



自主创新
方法先行

离散数学

杨炳儒 谢永红 刘宏岚 洪源 罗熊 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

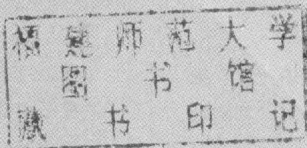


自主创新
方法先行

离散数学

杨炳儒 谢永红 刘宏岚 洪源 罗熊 编著

LISAN
SHUXUE



1034600



T1034600



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是创新方法工作专项项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践——KM 教学法的研究与实践”的主要研究成果之一。本书共分 4 篇：第 1 篇为数理逻辑，包括命题逻辑和谓词逻辑；第 2 篇为集合论，包括集合、二元关系、函数、集合的基数；第 3 篇为代数结构，包括代数系统、群论初步、格与布尔代数；第 4 篇为图论，包括图的基本概念、图的连通性、图的矩阵表示和特殊图等。本书每章均有本章小结、相关知识点的思维形式注记图和扩展阅读，每篇均有本篇知识逻辑结构图，力图在内容、体例等方面形成新的模式。

本书可作为高等学校计算机及相关专业离散数学课程教材，也可供相关的教学科研人员与工程技术人员参考。

图书在版编目 (C I P) 数据

离散数学/杨炳儒等编著. -- 北京:高等教育出版社,2012.8

ISBN 978-7-04-034589-6

I. ①离… II. ①杨… III. ①离散数学-高等学校-教材 IV. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 161899 号

策划编辑 刘 艳 责任编辑 刘 艳 封面设计 于 涛 版式设计 杜微言
插图绘制 尹 莉 责任校对 刘丽娴 责任印制 张泽业

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 中国农业出版社印刷厂
开 本 850mm×1168mm 1/16
印 张 27
字 数 590 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
版 次 2012 年 8 月第 1 版
印 次 2012 年 8 月第 1 次印刷
定 价 39.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 34589-00

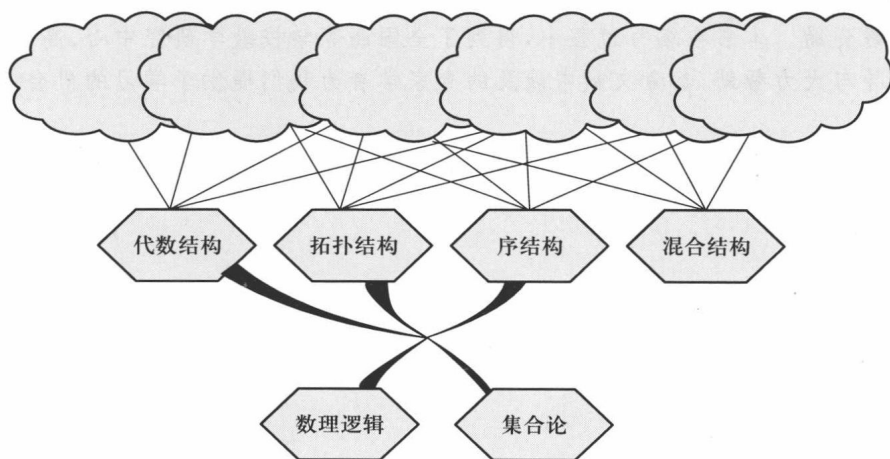
前言

离散数学是构筑于数学和计算机学科之间的桥梁,是计算机学科的重要基础,是程序设计语言、数据结构、操作系统、编译技术、人工智能、数据库技术等计算机专业课程必不可少的先修课程。通过对离散数学的学习,不仅可以掌握处理离散结构的工具和方法,为后续课程的学习创造条件,还可以提高抽象思维和严格的逻辑推理能力,为将来参与创新性研究和开发工作打下坚实的基础。

本书是富有挑战性、探索性的教学改革产物,试图在内容、体例等方面打破一般离散数学教材的固有形态,形成融入创新性教学理念、教学方法、教学组织与认知科学的色彩鲜明的新模式。

