

矿山压力文集

矿压显现的相似材料模拟方法

中国矿业学院 高超弘 编译

煤炭工业部矿山压力科技情报中心站

一九八〇年二月

第一章	相似材料模拟法的理论基础	1
§ 1	一般原理	1
§ 2	用相似材料方法模拟时的相似常数和原理	4
§ 3	模拟的计算和制作	18
§ 4	模型制作误差对实验结果的影响	22
第二章	相似材料的选择和配制	25
§ 1	概述	25
§ 2	制作模型时采用的仿法性和惰性材料	28
§ 3	测空模型原料物理特性的仪器和方法	29
§ 4	试验模型材料力学特性用的仪器	31
§ 5	用低熔胶结的相似材料制作工艺	37
§ 6	用石膏胶结的相似材料制作工艺	41
§ 7	用其它胶结剂配料	44
§ 8	混配料实验结果的记录	45
第三章	试验架和模型制作工艺	46
§ 1	模型架	46
§ 2	模型制	49
第四章	模型中测量	54
§ 1	总则	54
§ 2	岩石和支架移动和破坏外部特征的记录	54
§ 3	模型上岩石绝对位移量的测定	55

§ 4	模型中相对位移应变的测量	63
§ 5	模型中岩体压力的测量	73
第五章	模型中模拟支架的仪器	80
§ 1	基本要求	80
§ 2	模型中支架元件的结构方式	84
§ 3	小比例模型中的模拟支架	90
§ 4	大比例模型中的模拟支架	98
§ 5	回采工作面液压支架模型	101
第六章	模型试验和资料整理	104
§ 1	概述	104
§ 2	被研究的因素及其记录方法	105
§ 3	模型试验资料的加工	109

本书介绍 BHMN 用相似材料模型研究矿压的理论和实践。相似材料模拟法为 T. H. 库兹涅佐夫在 1936 年提出，战后年代在苏联得到广泛应用和发展，成为研究矿压的一种重要的实验室方法。

第一章 相似材料模拟法的理论基础

§ 1 一般原理

相似理论第一定律或相似现象的基本性质，是 1848 年贝特兰德提出的，M. B. 克比契夫在“相似理论”一书中如下叙述：

“在几何相似的系统中所发生的现象，如果在其所有相似的点上同名量的比是常数，这些现象称为相似的，这些比值称为相似常数（或转换系数）。此种常数不能任意选择，因为现象的特征量，一般说来是互相独立的，但具有自然规律所决定的一定的连系。这种连系可用数学方程表示，称为“连系方程”也称“关系·约束方程”

贝特兰德根据牛顿第二定律，导出了相似定律的一般方程，所以一般称为牛顿相似定律。

根据上述一般原理，对力学（机械）相似系统可定义如下：一系统中所发生的力学过程，其特征参量可由另一系统的相应参量简单乘以转换常数求得。

对任一力学过程都可任意选定长度，质量及时间三个基本量的数值。这三者选定后，其它特征量（如速度，加速度、应力等）就都是定值了。因此，对于力学相似应满足以下三个方面。

1· 几何相似：即模型和实物相应的空间尺寸成比例，（模型比例）。

2· 运动相似：即模型和实物中相应点沿相似的轨迹运动时，走过几何相似的路程所用的时间成比例。

3. 运动相似；即模型和实物中相应点的质量成比例。

令 α 表示相似常数，大写字母（脚码 H）代表实物；小写字母（脚码 M）代表模型，则可用方程表示如下：

$$\text{几何相似：} \frac{L}{\ell} = \alpha_l \quad (1.1)$$

$$\text{运动相似：} \frac{T}{t} = \alpha_t \quad (1.2)$$

$$\text{动力相似：} \frac{M}{m} = \alpha_m \quad (1.3)$$

但质量等于密度乘体积，故

$$\alpha_m = \frac{M}{m} = \frac{\rho_H L^3}{\rho_M \ell^3} = \frac{\rho_H}{\rho_M} \quad (1.4)$$

$$\text{令 } \frac{\rho_H}{\rho_M} = \alpha_\rho \quad (1.5)$$

$$\text{根据牛顿第二定律：} \alpha_\rho = \frac{F}{f} = \frac{MA}{ma} \quad (1.6)$$

$$\text{但加速度 } A = \frac{L}{T^2} \therefore \frac{A}{a} = \frac{L}{T^2} : \frac{\ell}{t^2} \therefore \alpha_a = \frac{\alpha_l}{\alpha_t^2} \quad (1.7)$$

$$\text{将 } \alpha_a \text{ 代入 (1.6) } \alpha_\rho = \frac{\rho_H L^3 L}{T^2} : \frac{\rho_M \ell^3 \ell}{t^2} \quad (1.8)$$

