全日制十年制学校

数学习题解答

初中第五册

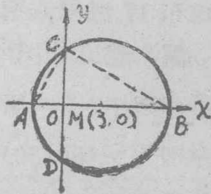
福建教育学院数学组编

目　录

第一章　直角坐标系

练习（第5页）

5．以点(3,0)为圆心，以5为半径作一圆，写出圆与坐标轴交点的坐标．



解：设所作的圆M与坐标轴的交点为A、B、C、D，则A、B的坐标分别为$(-2,0)$、$(8,0)$，C和D关于x轴对称，$\angle ACB=90°$．

$\because\ |OC|^2=|OA|\cdot|OB|$

$=2\times8=16$，$\therefore |OC|=4$，

$\therefore$ C、D的坐标分别为$(0,4)$、$(0,-4)$．

练习（第10页）

2．在y轴上 [illegible] 的距离是5，求点P的坐标．

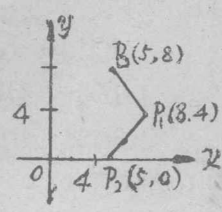
解：设P点的坐标为$(0,y)$，依题意，$|AP|=5$．

由两点间的距离公式，得

$$\sqrt{(0-4)^2+[y-(-6)]^2}=5,$$

即　$\sqrt{16+y^2+12y+36}=5$．解得$y_1=-3$，$y_2=-9$．

经检验，-3和-9都是原方程的根．故所求点P的坐标是$(0,-3)$或$(0,-9)$．



3．如果点$P_1(8,4)$与$P_2(5,k)$的距离是5，求k的值，并画图．

解：依题意，$|P_1P_2|=5$（如图）．

由两点间的距离公式，得

$$\sqrt{(5-8)^2+(k-4)^2}=5,$$

即 $\sqrt{9+k^2-8k+16}=5$.

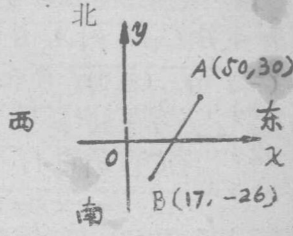
解得 $k_1=0$, $k_2=8$.

经检验，0 和 8 都是原方程的根，故 k 的值是 0 或 8 .

练习（第12页）

2. 甲船在某港口东 50 海里，北 30 海里处；乙船在同一港口东 17 海里，南 26 海里处．求甲、乙两船间的距离．

解：建立如图所示的直角坐标系，则甲、乙两船所在点的坐标分别为 $A(50,30)$、$B(17,-26)$,

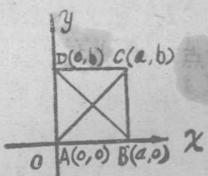


所以甲、乙两船间的距离为

$$|AB|=\sqrt{(17-50)^2+(-26-30)^2}=65.$$

答：甲、乙两船间的距离为 65海里．

3. 证明：矩形的两条对角线长相等．



证明：设矩形 $ABCD$ 的长 $AB=a$，宽 $AD=b$，建立如图所示的直角坐标系，则点 A、B、C、D 的坐标分别为 $(0,0)$、$(a,0)$、(a,b)、$(0,b)$，因此

$$|AC|=\sqrt{(a-0)^2+(b-0)^2}=\sqrt{a^2+b^2},$$

$$|BD|=\sqrt{(0-a)^2+(b-0)^2}=\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\therefore\ |AC|=|BD|.$$

练习（第16页）

2. 连结两点 $P_1(2,\ y)$ 和 $P_2(x,\ 6)$ 的线段中点是

(3，2)，求 x 和 y.

解：由 $\dfrac{2+x}{2}=3$，$\dfrac{y+6}{2}=2$，得

$x=4$，$y=-2$.

4. 连结 $P_1(1,1)$ 和 $P_2(3,7)$ 并延长到 P，使 $|P_1P|=3|P_1P_2|$，求 P 点的坐标.