1. 本书是在我们提出的基于创新性教学思想的认知结构教学论(亦称 KM 教学论)指导下编著而成的,力求体现新教学论的内涵,即“双图融合”的教学机制、“教学回路”的教学模式、“立体结构”的教学内容,以及“三段论式”的教学方法等。

2. 本书力求突破传统的将离散数学视为“拼盘结构”的理念,吸纳布巴基学派试图统一数学而提出的结构主义理论的合理内核,形成“结构关联”的新理念。即将数理逻辑和集合论作为奠定离散数学乃至整个数学理论基础的两大基石,其上生长着代数结构、序结构、拓扑结构和混合结构,这四大结构涵盖与生长出许多数学分支,同时各分支间交叉融合,又形成了许多新的数学分支,故而形成了如下图所示的庞大的离散数学乃至全部数学的理论体系。



离散数学(数学)理论体系

3. 本书具有全新的模式,其演绎铺展的路径如下:篇引论(树形结构图)—章粗概图—章应用概图—按节展开(核心知识点、嵌入思维形式注记图、每节小结)—章习题类化(常见题型解析)—章知识逻辑结构图—扩展阅读—习题—篇知识逻辑结构图。

本书主要介绍数理逻辑、集合论、代数结构、图论的基本知识及其内在联系,同时还给出了有关学习指导的内容,便于读者在使用本书时参考。

教师在使用本书时,可首先通过篇引论、章粗概图和章应用概图,让学生对篇章内容有一个粗略的了解,然后再按节展开,本着少而精的原则突出强调每节的核心知识点。在讲授过程中,可利用思维形式注记图帮助学生归纳整理解题方法、学习内容等,也可安排学生绘制思维形式注记图,使他们加深对知识的理解和记忆。此外,常见题型解析,对本章习题进行了归纳总结,可作为习题课的材料使用,也可安排学生自学;章知识逻辑结构图,可用于对本章知识点之间的逻辑关系进行总结,也可引导学生再进一步细化;“扩展阅读”部分,贯彻了历史的与逻辑的统一性教学法,强化了知识应用的环节,如果学时较少可安排学生自学,如果学时较多可适度讲解这一部分;习题部分,即给出通常意义下的练习题;最后的篇知识逻辑结构图,概括了本篇主要知识点之间的逻辑关系,有助于学生构建立体的知识优化结构。

本书适用于72~108学时的离散数学课程教学;如果学时较少,可以选择部分篇章的内容讲授。各篇学时安排建议如下:第1篇为20~30学时;第2篇为20~30学时;第3篇为16~24学时;第4篇为16~24学时。

本书是我们承担的创新方法工作专项项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践——KM教学法的研究与实践”(项目编号2009IM010400-2-01)的主要研究成果之一。项目负责人杨炳儒,确定了本书编写的指导思想与原则、体例与模式,并认真审改了全部书稿。本书的第1篇由谢永红主笔,第2篇由刘宏岚主笔,第3篇由洪源主笔,第4篇由罗熊主笔,谢永红承担了全书的统稿工作,研究生倪越超参与了部分校对工作。

本书得到“十二五”期间高等学校本科教学质量与教学改革工程建设项目和北京科技大学教材建设经费资助。本书在编写过程中,得到了全国高等学校教学研究中心、高等教育出版社等的具体指导与大力帮助,参考文献中涉及的专家学者为我们提供了学习的机会,在此一并致谢!

由于本书内容与形式的探索性,加上编著者水平有限,书中难免有错误与疏漏之处,敬请赐教!

