阵, 以耦合矩阵 Riccati 方程解的形式给出了保证系统二阶矩可镇定的条件, 并且根据马尔可夫链的遍历性, 给出了保证系统几乎处处可镇定的充分条件。但并不是所有的问题都可以用 Lyapunov 函数方法来分析其稳定性。在确定性系统中, 比较原理就是一类很重要的分析系统稳定性的工具, 特别是针对复杂系统, 利用比较原理可以大大简化其稳定性分析过程。目前在马尔可夫跳变系统的比较原理研究方面文献不多。Luo^[42,43] 建立了具有泊松跳跃和马尔可夫切换时延系统的比较原理, 并应用比较原理得到了均方稳定性和指数稳定性判据。Byron 和 Ladde^[44] 运用比较原理研究

了一类随机迭代过程的收敛性问题,将系统的随机扰动分解为内部扰动和外部扰动,分别得到了 p 阶矩收敛和几乎肯定(Almost Sure)收敛定理。但这些判据计算条件复杂,不易验证。因此,基于比较原理的马尔可夫跳变系统稳定性分析方法还有待进一步研究。

1.1.3 结构随机跳变系统估计理论研究现状

和确定性系统的估计理论相比较,马尔可夫跳变系统估计理论就其内容而言要广泛和复杂得多,不仅包括对系统状态的估计,还包括对系统模态及转移概率矩阵等方面的估计。对于马尔可夫跳变系统的状态估计问题,国内外学者从 20 世纪 70 年代就开始进行了研究,并且取得了显著的成果^[45-51]。由于马尔可夫跳变线性系统的特点,在系统模态不能精确观测的情况下,要得到系统状态的最优估计值,其计算量与存储量将随时间的增长而呈指数增长,因而基本上是不可能实现的^[52]。为了减少计算与存储的代价,研究系统状态的次优估计算法就成为必然。自 20 世纪 80 年代以来,出现了多种次优估计算法,如检测估计算法、广义伪贝叶斯算法、交互多模型算法(IMM)等。Blom 与 Barshalom^[53]于 1988 年提出的 IMM 算法被认为是马尔可夫跳变线性系统最有效的次优估计算法,并且出现了多种改进的 IMM 算法。在假定系统模态已经确切可知的情况下,文献[4]和[12]分别研究了连续时间与离散时间马尔可夫线性系统的卡尔曼滤波问题。伴随着鲁棒控制与滤波理论研究的发展,近十年来,国内外学者针对不确定马尔可夫跳变线性系统及时滞不确定系统,深入研究了其鲁棒卡尔曼滤波及 H_∞ 滤波问题^[46-50]。文献[48]中考虑了一类不确定连续时间马尔可夫跳变线性系统的鲁棒卡尔曼滤波问题。Magdi S. Mahmoud^[47]等研究了一类时滞不确定连续时间马尔可夫跳变线性系统的鲁棒卡尔曼滤波问题。

另一方面,在进行系统状态估计时,必然也涉及系统模态的估计问题^[54,55],如何提高系统模态的估计精度,是马尔可夫跳变系统估计理论中要解决的另一个重要问题。R. J. Elliott 在这方面进行了大量的工作^[56-59],将隐马尔可夫链的估计方法引入到马尔可夫跳变系统的模态估计问题,提出了一类高斯混合估计算法,利用参考概率测度理论,给出了当系统噪声为高斯时系统状态和模态的估计算法。Allam^[60]等研究了基于点过程观测的系统模态估计问题,提出了系统模态估计算法。系统模态估计理论的研究目前大多还处于理论研究阶段,对于工程应用还有不小的差距,仍需进一步进行深入的研究。

1.1.4 结构随机跳变系统控制理论研究现状

Krasovskii 等^[1]第一次研究了马尔可夫跳变系统的 LQR 问题,即使得系统的代价函数

$$J = E \left[\int_0^T (x^T(t)Q(s(t))x(t) + u^T(t)R(s(t))u(t))dt \right] \quad (1.1.12)$$