由此 $\alpha_\rho = \alpha_\rho \alpha_t^{-2} \quad (1.9)$ 此即用转换系数表达的牛顿相似定律。

$$\text{令 } \frac{V}{v} = \frac{L}{\ell} : \frac{\ell}{t} = \alpha_v = \frac{\alpha_l}{\alpha_t} \quad (1.10) \text{ 代入 (1.9)}$$

$$\alpha_t = \alpha_\rho \alpha_v^2 \left(\frac{\alpha_l}{\alpha_t} \right)^2 = \alpha_\rho \alpha_l^2 \alpha_v^{-2} \quad (1.11)$$

将转换系数用相应的量代换则得：

$$\frac{F}{f} = \frac{\rho_H l^2 v^2}{\rho_m l^2 v^2} \quad (1.12)$$

$$\text{或} \quad \frac{F}{\rho_H l^2 v^2} = \frac{f}{\rho_m l^2 v^2} = Ne = idem \quad (1.13)$$

<1.13>为无量纲数，相似系统中能表征系统相似特点的量纲数具有等值，这种无量纲数称为相似准则（判据）或相似常数。

式（1.13）表达了动力相似的基本准则，称为相似准则或牛顿数（Ne），写成 $Ne = idem$ 。

一、相似理论第二定律，俄国学者 A·菲杰尔曼，在 1911 年和美国学者 J·布克爱蒙于 1914 年先后提出。

第二定律规定可将描述已知现象的约束物理方程转换成用相似准则（常数）表达的新方程，所得准则方程对于所有的相似现象来说是共同的和等值的。

相似理论第三定律即 1930 年 M·B·克比契夫提出的相似存在定理。它指出：只有具有相同的单值条件和相同的主导相似准则的现象才互相相似。

单值条件依下述标志决定：

- 1) 系统的几何性质相似。
- 2) 在所研究的过程中具有显著意义的物理常数成比例。
- 3) 系统的初始状态。
- 4) 在研究过程期间，系统的边界条件相似。

主导相似准则仅是指那些由参加单值条件的量所组成的准则，即在被研究过程中具有重要意义的物理常数和几何性质所组成的准则。

§2 用相似材料方法模拟时的相似常数和准则

1. 已知相似常数和准则可由约束方程导出，但对许多物理现象仅知其约束条件的微分方程。但在1949年П. К. 考那科夫证明了，由微分方程导出的相似准则，对这些方程的积分解仍然正确。但对大多数矿压问题由于影响因素很多，关系复杂，对各因素的连系还缺乏研究，因此连微分方程也列不出来。

2. 在研究开始阶段为了确定必要的相似准则，可用比较简单的方法，即综合使用牛顿动力相似定律和量纲分析的方法。此时获得满意解答的条件是正确和全面地考虑在研究过程中起作用的基本物理因素。这就要求预先积累经验（实验）资料，对此进行仔细的分析评价，最终检验所定相似准则的正确性则要在模拟后将所得结果与实际条件的已知资料进行对比才能确定。

3. 为确定相似准则首先要确定那些是对研究过程的主要和重要特征起决定作用的基本的力，初步可限于两类：既外力——重力和内力——岩石中产生的应力。有这两个力再加上几何相似、初始状态和边界条件相似。则在牛顿相似定律和量纲分析的基础上能推导出主导相似准则。将准则方程(1.13)中的 V^2 用 AL 代替则得：

$$\frac{F}{\rho_m a l^3} = \frac{F}{\rho_H A l^3} = \text{inv} \quad (1.14)$$

因在岩石移动和破坏中起作用的是重力，故式(1.14)中的

$$a = A = g \quad \text{则} \quad \rho_m a = \rho_m g = r_m \quad \rho_H A = \rho_H g = r_H$$