作者

2012年3月于北京

目 录

绪论	1
----	---

第 1 篇 数理逻辑

第 1 章 命题逻辑	7
1.1 命题的基本概念	8
1.1.1 命题	8
1.1.2 命题的分类	9
1.1.3 命题标识符	9
1.2 联结词	10
1.2.1 否定联结词	10
1.2.2 合取联结词	11
1.2.3 析取联结词	12
1.2.4 蕴涵联结词	13
1.2.5 等价联结词	14
1.3 命题公式	16
1.3.1 命题公式的定义	16
1.3.2 命题公式的层次	17
1.3.3 命题公式的赋值与真值表	17
1.3.4 命题的符号化	20
1.4 命题公式之间的关系	22
1.4.1 命题公式之间的逻辑等价	22
1.4.2 等价置换	24
1.4.3 命题公式之间的逻辑蕴涵	29
1.5 对偶与范式	31
1.5.1 对偶	31
1.5.2 范式	33
1.5.3 主范式	35
1.6 命题逻辑推理理论	41
1.6.1 有效推理的概念	41

1.6.2 命题演算推证	43
1.7 常见题型解析	48
本章小结	51
扩展阅读	51
习题	60
第 2 章 谓词逻辑	65
2.1 谓词的基本概念	66
2.1.1 谓词和个体	66
2.1.2 量词	68
2.2 谓词公式与解释	71
2.2.1 谓词公式的定义	71
2.2.2 自由与约束	72
2.2.3 谓词公式的解释	74
2.2.4 谓词公式的类型	75
2.3 谓词公式之间的关系	76
2.3.1 谓词公式之间的逻辑等价	76
2.3.2 谓词公式之间的逻辑蕴涵	78
2.4 前束范式	80
2.4.1 前束范式的定义	80
2.4.2 前束合取范式和前束析取范式	82
2.5 谓词逻辑推理理论	83
2.5.1 谓词演算推证	83
2.5.2 谓词演算推证举例	85
2.6 常见题型解析	88
本章小结	93
扩展阅读	93

习题	97	本篇知识逻辑结构图	103
----------	----	-----------------	-----

第 2 篇 集 合 论

第 3 章 集合	107	4.3.6 关系的闭包运算	159
3.1 集合的概念与关系	107	4.4 等价关系与划分	167
3.1.1 集合的基本概念	107	4.5 相容关系与覆盖	173
3.1.2 集合表示法	108	4.6 偏序关系	177
3.1.3 集合之间的关系	109	4.7 常见题型分析	182
3.1.4 幂集和集族	111	本章小结	185
3.1.5 文氏图	113	扩展阅读	186
3.2 集合的运算与性质	114	习题	188
3.2.1 集合的运算	114	第 5 章 函数	192
3.2.2 集合的运算性质	115	5.1 函数的定义	192
3.2.3 有序对与笛卡儿积	120	5.2 函数的性质与分类	196
3.3 有限集合的计数	124	5.3 常用函数	200
3.4 常见题型分析	129	5.4 函数的运算	202
本章小结	131	5.4.1 复合运算	202
扩展阅读	132	5.4.2 逆运算	206
习题	133	5.5 常见题型解析	209
第 4 章 二元关系	137	本章小结	211
4.1 关系的概念	137	扩展阅读	212
4.1.1 关系的定义	138	习题	213
4.1.2 特殊的关系	138	第 6 章 集合的基数	216
4.1.3 关系的表示	139	6.1 基本概念	216
4.2 关系的性质	142	6.2 基数的比较	220
4.3 关系的运算	146	6.3 常见题型解析	224
4.3.1 定义域与值域	147	本章小结	225
4.3.2 限制与像	148	扩展阅读	226
4.3.3 逆运算	149	习题	226
4.3.4 复合运算	151	本篇知识逻辑结构图	228
4.3.5 关系的性质与运算的联系	156		