解：设点 P 的坐标是 (x,y)，则由

$\dfrac{P_1P_2}{P_2P}=\dfrac{1}{2}$，得

$$3=\frac{1+\frac{x}{2}}{1+\frac{1}{2}},\qquad 7=\frac{1+\frac{y}{2}}{1+\frac{1}{2}}$$

$\therefore$ $x=7$，$y=19$，即点 P 的坐标是 $(7,19)$.

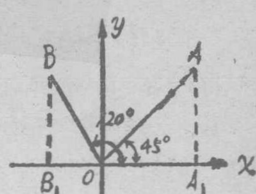
5. 已知 $P(-2,3)$ 是在 $P_1(-3,5)$ 和 $P_2(4,-9)$ 连结线段上的一个分点，求分比 λ 的值.

解：由已知得

$$\begin{cases} -2=\dfrac{-3+4\lambda}{1+\lambda}, \\ 3=\dfrac{5-9\lambda}{1+\lambda}. \end{cases}\quad \text{解得：} \lambda=\frac{1}{6}.$$

习 题 一

2. 如图，$OA=8$，$OB=6$，求 A 点和 B 点的坐标.



解：从 A、B 分别作 y 轴的平行线交 x 轴于 A_1、B_1.

设点 A 的坐标为 (x_1,y_1)，则由 $|OA_1|=|A_1A|=x_1=y_1$，得

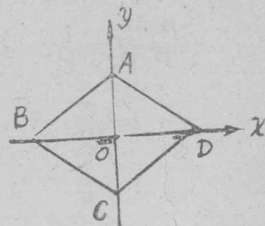
$2x_1^2=8^2$，$\therefore$ $x_1=y_1=4\sqrt{2}$；

再设点 B 的坐标为 (x_2, y_2)，则由 $|OB_1| = \frac{OB}{2} = 3$，得

$$3^2 + y_2^2 = 6^2, \quad \therefore \quad y_2 = 3\sqrt{3}.$$

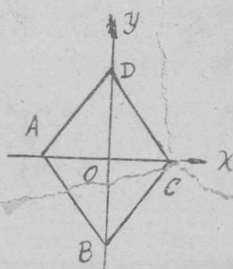
故 A、B 的坐标分别为 $(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$、$(-3, 3\sqrt{3})$.

4. 一个菱形每边的长是 5，一条对角线的长是 6，取两条对角线所在的直线作坐标轴，求四个顶点的坐标（有两种情况）.



解：设菱形 $ABCD$ 的边 $AB = 5$，对角线 $AC = 6$，

(1) 取对角线 BD 所在的直线作 x 轴，AC 所在的直线作 y 轴，则其四个顶点的坐标是 $A(0, 3)$，$B(-4, 0)$，$C(0, -3)$，$D(4, 0)$；



(2) 取对角线 BD 所在的直线作 y 轴，AC 所在的直线作 x 轴，则其四个顶点的坐标为 $A(-3, 0)$，$B(0, -4)$，$C(3, 0)$，$D(0, 4)$.

8. 求 x 轴上和点 $A(6, 4)$、$B(5, -3)$ 等距离的点的坐标，

解：设所求的点的坐标为 $(x, 0)$，依题意，得

$$\sqrt{(x-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (0+3)^2}.$$

解得 $x = 9$，故所求的点的坐标是 $(9, 0)$.

10. 三角形的三个顶点是 $A(2, 1)$、$B(-2, 3)$、$C(0, -1)$，求三条中线的长.

解：线段 AB 的中点是 $(0, 2)$，BC 的中点是 $(-1, 1)$，

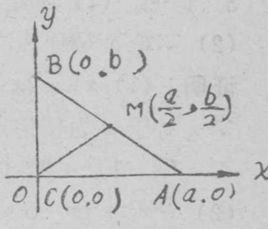
CA 的中点是 $(1,0)$，

$\therefore$ AB 边上的中线长为 $\sqrt{(2+1)^2}=3$,

BC 边上的中线长为 $\sqrt{(2+1)^2}=3$,

CA 边上的中线长为 $\sqrt{(1+2)^2+(0-3)^2}=3\sqrt{2}$.