$r_m \cdot r_H$ ——模型材料和实际岩石的容重。

如令 $\frac{F}{\rho l^3} = N_m$ $\frac{F}{\rho l^3} = N_H$ 代入(1.14)则得

$$\frac{N_m}{r_m l} = \frac{N_H}{r_H L} = K = \text{inv} \quad (1.15)$$

K 是一个无量纲数，即我们所研究的在重力和内部应力作用下岩石的变形和破坏过程的主导相似准则。若系统相似，则按实物与按模型分别算出的 K 值应相等。式 (1.15) 中的 N 可以是这些或那些极限应力的值，如塑性极限，强度极限等。也可以是材料的变形特性和弹性模量等。

如果我们取模型材料与实物相同，则有 $N_M = N_H$ $r_M = r_H$ (1.16) 但 $\ell \neq L$ (因模型的尺寸总要小于实物)， $\therefore$ (1.15) 的相似条件不能满足，为此就不能保持 (1.16) 的二个条件，或者仅能保持一个。

$$\text{如果保持 } N_M = N_H \quad \text{则有 } r_M = r_H \frac{L}{\ell} \quad (1.17)$$

为满足此假设的比重 N_M ，可采用任何惯性力，这就如离心模型的方法，如不保持等式 $N_M = N_H$ ，就如相似材料模拟的方法，此时由 (1.15) 式得：

$$N_M = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{r_M}{r_H} \cdot N_H \quad (1.18)$$

这样根据实际岩石的力学性质 N_H 和给定的模型比例 $\frac{\ell}{L}$ 和 $\frac{r_M}{r_H}$ 比值可算出模型材料相应的力学性质指标，这些指标应是在已知过程中起主导作用的指标。

4. 现在积累的固体岩石力学性质的资料表明：极限莫尔圆的包络线可以较好地反映均质固结岩石的极限状态，但它不能反映岩石的各向异性，（层理，劈理，节理）而这些结构特点对岩石的破坏形式和特征有很大的影响，至今考虑了这些结构弱面影响的岩石力学特性的资料还很少，但根据现有文献资料，对顿巴斯煤系岩石可近似有以下关系：设均质岩体单轴抗压强度为 R_c ，则大多数情况下单轴抗拉强度 $R_p = (0.03 \sim 0.12) R_c$ 抗剪粘结力（内聚力）

$$C_0 = (0.2 \sim 0.25) R_c$$

单轴压缩破坏时的内摩擦角 $\phi = 35^\circ \sim 45^\circ$ ，三轴压缩当 $\tau = \sigma$ 时，此角减小至 $\phi = 28^\circ \sim 35^\circ$ ，沿解理、裂隙面的摩擦角与均质岩石在相同正应压力下的内摩擦角相同，在含有粘土薄层的层理面上的摩擦角则减至 $20^\circ \sim 25^\circ$ 。

弱面上的粘结力具有不同数值。微异间结构面（与岩石组织有关的微层理性）上最大可达到 $(0.65 \sim 0.9) C_0$ ，而在含有湿粘土夹层的接触面上粘结力可降至 0，处于此两极限状态之间的层理、节理面上的粘结力则界于二者之间，而在弱面上的抗拉强度 R_p 降低的程度要比剪切时粘结力降低的程度还要大。