第 3 篇 代 数 结 构

第 7 章 代数系统	231	7.1.1 二元运算的定义	232
7.1 二元运算及其性质	232	7.1.2 二元运算的性质	232

7.2 代数系统	234	8.5 常见题型解析	263
7.2.1 定义和实例	234	本章小结	265
7.2.2 子代数系统与积代数系统	236	扩展阅读	266
7.2.3 代数系统的同态与同构	236	习题	270
7.3 常见题型解析	238	第9章 格与布尔代数	272
本章小结	240	9.1 格的一般性讨论	272
扩展阅读	240	9.1.1 格的定义	272
习题	243	9.1.2 格的性质	276
第8章 群论初步	245	9.1.3 格的同态与同构	279
8.1 群的定义及其性质	246	9.2 特殊的格	283
8.1.1 半群和独异点	246	9.3 布尔代数	287
8.1.2 群及其性质	247	9.3.1 布尔代数的定义	287
8.2 子群与陪集	249	9.3.2 亨廷顿公理	289
8.2.1 子群的定义与判定	249	9.3.3 布尔代数的子代数	292
8.2.2 陪集与拉格朗日定理	251	9.3.4 有限布尔代数	292
8.3 特殊的群——阿贝尔群、循环群和 置换群	255	9.3.5 布尔代数的同态与同构	295
8.3.1 阿贝尔群	255	9.4 常见题型解析	297
8.3.2 循环群	256	本章小结	302
8.3.3 置换群	258	扩展阅读	303
8.4 群的扩展——环与域	261	习题	306
		本篇知识逻辑结构图	308
		第4篇 图论	
第10章 图的基本概念	311	11.3 有向图的连通性	336
10.1 图的定义	312	11.4 常见题型解析	339
10.2 图的同构	317	本章小结	342
10.3 图与子图及其分类	318	扩展阅读	343
10.4 图的运算	321	习题	345
10.5 常见题型解析	322	第12章 图的矩阵表示	348
本章小结	324	12.1 邻接矩阵	348
扩展阅读	325	12.2 可达矩阵	352
习题	328	12.3 完全关联矩阵	354
第11章 图的连通性	330	12.4 常见题型解析	357
11.1 通路与回路	330	本章小结	360
11.2 无向图的连通性	332	扩展阅读	360

习题	362	13.4.4 平面图的对偶图	380
第 13 章 特殊图	366	13.5 树	381
13.1 欧拉图	367	13.5.1 树的定义及其相关术语	381
13.1.1 欧拉图的定义	367	13.5.2 树的性质	381
13.1.2 欧拉图的判定	367	13.6 生成树	383
13.2 哈密顿图	370	13.6.1 生成树的定义	383
13.2.1 哈密顿图的定义	370	13.6.2 最小生成树	385
13.2.2 哈密顿图的判定	370	13.7 根树	387
13.3 二分图	373	13.7.1 根树的定义	387
13.3.1 二分图及判别定理	373	13.7.2 二叉树	388
13.3.2 完备匹配	374	13.8 常见题型解析	396
13.4 平面图	376	本章小结	403
13.4.1 平面图的概念	376	扩展阅读	404
13.4.2 欧拉公式	377	习题	407
13.4.3 平面图的判定	378	本篇知识逻辑结构图	411
名词与术语索引表	412		
参考文献	420		

绪 论

1. 离散数学发展的历史回顾

离散数学的发展同数学总体的发展相伴随:17世纪,由于资产阶级革命,生产力得到迅速发展,自然科学日益繁荣.与此同时,数学发生了革命性的变化,符号代数和解析几何产生了,变量进入了数学,从而描述运动和过程的微积分建立起来了.由于数学方法在认识自然和发展技术中起着重要的作用,因此人们试图将数学方法推广到其他领域中去.当时的莱布尼茨(G. W. Leibniz)就曾设想创造一种通用语言,用它将一切哲学中(至少是逻辑学中)的概念表达出来,进而对符号进行处理,并得出结论.即设想提供可见和可感的媒介来引导思维,但他未能实现其想法.到了19世纪,布尔(G. Boole)创造了一套符号系统来表示逻辑推理中的基本概念,并且找到了对这些符号作运算时应遵循的规则,创立了“逻辑代数”.弗雷格(G. Frege)于1879年出版了名为《概念语言》的重要著作,标志着逻辑演算的出现,把标志着莱布尼茨思维演算化的思想在逻辑的层面上合理地实现了.同时弗雷格还引入了“量词”符号,弥补了亚里士多德逻辑的不完备性.近年来,复杂对象推理与计算机逻辑的发展,对离散数学进一步提出了在逻辑意义下进行拓展研究的要求.