最小化的最优控制问题。Wonham 等^[3]提出了一种比较好的动态规划方法,并把它推广到无限时间情形。Sworder 等^[2]应用随机最大值原理对有限时间的 LQR 问题进行了讨论。在一定的可控性条件下, Ji 等^[33]给出了当 $T < +\infty$ 时最优状态反馈控制器存在的条件。Manm 等^[61]在单模态系统的 LQR 问题中引入了具有时间加权的性能指标,期望通过时间因子 t^k 加权来补偿随时间增长的误差,从而减少调节时间,提高系统的性能。Boukas

等把具有时间加权的性能指标引入到马尔可夫跳变系统的优化控制中来^[62],以此为性能指标研究其次优二次调节器问题,给出了次优控制器存在的必要条件以及设计方法,并在此基础上把这个结果推广到参数不确定马尔可夫跳变系统^[63],研究了其时间加权保成本控制问题。

在实际控制问题中,由于建模误差、量测误差、逼近线性化、工作环境的变化等因素作用下系统中存在不确定性或摄动。因此,为了使马尔可夫跳变系统理论更完善,研究马尔可夫跳变系统的鲁棒控制也就显得十分必要。从来源看,系统不确定性一般可以划分为外部的不可预知干扰和系统的参数不确定性^[64]。Boukas 等^[65]研究了参数不确定马尔可夫跳变系统的鲁棒稳定性,文中考虑结构性摄动不确定性,讨论了切换参数存在不确定性的情形,给出了随机可镇定的充分条件及相应的反馈控制器。Souza 及 Fragos^[66]研究了具有非结构性摄动马尔可夫跳变系统的控制问题。刘飞等^[67]基于随机 Lyapunov 函数的方法,并结合 LMI 方法,分别提出依赖于模态的状态反馈和输出反馈控制,以保证相应闭环系统的严格正实性。此外,Fragsod 等^[68]利用 LMI 方法导出了当切换参数不完全已知时马尔可夫跳变系统均方稳定的充要条件。Liu 等^[69]及张利军等^[70]就切换规律可观测及不可观测两种情况分别导出了随机可镇定的判别条件。Costa 等^[71,72]和 Karan 等^[73]研究了对马尔可夫跳变系统的转移概率矩阵具有不确定性时系统的稳定性和控制问题。Junlin Xiong 等^[74]考虑了系统参数矩阵和切换参数同时存在不确定性的鲁棒稳定性问题,设计了反馈控制器,使得闭环系统对于所有允许的不确定性是二次均方稳定的。

上述结果都是以具有马尔可夫过程结构切换的确定系统为研究对象的,考虑到环境噪声,则须考虑如下的随机模型:

$$dx(t) = [A(s(t))x(t) + B(s(t))u(t)]dt + \sigma(x(t), s(t))dw(t) \quad (1.1.13)$$

其中: $w(t)$ 为维纳过程。Basak 等^[75]研究了一类具有线性漂移的多模态随机系统的渐近平坦性和依分布的稳定性。邓飞其^[76]研究了具有马尔可夫切换特性的 Itô 随机系统的均方稳定性,并设计了线性不确定系统的鲁棒镇定控制器。在状态存在定常时滞的情况下, Mao^[77]研究了非线性随机马尔可夫切换时滞系统均方指数稳定性问题,在一定的假设下给出了相应的稳定性判别准则。Boukas 等^[78]对参数不确定马尔可夫跳变系统讨论其鲁棒稳定性,在没有维纳过程假设下的标称系统是可镇定的情况下,得到了原系统鲁棒指数可镇定的充分条件。Wang 等^[79]对一类双线性的马尔可夫跳变系统进行了讨论,设计了状态反馈控制器,使得闭环系统在均方意义下指数稳定,并以一组 Riccati 方程给出了该鲁棒镇定问题可解的充分条件。孙敏慧等^[80,81]针对不确定马尔可夫切换系统,研究其鲁棒 H_∞ 控制和无记忆状态反馈控制器设计问题。李小勇等^[82]研究了一类带马尔可夫跳跃参数的离散时滞双线性系统的稳定性问题。吴森堂等针对马尔可夫跳变系统的滤波和控制进行了深入研究,并将其应用到飞行器障碍规避系统^[83]、导弹跟踪自动制导^[84]、目标反干扰跟踪等方面^[85],取得了许多有意义的研究成果。方洋旺、伍友利、王洪强等^[21-31,86-93]针对具有条件马尔可夫过程的马尔可夫跳变系统的滤波和控制进行了深入研究,并将其应用到导弹的制导与控制中。