这些资料综合在一起，绘如下图：

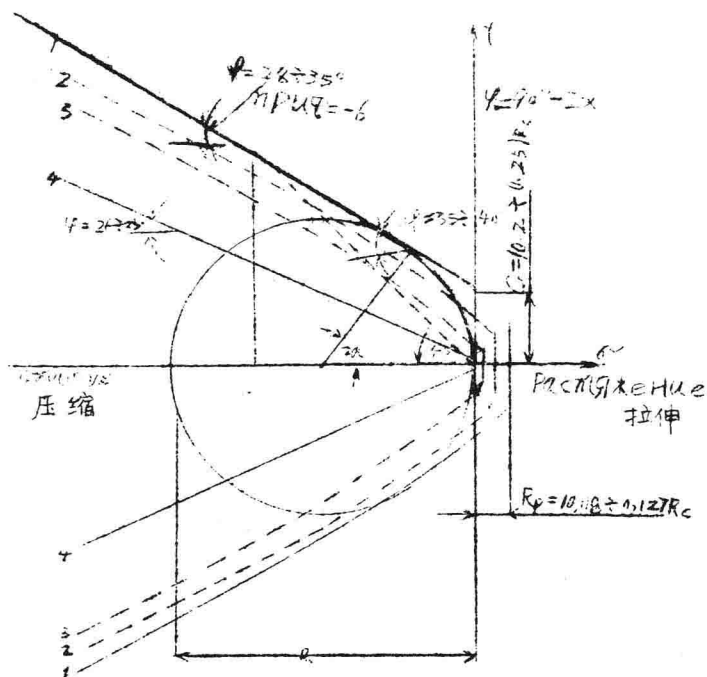


图 2 坚硬岩石典型强度图，极限状态曲线。

1. 对均质的基本岩石
2. 对岩石的微层理面
3. 节理面
4. 岩层的接触面

图中对节理面只划了一条曲线，实际根据节理面的不同，可划出多条。

模型材料与实物相似的条件就是两者的极限状态曲线几何相似，此时模型与实物中应力的关系如下：

$$\frac{\sigma_M}{\sigma_H} = \frac{r_M}{r_H} \cdot \frac{\ell}{L} \quad (1.19)$$

要完全作到这样的相似也是困难的，但如果所研究的问题中以某种特定的破坏形式为主，则可按某种条件（函数特性）强度来选择相似材料，这种（函数特性）的数值不仅包含材料物理——力学性质指标，也包含有与破坏形式和应力状态条件相连系的某些因素的影响，所以要是达到这种函数特性相似，就能保证模型与实物中进行的过程很接近。

例如在实际岩层中破坏过程的发展，主要受弯曲变形的影响，模型和实物的弯曲强度就是用以选择相似材料（函数特性）的依据。

在实际上计算塑性材料变形时，通常简化认为极限状态的粘结力 $\bar{C}$ （为应力单位）和无量纲系数 $\text{tg } \phi$ （ ϕ ——材料内摩擦角）为常数。

在土力学中根据库仑强度理论通常取极限莫尔圆的包络线为直线（图3）各指标的关系如下：

$$\bar{C} = \frac{R_p \cdot R_c}{2}$$

$$(1.20)$$

$$\text{tg } \phi = \frac{R_c - R_p}{2\sqrt{R_p \cdot R_c}}$$

$$(1.21)$$

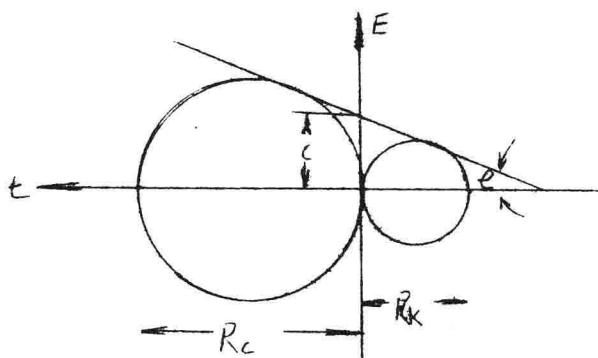


图 3

这样，对于弱塑性岩石选择相似材料只要取 R_p 和 R_c ，或 C 和 ϕ 作为主导强度特征即可，也就是保持破坏过程的相似条件必须遵守下列等式：

$$(R_c)_M = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{r_M}{r_H} (R_c)_H \quad (1.22)$$

$$(R_p)_M = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{r_M}{r_H} (R_p)_H \quad (1.23)$$

$$\text{或 } C_M = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{r_M}{r_H} C_H \quad (1.24)$$

$$\tau_g \phi_M = \tau_g \phi_H \quad (1.25)$$

因为在相似系统中无量纲特征值应当相等，所以等式 (1.25) 必须实现。

对松散岩石选择相似材料的强度特征等式 (1.25) 是基本条件，因为实际上在这些岩石给力 C_H 的值很小，当模型比例小于 $\frac{1}{10}$ 时，

则模型材料的 C_H 值应接近于 0。

对于弹性变形过程相似应当满足等式：

$$E_M = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{r_M}{r_H} E_H \quad (1.26)$$

$$\mu_m = \mu_H \quad (1.27)$$

E — 弹性模量

μ — 波松系数

对于不考虑时间因素影响，塑性变形过程的相似则应使表达力和塑性变形关系的微分方程的无量纲形式相同，当此关系式由经验确定时，则由实验室试验实际岩石的模型材料的试件所得的（应力—应变）实验曲线应能用同一方程表示，相应各轴的比例系数应满足所取模型的线性和主导相似准则。即模型与实物的应力应有以下关系：