离散数学的发展明显地受到三个方面的影响:其一,生产技术方面的影响.由于数学的推理与演算可还原为极简单、极机械的规则,便使人们考虑用机器代替人作某些演算和思考的可能性——这一思想诞生时曾遭到一些数学家的嘲笑.从某种意义上讲,电子计算机是数理逻辑与一些科学技术结合的成果.反过来,电子计算机的诞生又给抽象代数和数理逻辑等提出了新课题,大大推进其发展,并扩展其应用领域.例如,在制造方面,提出多端网络、时序网络、自动机逻辑网络等;在使用方面,发展程序设计理论就需要数理逻辑的能行性理论(递归函数论等).另外,由于生产技术的需要和数理逻辑自身的发展,把两个迥然不同的领域——一个是命题演算,一个是开关线路与继电器系统等若干逻辑设计问题——统一到了一起.其二,数学基础方面的影响.由于非欧几何的创立与现代数学集合论方法的出现,开辟了数理逻辑中的“四论”,即递归论、模型论、证明论和公理化集合论.它们研究相当广泛的一类数学对象以及数学中处理各具体对象的手段和方法.这种研究不仅对于数学基础是必要的,而且借助于它可得到一系列特别重要的数学结果,使抽象代数的若干理论问题可以利用模型论和递归论进行深入的分析,反映出抽象代数与数理逻辑之间的深刻联系.其三,数学总体内部各分支的影响.特别是现代数学各分支的数学思想、数学理论和方法,都强有力地作用于离散数学领域.例如,格论、环论、代数论及拓扑学等,都已成为构造抽象代数与图论等一般性理论的数学背景.反过来,离散数学的发展又深刻地作用于数学

内部.例如,从历史上看,布尔代数是格研究的开端,长期以来人们都认为表示这种代数系的代数类型与数系中的代数类型在实质上是截然不同的,但实际上布尔代数的理论与布尔格的理论等价.

抽象的离散数学有着广泛的客观原型:从哲学上讲,正是因为“思维过程与自然过程和历史过程是类似的”,“我们主观的思维和客观的世界都服从于同一的规律,因而两者在自己的结果中不能互相矛盾,而必须彼此一致,这个事实绝对地统治我们整个理论的思维”,离散数学才有着广泛的客观原型.离散数学的客观原型表现在思维领域(包括直觉的数学结构)和客观世界中,即把这些领域的某些方面做某种近似处理和某种对应之后,它们就表现为不同种类的、具体的理论系统.例如,一般布尔代数的客观原型深刻地体现在开关电路、命题结构和集合结构中;又如,随着信息时代的发展,图论作为网络技术的理论基础和研究工具的重要部分,正日益显现出其在计算机、通信、生物等诸多领域的强大活力.

离散数学发展史证明:尽管离散数学的有些部分是从数学理论本身的内在逻辑中必然生长起来的,但只有在它被发现能够真正反映客观现实时才会受到系统的研究而发展起来.本书所展现的离散数学理论及其应用,充分地证明了这样的结论.离散数学生命力的源泉在于它的概念和结论尽管极为抽象,但却如我们坚信的那样,它们来源于现实,并且在其他科学和技术中以及在人类社会全部生活实践中都有着广泛的应用.这一点,对于了解离散数学乃至一般科学都是很重要的.

2. 本书的理论基础

本书是在创新方法工作专项项目“科学思维、科学方法在高等学校教学创新中的应用与实践——KM 教学法的研究与实践”(项目编号 2009IM010400-2-01)的支持下完成的.