1.2 结构随机跳变系统最优控制研究内容

结构随机跳变系统与一般单模型随机系统相比要复杂很多,主要原因是由于结构随

机跳变系统由多个单模型系统构成,其状态在演化过程中可能在各个单模型之间随机的发生跳变。因此,对此类系统最优控制的研究将更加困难,研究内容将更加丰富。

(1) 结构随机跳变系统的统计特性:由于结构随机跳变系统的结构参数、状态以及测量(输出)向量都是随机随机,因此,研究和分析其统计特性是研究随机系统其他问题(如状态估计、控制、稳定性等)的基础。

(2) 结构模态及状态向量最优估计:此项研究一直是信息处理的主要研究内容之一,而且有非常广泛的工程应用。在本书中,此项研究又是结构随机跳变系统最优控制理论研究的前提和基础,因此,对于随机系统的反馈控制问题,通常要求反馈向量是确定的、误差小的量,即需要通过最优状态估计获得的量。

(3) 最优控制:最优控制理论是研究结构随机跳变系统控制的主要理论之一,从 20 世纪 50 年代提出确定性系统最优控制理论以来,已获得非常广泛的工程应用。对于结构随机跳变系统来说,通常反馈控制设计和结构模态及状态向量最优估计不满足“分离定理”,即系统的控制器和状态估计器不能分开来设计,这样,许多满足“分离定理”的控制理论都难以直接应用到此系统的控制问题中,必须提出一套适合系统的最优控制理论,即结构随机跳变系统最优控制理论。

(4) 稳定性分析:此项研究一直是控制系统研究的基础问题。一个系统如果不稳定,它就无法正常工作,因此,对结构随机跳变系统的开环及闭环稳定性条件及稳定性判据是其重要研究内容。

(5) H_∞ 控制(次优控制):为了避免最优控制器过分依赖控制系统的精确数学模型的缺点,G. Zames 于 20 世纪 80 年代初提出 H_∞ 控制理论,之后很快得到广泛的研究,很快成为控制理论的一个研究分支,其理论被广泛的应用和推广到不同的系统中,在 20 世纪末,人们将其应用到结构随机跳变系统中,获得结构随机跳变系统 H_∞ 控制(次优控制)的一系列重要理论成果。因此,此项研究可以说是结构随机跳变系统控制理论的最新发展。

1.3 本书内容

全书共分 12 章。

第 1 章 绪论。介绍结构随机跳变系统最优控制理论的发展和研究现状,以及其主要研究内容。

第 2 章 连续时间结构随机跳变系统概率分析。介绍离散时间和连续时间结构随机跳变系统的概率分析,并着重介绍利用概率密度函数及概率矩来描述分散转移和集中转移结构随机跳变系统的离散马尔可夫结构参数和系统状态概率特征。

第 3 章 离散时间结构随机跳变系统概率分析。介绍离散时间结构随机跳变系统的概率分析,并着重介绍利用概率密度函数及概率矩来描述分散转移和集中转移结构随机跳变系统的离散马尔可夫链结构参数和离散时间系统状态概率特征。

第 4 章 连续时间结构随机跳变系统概率分析。详细介绍了连续时间结构随机跳变系统的最优滤波方法,首先推导了连续时间系统状态的后验概率密度方程,在此基础上获得了最优滤波算法的一般形式,然后,针对不同跳变结构的线性系统推导了最优滤波算法等。