13. 求证：直角三角形斜边的中点到三个顶点的距离相等.



证明：建立如图的直角坐标系，设 A 点的坐标是 $(a,0)$，B 点的坐标是 $(0,b)$，则斜边 AB 的中点 M 的坐标是 $\left(\frac{a}{2},\ \frac{b}{2}\right)$，

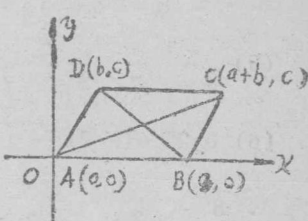
$$\left|OM\right|=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\left|AM\right|=\sqrt{\left(\frac{a}{2}-a\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2},$$

$$\left|BM\right|=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}-b\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2},$$

$\therefore$ $|OM|=|AM|=|BM|$.

14. 求证：平行四边形的对角线互相平分.



证明：取 $\square ABCD$ 的边 AB 所在的直线作 x 轴，顶点 A 作原点如图. 设 B 点的坐标为 $(a,\ 0)$，D 点的坐标为 $(b,\ c)$，则 C 点的坐标就是 $(a+b, c)$.

$\because$ 对角线 AC 的中点是 $\left(\frac{a+b}{2},\ \frac{c}{2}\right)$，

对角线 BD 的中点也是 $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

$\therefore$ $\square ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 互相平分.

复 习 题 一

3. 证明：(1) 不论 x 是什么实数，x^2-2x+3 都是正数；(2) 不论 x 是什么实数，$-x^2+4x-5$ 都是负数.

证明：(1) $x^2-2x+3=(x-1)^2+2$.

$\because$ 对于 x 为任何实数，都有 $(x-1)^2\geqslant 0$,

$\therefore$ $(x-1)^2+2>0$;

(2) $-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$.

$\because$ 对于 x 为任何实数，都有 $-(x-2)^2\leqslant 0$,

$\therefore$ $-(x-2)^2-1<0$.

8. 化简：

(1) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}-\frac{x+3}{(x+1)(x+2)}$;

(2) $\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}\right)\div\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$;

(3) $\frac{a}{1+\frac{1}{a}}-\frac{1}{a+1}+1$; (4) $\frac{\sqrt{20}}{8}-\sqrt{\frac{9}{5}}+\frac{5}{\sqrt{45}}$;

(5) $\frac{1}{3+\sqrt{7}}-\frac{3}{2-\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{7}-5}{2}$;

(6) $0.25\times(-2)^2-4\div(\sqrt{6}-1)^0-\left(\frac{1}{6}\right)^{-\frac{1}{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

(7) $\sqrt{5-\sqrt{24}}$;

(8) $\dfrac{\sqrt[3]{5^{-\frac{3}{2}}\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-3}}}{(\sqrt{5}-1)^{2}}$；　(9) $\dfrac{\sqrt[4]{a^{-2}b^{3}}\cdot\sqrt[3]{a^{4}b^{-2}}}{\sqrt{a^{5}b^{-2}}}$；

(10) $\lg 4+\lg 9+2\sqrt{(\lg 6)^{2}-2\lg 6+1}$；

(11) $\frac{1}{2}\lg 25+\lg 2+\lg\sqrt{10}+\lg 0.01$；

(12) $\lg 2\lg 2.5+\lg 0.2\lg 40$.