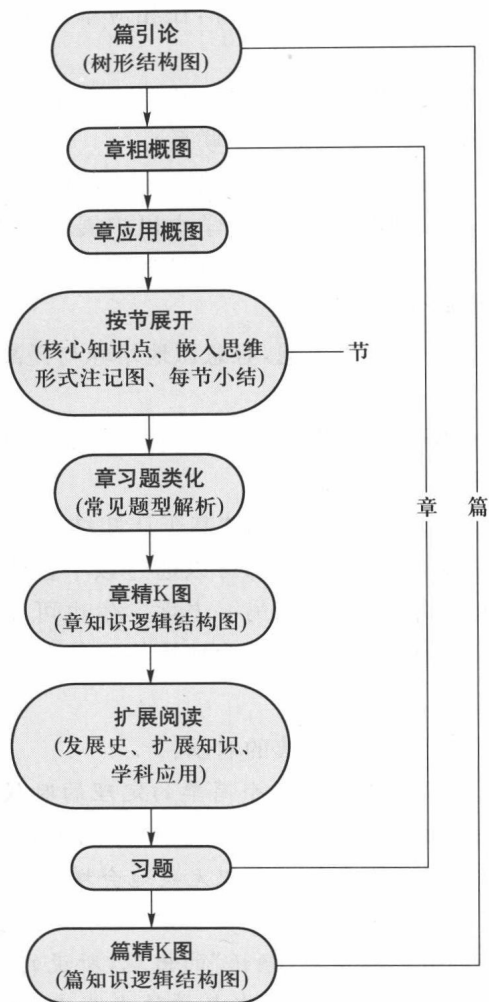
本书的理论基础是认知结构教学论(亦称 KM 教学论),是我们经过长期的教学研究与实践而提出的教学理论,具备下列基本特征:(1)“逻辑结构核心论”(思想);(2)“双图融合”(机制);(3)“教学回路”(模式);(4)“塔式结构”(内容);(5)“三段论式”(方法).它囊括了全新的教学思想、教学机制、教学模式、教学内容和教学方法等.它不仅是面向教学内容和课堂教学组织的创新性研究,而且是课程体系建设的创新性研究.

3. 本书力图体现的创新特征

(1) 本书与传统离散数学教材有很大的差异.本书按照认知结构教学论中所构造的教学模式对教材内容进行结构优化,对教材形式进行创新编排,是有利于教师组织教学和学生实现认知的富有挑战性的探索与尝试.

(2) 结合离散数学教学大纲及研究生入学考试大纲的要求,对书中内容进行精选,涉及数理逻辑、集合论、代数结构和图论这四大部分中的重点、难点和关键内容.

(3) 针对课程内容,构造基于认知结构教学论“教学回路”的教学模式:篇→章→节→知识点→节→章→篇.本书的基本体例按照如下模式展开:



(4) 具体内容与形式说明如下。

① 在前言和绪论中,给出整个课程的总体架构(展现各篇章之间的联系),使学生对整个课程有整体的感性认识。

② 每篇开始给出该篇知识的树形结构图,使学生对该篇的知识层次关系有概要性了解。

③ 每章开始给出该章各节之间的关系概图(章粗概图,展现各节的分布与联系)。

④ 每章开始给出该章知识在计算机科学技术相关领域的应用概图,使学生在学学习前对该章知识在计算机科学技术领域的应用有大致了解,从而激发其学习的主动性和兴趣。

⑤ 按节展开,贯彻少而精的原则,突出重点、难点及关键知识点;利用思维形式注记图进行概念、证明、解题思路的启发诱导,并对每节内容进行归纳总结,加强学生对知识的理解和记忆。

⑥ 为提高学生的解题能力与创新能力,除各节针对具体内容提供例题讲解外,每章专设“常见题型解析”一节,归纳习题类型,总结解题方法,使学生的解题思路与方法从经验型或零

散型的构建转化为系统的有理论指导的构建.另外,在相应章的小结后加入“读者思考”,以强化学生绘制联系图、广泛联想的能力.