$$\alpha_0 = \frac{N_H}{N_M} = \frac{r_H}{r_M} = \frac{L}{\ell} \quad (1.28)$$

$$\text{应变应满足} \quad \alpha_L = \frac{L}{\ell} \quad (1.29)$$

对于岩性不同的多层岩体模型除式(1.18)外,对于相应各层还应满足下式:

$$\frac{r_H}{r_M} = \text{常数} \quad (1.30)$$

由于沉积岩容重相差不大,所以模拟不同岩层的相似材料的容重也应做得比较相近。

对于随时间变化的塑性变形,则应使实物与模型的变形——时间曲线,可用相同的方程表示,此时模型的时间比例可以与力和几何比例无关。

5. 时间比例

对于实物和模型中不同材料(岩石、支架)都应保持相同的时间比例系数。在确定时间比例时首先应注意矿压显现中的基本过程,一些次要因素可以不考虑。基本过程和次要因素的时间比例可能不同,这种差别对基本过程的进程影响不大,但能大大简化模型的制作。

在研究井下矿压显现问题时基本过程是支架元件和岩石的变形与移动,它是与随时间延续而进行的开采、支回柱等技术工序相联系。在确定时间比时,首先应考虑在其中产生的应力作用下与支架和岩石的松弛和蠕变现象有关的变形和移动过程,这些变形过程的时间与各序间的时间可比,对这些过程应当确定共同的时间比例。

另一方面,对因应力状态改变或大块岩石垮落而产生的支架和岩石的弹性变形过程,其时间与工序进行时间比较则短得多,故可不遵守上述的时间比例,这样对岩石的破坏和变形无明显影响。

蠕变和松弛过程直接与材料的物理——力学性质有关，应通过实验确定相应的指标；但目前还没有全面说明材料变形全过程的完整理论，所以只能通过由弹性和粘性元件组成的力学模型获得关于时间比可能数值的概念。在此力学系统中弹性元件在给定应力下的变形取决于弹性模量而与时间无关，在同样应力条件下，塑性元件的变形决定于粘滞系数，（内摩擦系数），而与应力作用的时间长短有关。

如取粘滞系数 η （其含义与粘性物质运动时的意义相同）为模型和实物材料随时间而变形的主导特性则粘性（内摩擦）力的比例为：

$$\beta_{\eta} = \frac{\eta_H \alpha_L^2 \ell}{\eta_M \alpha_t} \quad (1.31)$$

同时考虑到主要作用力——重力的比例常数为：

$$\beta_r = \frac{r_H}{r_M} \alpha_L \quad (1.32)$$

令力的比例系数相等，则得

$$\frac{\eta_H \alpha_L^2}{\eta_M \alpha_t} = \frac{r_H}{r_M} \alpha_L^2 \quad (1.33)$$

由此时间比例：

$$\alpha_t = \left(\frac{r_M}{r_H} \cdot \frac{\eta_H}{\eta_M} \right) \frac{1}{\alpha_L} = \frac{\alpha_{\eta}}{\alpha_r \alpha_L} \quad (1.34)$$

对特定情况，如果

$$\alpha_{\eta} = \frac{\eta_H}{\eta_M} = 1 \quad \alpha_r = \frac{r_H}{r_M} = 1 \quad (1.35)$$

则

$$\alpha_t = \frac{1}{\alpha_L} \quad (1.36)$$

即模型中的过程进行的时间为实物的 α_L 倍。

如考虑到重力和惯性力的作用对弹性波的传播或岩块掉落过程确定时间比例时，则

$$\alpha_\ell = \sqrt{\alpha_\ell} \quad (1-37)$$

为满足蜕变过程和弹性波传播，岩块下落的时间比例相等的条件则 (1-37) = (1-34) 即

$$\sqrt{\alpha_\ell} = \frac{r_M}{r_H} \cdot \frac{\eta_H}{\eta_M} \cdot \frac{1}{\alpha_\ell} \quad (1-38)$$

$$\text{由此} \quad \frac{\eta_H}{\eta_M} = \frac{r_H}{r_M} \alpha_\ell^{\frac{3}{2}} \quad (1-39)$$

即为满足 $\alpha_\ell = \sqrt{\alpha_\ell}$ 的条件，必须使模型和实物的粘滞系数满足 (1-39) 的条件，但在满足弹性和强度方面给定的比例的同时，还要满足 (1-37) 是极困难的，或实际上不可能的，而且如前所指出的，也是不必要的，因此要考虑模型材料和实物的物理—力学性质的实际数值去确定时间比例，可用式 (1-34) 确定时间比例，如模型中含有物理—力学性质不同的元件时，则应使其粘滞系数比例一定。

$$\text{即：} \frac{\eta_H^I}{\eta_M^I} = \frac{\eta_H^{II}}{\eta_M^{II}} = \dots = \frac{\eta_H^n}{\eta_M^n} = \text{常数} \quad (1-40)$$