解：(1) 原式 $=\dfrac{(x+2)-(x+1)-(x+3)}{(x+1)(x+2)}=-\dfrac{1}{x+1}$；

(2) 原式 $=\dfrac{a(a+b)-a^{2}}{(a+b)^{2}}\times\dfrac{(a+b)(a-b)}{a(a-b)-a^{2}}=\dfrac{b-a}{a+b}$；

(3) 原式 $=\dfrac{a^{2}}{a+1}-\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{a+1}{a+1}=\dfrac{a^{2}+a}{a+1}=a$；

(4) 原式 $=\dfrac{2\sqrt{5}}{8}-\dfrac{3}{5}\sqrt{5}+\dfrac{5}{15}\sqrt{5}=\dfrac{1}{4}\sqrt{5}-\dfrac{3}{5}\sqrt{5}$

$+\dfrac{1}{3}\sqrt{5}=-\dfrac{\sqrt{5}}{60}$；

(5) 原式 $=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}+\dfrac{3(2+\sqrt{7})}{3}-\dfrac{\sqrt{7}-5}{2}=6$；

(6) 原式 $=\dfrac{1}{4}\times 4-4\div 1-\sqrt{6}+\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})=0$；

(7) 原式 $=\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$；

(8) 原式 $=\dfrac{\sqrt[3]{5^{\frac{3}{2}}}}{2(3-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{5}(3+\sqrt{5})}{8}=\dfrac{5+3\sqrt{5}}{8}$；

(9) 原式 $=\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}\,b^{\frac{3}{4}}\,a^{\frac{4}{3}}\,b^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{2}}\,b^{-1}}=a^{-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{5}{2}}\,b^{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}+1}$

$=a^{-\frac{5}{3}}\,b^{\frac{13}{12}}=\dfrac{b\sqrt[12]{b}}{\sqrt[3]{a^{5}}}=\dfrac{b}{a^{2}}\sqrt[3]{a}\sqrt[12]{b}$；

(10) 原式 $=\lg 36+2(1-\lg 6)=2\lg 6+2-2\lg 6=2$；

(11) 原式 $=\lg 5+\lg 2+\frac{1}{2}-2=1+\frac{1}{2}-2=-\frac{1}{2}$；

(12) 原式 $=\lg 2\lg\frac{10}{4}+\lg\frac{2}{10}\lg(4\times 10)=-1$.

12. 解方程组：

(1) $\begin{cases} cx+y=2c+1, \\ x-cy=2-c, \end{cases}$ 求x、y；

(2) $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2, \end{cases}$ $(a_1b_2\neq a_2b_1)$ 求x、y；

(3) $\begin{cases} \frac{5x+3y}{4}+\frac{y+2x}{3}=3, \\ \frac{5x+3y}{4}-\frac{y+2x}{3}=1; \end{cases}$

(4) $\begin{cases} \frac{2}{x-3}+\frac{5}{2y+3}=-4, \\ \frac{6}{x-3}-\frac{2}{2y+3}=5; \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 5x-7y=-10, \\ 9y+4z=1, \\ 3x+8z=-4; \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x^2-xy+2=0, \\ 2x-y=1; \end{cases}$ (7) $\begin{cases} 3x^2+5x-8y=36, \\ 2x^2-3x-4y=3. \end{cases}$

解：(1) $\begin{cases} cx+y=2c+1, & ① \\ x-cy=2-c; & ② \end{cases}$

由$c\times①+②$得$(c^2+1)x=2(c^2+1)$,

$\therefore\ x=2$，代入①，得$y=1$；

(2) $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & ① \\ a_2x+b_2y=c_2; & ② \end{cases}$

由$b_2\times①-b_1\times②$得$(a_1b_2-a_2b_1)x=b_2c_1-b_1c_2$,

$\because\ a_1b_2-a_2b_1\neq 0$，$\therefore x=\frac{b_2c_1-b_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1}$；

同样可得$y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}$；

(3) $\begin{cases}\dfrac{5x+3y}{4}+\dfrac{y+2x}{3}=3, & ①\\[2ex] \dfrac{5x+3y}{4}-\dfrac{y+2x}{3}=1; & ②\end{cases}$

由①＋②及①－②得

$\begin{cases}5x+3y=8,\\ 2x+y=3.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=1;\end{cases}$

(4) $\begin{cases}\dfrac{2}{x-3}+\dfrac{5}{2y+3}=-4, & ①\\[2ex] \dfrac{6}{x-3}-\dfrac{2}{2y+3}=5; & ②\end{cases}$

由2×①＋5×②得$\dfrac{34}{x-3}=17$，$x=5$，

3×①－②得$\dfrac{17}{2y+3}=-17$，$y=-2$.