⑦ 通过每章最后的知识逻辑结构图提升全章的“总体精架构”,即模式图中标示的“章精K图”(展现了丰富生动的知识点及其复杂的内在联系).

⑧ 增设“扩展阅读”部分,将延伸、拓展的知识部分以“扩展阅读”的方式给出;强调历史的与逻辑的统一性教学法,在介绍知识的同时,将数学史以扩展阅读的方式给出,从而加强学生的数学素养.此外,在扩展阅读部分还设有在计算机科学技术中应用的专题,提供与计算机科学技术应用背景紧密结合的典型实例.

⑨ 配置与相应章所讲内容对应的练习题,有意识地培养与提高学生的分析问题与解决问题能力.

⑩ 通过每篇最后扩展性的跨章的知识逻辑结构图,即模式图中标示的“篇精K图”,展现有内在逻辑联系的不同章之间的对比与联系.

(5) 与本书配套的是体现数字化教学形式的“基于认知结构教学论的教学辅助平台”.它是认知结构教学论的重要组成部分,一方面教师可以通过该平台建立课程宏观层面上的整体知识逻辑架构和微观层面上的思维形式架构;另一方面学生也可以根据自己对知识的理解尝试使用该平台学习和编辑知识架构.这是一种较为独特的教学资源整合形态.

4. 几点启示

对于使用本书的学生,我们给出以下经典的启示:

• (理解力)当我们已经直观地看懂了几个简单的定理的时候……如果能通过连续的思考活动把几个定理贯穿起来,悟出它们之间的相互关系,并能同时尽可能多地、明确地想象出其中的几个,那将是很有益的.照这样,我们的知识无疑地会增加,理解能力会有显著的提高.

——笛卡儿

• (创造力)最令人惊奇的首先是这种“顿悟”的出现,所说的这种“顿悟”,乃是在此以前的一段长时间内无意识工作的结果.在我看来,在数学的发明中,这种无意识工作的作用确实是毋庸置疑的.

——庞加莱

• (文化理念)对于那些当年接受过立足于数学之文化品格训练的学生来说,当他们后来真正成为哲学大师、著名律师或运筹帷幄的将帅时,可能早已把学生时代所学到的那些非实用性的数学知识忘得一干二净了.但那种铭刻于头脑中的数学精神和数学文化理念,却会长期地在他们的事业中发挥着重要作用.也就是说,他们当年所受到的数学训练,一直会在他们的生存方式和思维方式中潜在地起着根本性的作用,并且受用终身.

——文摘^①

^① 摘自《数学领域中的发明心理学》(雅克·阿达玛著,陈植荫、肖奚安译,大连理工大学出版社,2008年4月出版).

第 1 篇 数理逻辑

逻辑学是研究人的思维形式和规律的科学. 根据所研究对象和方法的不同, 逻辑学主要有辩证逻辑、形式逻辑、数理逻辑等分支.

数理逻辑用数学的方法来研究推理规律, 其主要的研究内容是推理以及推理过程是否正确; 所采用的数学方法就是引进一套符号体系. 也就是说, 数理逻辑是用形式符号语言的方法来研究逻辑问题的一门学科, 因此数理逻辑又叫符号逻辑.

本篇仅介绍计算机科学领域所必需的数理逻辑基础知识: 命题逻辑和谓词逻辑.