由于现在确定固体粘滞系数的方法和固体随时间而变形的理论研究还很不夠，因此式 (1-34) 只能在设计模型和选择相似材料时用于初步计算，而在最终确定模型的时间比例时，采用试验法比较合理即对比实物和模型中相应元件的同类型变形过程所进行的时间长短，但该过程应是最有代表性的变形形式，例如，研究回采工作面顶板变形时就应该比较实物和模型类似载荷条件下弯曲变形所延续的时间。

在研究支柱变形时就应该作实物和模型相应元件随时间的轴向压缩实验等等。此外也可对比一些较复杂的情况，例如对比模型和实物中的因截煤而顶板下沉速度增加的延续时间，（即生产过程的影响期等）

6、对实物和模型材料试件进行试验对比以确定时间比例的方法：

取实物和模型材料做成几何相似的试件，使试件的线比等于模型

的线比。

设选定的模型材料能满足在重力作用下弹性变形和强度的相似要求

即
$$\sigma_{\text{ПЧ} \cdot M} = \frac{r_M}{r_H} \cdot \frac{l_M}{l_H} \cdot \sigma_{\text{ПЧ}M} \quad (1.41)$$

$$E_M = \frac{r_M}{r_H} \cdot \frac{l_M}{l_H} \cdot E_H \quad (1.42)$$

$$\mu_M = \mu_H \quad (1.43)$$

相应的外载（大、小不变） P_H, P_M 满足

$$\frac{P_H}{P_M} = \frac{r_H}{r_M} \cdot \frac{l_H^3}{l_M^3} \quad (1.44)$$

如是，该试件满足力学相似的条件，如试件为棒状，在自重和常外力作用下受弯曲变形，则按模型和实物材料试件的这种或那种变形随着时间的增长情况，例如杆长中部的弯曲度，可以判断其蠕变的程度如对象物与模型材料分别得到图 4 · 5 的变形—时间曲线。

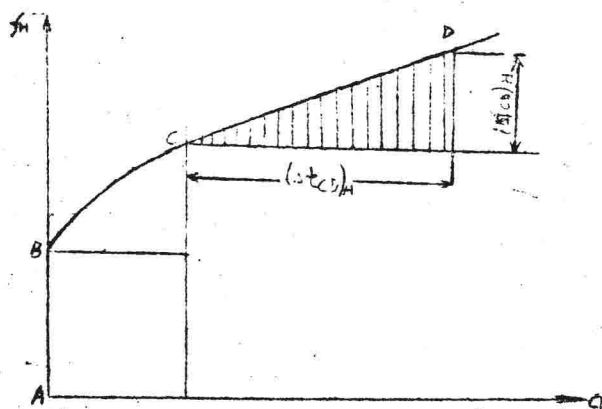


图 4 实物试件变形—时间曲线

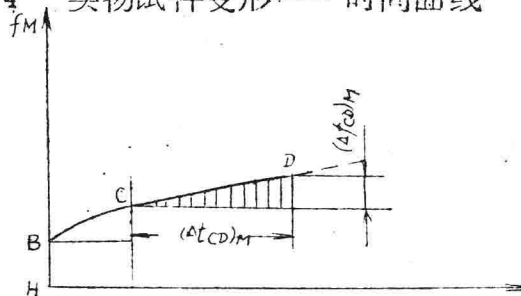


图 5 模型试件变形—时间曲线

在两图中 AB——瞬时弹性变形；

BO——变形速度未稳定期； CD——蠕变速度稳定期

因试验满足 (1.41) ~ (1.43), 则瞬时弹性变形满足：

$$\frac{(\Delta f_{AB})_H}{(\Delta f_{AB})_M} = \frac{(AB)_H}{(AB)_M} = \frac{L_H}{L_M} = \alpha_L \quad (1.45)$$