∴ 原方程组的解是$\begin{cases}x=5,\\ y=-2;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}5x-7y=-10, & ①\\ 9y+4z=1, & ②\\ 3x+8z=-4; & ③\end{cases}$

由③，得$z=\dfrac{-4-3x}{8}$，代入②，得

$$y=\frac{1-4\times\left(\dfrac{-4-3x}{8}\right)}{9}=\frac{2+x}{6},$$

再代入①，得

$5x-\frac{7(2+x)}{6}=-10$，$x=-2$，代入③，得$z=\frac{1}{4}$，

再代入②，得$y=0$.

∴ 原方程组的解是$\begin{cases} x=-2, \\ y=0, \\ z=\frac{1}{4}; \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x^2-xy+2=0, & ① \\ 2x-y=1; & ② \end{cases}$

把②$y=2x-1$代入①得

$x^2-x(2x-1)+2=0$,

∴ $x_1=2$，$x_2=-1$，分别代入②，得$y_1=3$，$y_2=-3$.

∴ 原方程组的解是$\begin{cases} x_1=2, \\ y_1=3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=-1, \\ y_2=-3; \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 3x^2+5x-8y=36, & ① \\ 2x^2-3x-4y=3。 & ② \end{cases}$

由$2\times$①$-3\times$②，得$19x-4y=63$，$y=\frac{19x-63}{4}$，代入②得$2x^2-3x-(19x-63)=3$，$2x^2-22x+60=0$.

∴ $x_1=5$，$x_2=6$，分别代入①，得$y_1=8$，$y_2=\frac{51}{4}$.

∴ 原方程组的解是$\begin{cases} x_1=5, \\ y_1=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x_2=6, \\ y_2=\frac{51}{4}. \end{cases}$

13．k为何值时，方程$(k-1)x^2-2x+3=0$有不相等的两个实数根？有相等的两个实数根？没有实数根？

解：$\Delta=(-2)^2-4\times3(k-1)=-12k+16$.

令$-12k+16>0$，得$k<\frac{4}{3}$时，方程有不相等的两个实

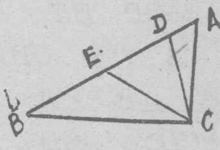
数根；

令 $-12k+16=0$，得 $k=\frac{4}{3}$ 时，方程有相等的两个实数根；

令 $-12k+16<0$，得 $k>\frac{4}{3}$ 时，方程没有实数根.

15．在直角三角形 ABC 的斜边 AB 上取 D、E 两点，使 $AE=AC$，$BD=BC$，求 $\angle DCE$.

解：如图，



$$\left.\begin{array}{l} AE=AC\Rightarrow\angle AEC=\angle ACE \\ BD=BC\Rightarrow\angle BDC=\angle BCD \\ \angle ACE+\angle BCD-\angle DCE=90 \end{array}\right\}$$

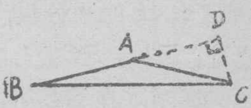
$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow\angle AEC+\angle BDC-\angle DCE=90^\circ \\ \angle AEC+\angle BDC+\angle DCE=180^\circ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow\angle DCE+90^\circ+\angle DCE=180^\circ$$

$$\Rightarrow\angle DCE=45^\circ.$$

16．等腰三角形的腰长等于5cm，底角等于15°，求腰上的高.

解：作腰 AB 上的高 CD.

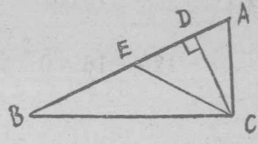


$$\left.\begin{array}{l} \angle B=\angle C=15^\circ\Rightarrow\angle CAD=30^\circ \\ \qquad\qquad\qquad\quad \angle ADC=90^\circ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow CD=\frac{AC}{2}=\frac{5}{2}=2.5(\text{cm}).$$

17．在直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，CD、CE 分别是斜边 AB 上的高和中线，且 $\angle BCD$ 与 $\angle ACD$ 的比为3:1。求证：$CD=DE$.