第 1 章 命题逻辑

本章各节之间的关系概图如图 1.1 所示。

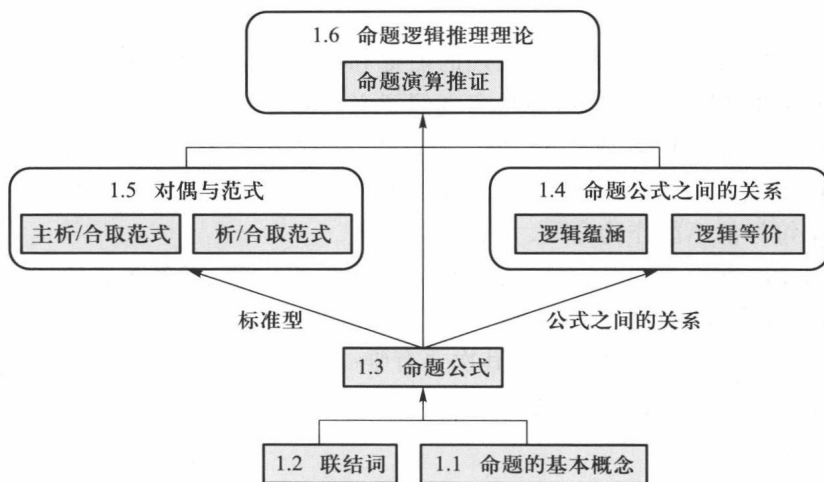


图 1.1 命题逻辑各节之间的关系概图

命题逻辑在计算机科学技术中的应用如图 1.2 所示。

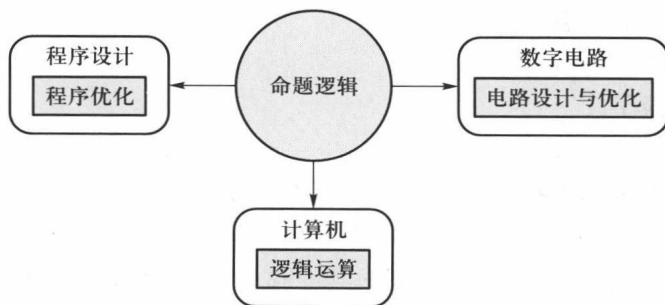


图 1.2 命题逻辑在计算机科学技术中的应用

1.1 命题的基本概念

命题:具有真假意义的陈述句.

1.1.1 命题

在数理逻辑的文献里,命题这个术语是不予定义的一个基本概念.在这里只对它做描述性的解释.

推理是数理逻辑研究的中心问题,推理的前提和结论都是表达判断的陈述句,因而表达判断的陈述句构成了推理的基本单位,称具有真假意义的陈述句为命题.

命题总是具有一个确定真或假的“值”,称为真值.真值只有“真”和“假”两种,分别记为 True(真)和 False(假),用 1 和 0 表示.一切没有判断内容的句子、无所谓是非的句子,如感叹句、疑问句、祈使句等都不能作为命题.

真值为真的命题称为真命题,真值为假的命题称为假命题.真命题表达的判断正确,假命题表达的判断错误.命题的真值是唯一的,因此判断给定的句子是否为命题有两个基本条件,也是判断的基本步骤:首先应是陈述句;其次要有唯一的真值.

例 1.1 判断下列句子是否是命题.

- (1) 该吃早饭了!
- (2) 多漂亮的花呀!
- (3) 明天你有什么安排吗?
- (4) 我正在说谎.
- (5) $x-y>2$.
- (6) 不在同一直线上的三点确定一个平面.
- (7) 郑州是河南省的省会.
- (8) 下一个星期天会下雪.
- (9) 这碗汤味太淡了.
- (10) $1011+1000=10011$.

解 (1)、(2)、(3)不是命题.因为这些句子都不是陈述句.

(4)不是命题.因为无法判定其真假值,若假设它为假即我正在说谎,则意味着它的反为真,即我正在说实话,二者相矛盾;若假定它为真即我正在说实话,则意味着它的反为假,我正在说谎,二者也相矛盾.这其实是一个语义上的悖论.悖论不是命题.

(5)不是命题.因为 x, y 的值不确定,某些 x, y 使 $x-y>2$ 为真,某些 x, y 使 $x-y>2$ 为假,即 $x-y>2$ 的真假随 x, y 的值的而变化而变化.因此 $x-y>2$ 的真假无法确定,所以 $x-y>2$ 不是命题.