蠕变变形亦应满足几何相似的要求，则在稳定蠕变段任意给定一个 $(\Delta f_{\infty})_H$ ，根据相似要求：

$$\frac{(\Delta f_{\infty})_H}{(\Delta f_{CD})_M} = \alpha_L \quad (1.46)$$

可以在图五上确定

$(\Delta f_{\infty})_M$ 的大小，从而可以确定出分别对应的时间 $(\Delta t_{CD})_H$ 、 $(\Delta t_{CD})_M$ 。则：

$$\alpha_t = \frac{(\Delta t_{CD})_H}{(\Delta t_{CD})_M} \quad (1.47)$$

对 (1.47) 进行以下转换可得：

$$\begin{aligned} \alpha_t &= \frac{(\Delta t_{CD})_H}{(\Delta t_{CD})_M} \cdot \frac{(\Delta f_{CD})_M}{(\Delta f_{CD})_H} \cdot \frac{(\Delta f_{CD})_H}{(\Delta f_{CD})_M} \\ &= \frac{(\Delta f_{CD})_M}{(\Delta f_{CD})_H} \cdot \frac{(\Delta t_{CD})_H}{(\Delta t_{CD})_M} \cdot \alpha_L = \frac{V_M}{V_H} \cdot \alpha_L \quad (1.48) \end{aligned}$$

所有上述试验都是在实物与模型试件的尺寸满足模型线比的条件下进行的，这样实物试件就要做得很大，实际上不可能达到，一般都是用小试件进行试验，此时必须保证小试件和实物原型间应力状态（或应力场）相似，在外力和重力作用下，要严格达到这一点，只有在离心模型上才有可能，因而要近似达到这一要求，就必须把岩石试件做得很小，使重力在形成应力状态中的作用可忽略不计，由此要求模型材料的试件也做得很小，可不考虑重力的作用，否则就达不到相似。

此外在试件进行弯曲试验时，采用集中载荷比较方便，但岩石实际受均布力作用的，采用集中载荷就失去相似性，所以应当用均布载荷进行加载，（方法见文献<34>）在决定均布载荷值时，应保证岩石小试件和其原型间最大应力相等。

岩石小试件试验时间比例的公式：按试件的加载条件能满足试件与原型间应力场相似，最大应力相等的要求，所得变形曲线如图6。

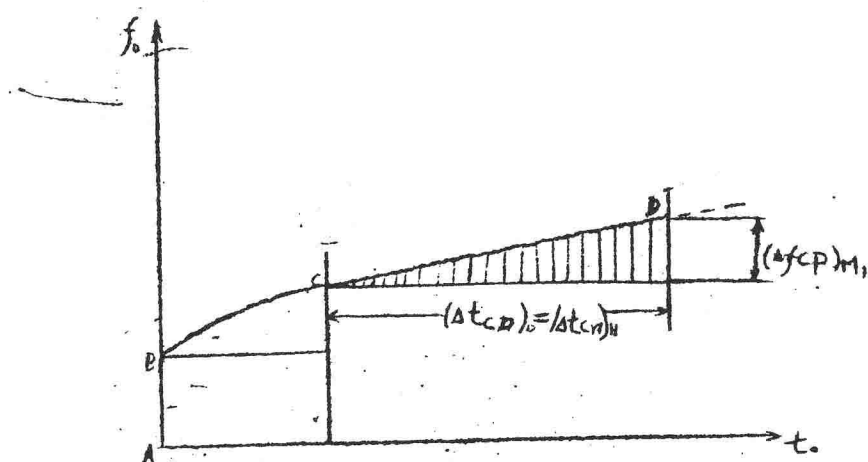


图6 岩石试件的变形—时间曲线

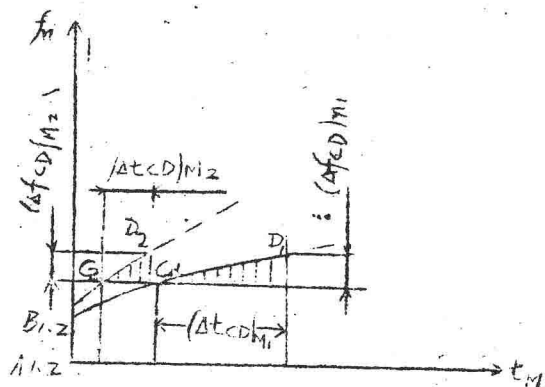


图7 二种不同模型材料的变形—时间曲线

* <34> T. H 库兹涅佐夫 地下巷道顶板支承能力的决定
业及测量问题的研究集 22 煤炭出版社 1950