证明：
$$\left.\begin{aligned}\angle C=90^\circ\\ AE=EB\end{aligned}\right\}\Rightarrow AE=CE$$



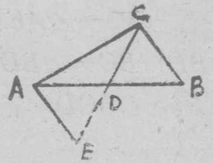
$$\left.\begin{aligned}\Rightarrow\angle AEC=180^\circ-2\angle A\\ \angle D=90^\circ\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\Rightarrow\angle AEC=180^\circ-2(90^\circ-\angle ACD)\\ \frac{\angle BCD}{\angle ACD}=3\Rightarrow\frac{90^\circ}{\angle ACD}=4\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\angle DEC=2\times\frac{90^\circ}{4}=45^\circ=\angle DCE$$

$\Rightarrow CD=DE$.

18. 已知：CD是$\triangle ABC$的中线，$\angle B>\angle A$. 求证：$\angle BCD>\angle ACD$.

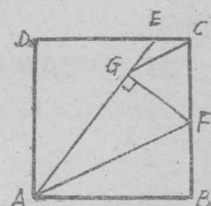


证明：延长CD到E，使$CD=DE$.

$$\left.\begin{aligned}\left.\begin{aligned}AD=DB\\ CD=DE\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{cases}BC=AE\\ \angle BCD=\angle AEC\end{cases}\\ \angle B>\angle A\Rightarrow AC>BC\end{aligned}\right\}$$

$\Rightarrow AC>AE\Rightarrow\angle BCD>\angle ACD$.

21. 已知：$ABCD$是正方形，E是CD上的一点，$AE=BC+CE$，AF是$\angle BAE$的平分线，AF交BC于F. 求证：$BF=FC$.



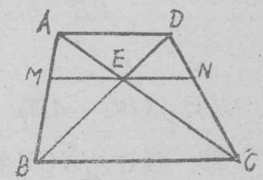
证明：在AE上截取$EG=EC$.

$$\left.\begin{aligned}\left.\begin{aligned}AB&=BC\\ AE&=BC+CE\\ EG&=EC\end{aligned}\right\}\Rightarrow AB=AG\\ AF=AF\\ \angle BAF=\angle GAF\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}\triangle ABF\cong\triangle AGF\\ \angle B=90^\circ\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} BF=GF \\ \angle B=\angle AGF=90^\circ \end{array}\right. \left.\begin{array}{r} \\ \angle EGC=\angle ECG \end{array}\right\}\Rightarrow\angle FCG=\angle FGC$$

$$\left.\begin{array}{l}\Rightarrow FC=FG \\ BF=FG\end{array}\right\}\Rightarrow BF=FC.$$

23. 已知：梯形$ABCD$，$ADBC$，对角线AC和BD交于E点，过E作平行于底的直线交AB于M，交CD于N，求证：$ME=EN$.



证明：

$AD\parallel BC\Rightarrow\triangle AED\backsim\triangle CEB$

$$\Rightarrow\frac{EC}{AE}=\frac{EB}{DE}\Rightarrow\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{DB};$$

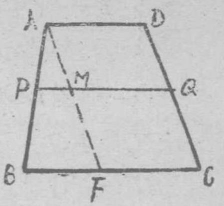
$$MN\parallel BC\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\triangle AEM\backsim\triangle ACB\Rightarrow\dfrac{ME}{BC}=\dfrac{AE}{AC} \\ \triangle DEN\backsim\triangle DBC\Rightarrow\dfrac{EN}{BC}=\dfrac{DE}{DB}\end{array}\right. \left.\begin{array}{r} \\ \\ \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{DE}{DB}\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow\frac{ME}{BC}=\frac{EN}{BC}\Rightarrow ME=EN.$$

24. 在梯形$ABCD$中，平行于底的直线与腰AB、DC相交于P、Q，若$AP:PB=m:n$，求证：

$$PQ=\frac{m\cdot BC+n\cdot AD}{m+n}.$$

证明：过A作$AF \parallel DC$交BC于F、交PQ于M.



$$\left.\begin{array}{r} AD \parallel MQ \parallel FC \\ AF \parallel DC \end{array}\right\} \Rightarrow MQ = AD = FC;$$

$$\left.\begin{array}{l} PM \parallel BF \Rightarrow \triangle APM \backsim \triangle ABF \Rightarrow \dfrac{PM}{BF} = \dfrac{AP}{AB} \\ \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{m}{n} \Rightarrow \dfrac{AP}{AB} = \dfrac{m}{m+n} \\ PQ = PM + AD \end{array}\right|$$

$$\Rightarrow PQ = (BC - AD)\ \frac{m}{m+n} + AD = \frac{m \cdot BC + n \cdot AD}{m+n}.$$

25．经过$\angle XOY$的平分线上的一点A，任作一直线与OX及OY分别相交于P、Q．求证：$\dfrac{1}{OP} + \dfrac{1}{OQ}$等于定值．

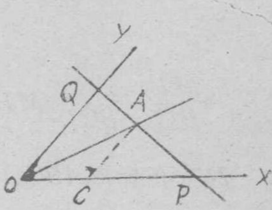
证明：作$AC \parallel OY$交OP于C，则

$$\frac{PA}{AQ} = \frac{PC}{CO} = \frac{OP - OC}{OC},$$

又 $\because$ $\dfrac{PA}{AQ} = \dfrac{OP}{OQ}$,

$\therefore$ $\dfrac{OP - OC}{OC} = \dfrac{OP}{OQ}$,

$$\frac{1}{OP} + \frac{1}{OQ} = \frac{1}{OC}.$$

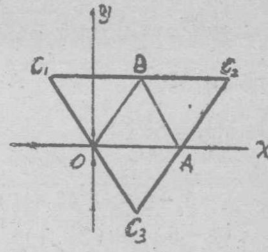


$\because$ OC为定值,

$\therefore$ $\dfrac{1}{OP} + \dfrac{1}{OQ}$为定值.

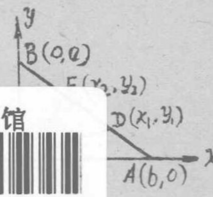
26．一个平行四边形三个顶点的坐标是(0,0)、(4,0)、(2,3)，求第四个顶点的坐标（有三种情形）.

解：设平行四边形的三个顶点为$O(0,0)$，$A(4,0)$，$B\ (2,3)$，则根据平行四边形的性质，得所求平行四边形的第四个顶点为$C_1(6,3)$，$C_2(-2,3)$，$C_3(2,-3)$。



32. 设直角三角形ABC的斜边AB的三等分点为D、E，证明：

$$CD^2+CE^2+DE^2=\frac{2}{3}AB^2$$



证明：如图建 系，设D、E点的坐 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)，则得

$$D\left(\frac{2}{3}b,\ \frac{1}{3}a\right),\ E\left(\frac{1}{3}b,\ \frac{2}{3}a\right),$$

$$\therefore\ CD^2=\left(\frac{2}{3}b\right)^2+\left(\frac{1}{3}a\right)^2=\frac{1}{9}(4b^2+a^2),$$

$$CE^2=\left(\frac{1}{3}b\right)^2+\left(\frac{2}{3}a\right)^2=\frac{1}{9}(b^2+4a^2),$$

$$DE^2=\left(\frac{1}{3}b-\frac{2}{3}b\right)^2+\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}a\right)^2$$

$$=\frac{1}{9}(a^2+b^2),$$

$$\therefore\ CD^2+CE^2+DE^2=\frac{2}{3}(a^2+b^2)=\frac{2}{3}AB^2.$$

33. 已知ΔABC的顶点是$A(5,-1)$、$B(-1,7)$、