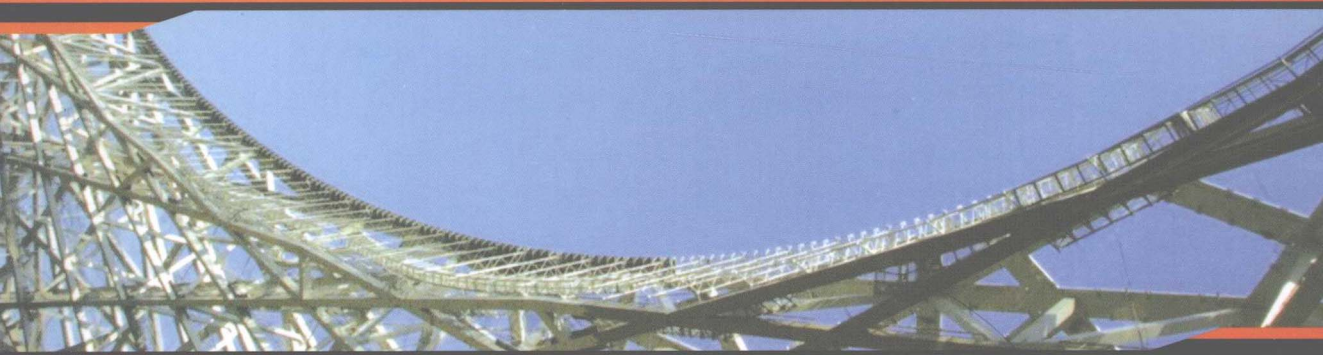


高等学校规划教材 · 力学
PROGRAMMING TEXTBOOKS FOR HIGHER EDUCATION



复合材料结构力学

张博平 编著

西北工业大学出版社

高等学校规划教材·力学

复合材料结构力学

张博平 编著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书共 10 章内容。前 5 章介绍了各向异性弹性体的基本理论和复合材料单向板、层合板弹性特性、本构关系、单向板的强度理论以及计算方法,简单讨论了湿热效应和残余应力;后 5 章介绍了复合材料层合杆和层合板梁的应力,层合板的弯曲、屈曲和振动以及层合板的开孔应力与机械连接,并对了复合材料疲劳损伤及寿命预测以及层合结构有限元数值分析中常用的板、壳单元计算方法等作了简要叙述。

本书可作为航空、航天、机械、建筑等高等院校力学专业、结构设计专业以及相关专业的本科生、研究生教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

复合材料结构力学/张博平编著. —西安:西北工业大学出版社,2012.9

ISBN 978-7-5612-3482-2

I. ①复… II. ①张… III. ①复合材料结构力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 226283 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:陕西宝石兰印务有限责任公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:11.375

字 数:270 千字

版 次:2012 年 9 月第 1 版

2012 年 9 月第 1 次印刷

定 价:25.00 元

前 言

复合材料是一种新型材料,从诞生开始它就以独特的比强度高、比刚度大、抗疲劳性能好及工艺性、可设计性好等特点,在航空、航天、机械、建筑、汽车、造船、能源、化工、医疗卫生及体育用品等领域获得了极其广泛的应用。复合材料的应用研究已经成为固体力学的一个重要分支和研究方向,有越来越多的材料、力学、设计等工作者投入到了复合材料的研究之中。国内的许多院校把“复合材料力学”课程及相关课程作为本科生和研究生的必修课或选修课。笔者亦已为飞行器设计与工程专业本科生开设了“复合材料力学”,为固体力学、工程力学以及相关学科的研究生开设了“复合材料结构力学”课程。笔者经过十多年的潜心研究和经验总结,也为了满足本专业和学科的教学需要,在原讲义基础上,参考了相关复合材料力学论著,结合工作实践体会,编写成本书。

本书共分 10 章内容。前 5 章介绍了复合材料力学基础,讲述了纤维增强复合材料层合板的基本理论和分析方法,可作为本科生复合材料力学的入门课程;后 5 章介绍了复合材料层合杆、层合梁的计算以及层合板的弯曲、屈曲和振动,开孔强度与机械连接分析,疲劳损伤及寿命预测,并对复合材料有限元数值分析中常用的板、壳单元的计算方法等作了简要叙述。

本书可作为高等院校力学专业、结构设计专业以及相关专业的本科生、研究生教材,也可供有关科研人员参考。

由于笔者水平有限,书中不妥之处在所难免,恳请读者指正。

编 者

2012 年 2 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 复合材料的发展	1
1.2 纤维增强树脂基复合材料的特点	3
1.3 复合材料的应用	4
1.4 复合材料层合结构及分析方法	7
习题	8
第 2 章 各向异性材料的弹性力学基础	9
2.1 各向异性材料的应力应变关系	9
2.2 正交各向异性材料的工程弹性常数	14
2.3 单层板的应力应变关系	18
2.4 单层板的偏轴应力应变关系	20
习题	28
第 3 章 单向板的强度理论	30
3.1 材料的强度	30
3.2 正交各向异性单向板的强度理论	32
3.3 强度比与强度比方程	45
习题	49
第 4 章 层合板的强度与刚度	50
4.1 层合板的概念	50
4.2 经典层合板理论	51
4.3 对称层合板的刚度	57
4.4 典型非对称层合板的刚度	60
4.5 平行移轴定理	61
4.6 层合板的面内与弯曲工程弹性常数	63
4.7 层合板的应力分析与强度计算	65
4.8 层合板的层间应力	74
习题	79

第 5 章 复合材料湿热效应	81
5.1 单向板的湿热变形系数	81
5.2 湿热膨胀系数的估算	82
5.3 湿热变形下单向板的本构关系	86
5.4 湿热变形下层合板的本构关系	87
5.5 层合板的残余应力和残余应变	88
习题	92
第 6 章 复合材料层合杆及层合梁	93
6.1 受拉压载荷的组合杆	93
6.2 矩形截面梁的弯曲	94
6.3 薄壁组合梁的弯曲	97
6.4 复合材料夹芯板	99
习题	101
第 7 章 层合板的弯曲、屈曲与振动	103
7.1 层合板的弯曲方程	103
7.2 特殊层合板的弯曲问题	106
7.3 层合板的屈曲	112
7.4 层合板的振动	118
7.5 层合板的横向剪切效应	123
习题	125
第 8 章 层合板的开孔应力与机械连接	126
8.1 正交各向异性层合板的应力场	126
8.2 层合板中椭圆孔的应力	128
8.3 层合板中圆形孔的应力	133
8.4 含方孔和裂纹的正交各向异性层合板的应力	138
8.5 含圆孔正交各向异性层合板的破坏准则	140
8.6 复合材料机械连接	142
习题	147
第 9 章 复合材料层合板结构的疲劳	148
9.1 复合材料疲劳与损伤机理	148
9.2 应力-寿命曲线与寿命预测	151
习题	155

第 10 章 复合材料结构数值分析	156
10.1 变分原理与有限元法	156
10.2 层合板单元	157
10.3 层合板厚壳单元	165
习题	172
参考文献	173

第 1 章 绪 论

1.1 复合材料的发展

1.1.1 复合材料的概念及发展

随着人类进步和科学技术的发展,人们在结构设计中对质量和功能的要求越来越高,传统的结构材料(如金属、无机非金属及有机高分子材料等)已经不能满足现代化结构对材料的需要。因此,复合材料这种功能材料便应运而生,并且很快得到了发展。

复合材料是指由两种或两种以上性能完全不同的材料组合在一起形成的一种新材料。这种广义的复合材料生产和使用历史源远流长。早在远古时期,人们就发现把稻草和土这两种材料用水搅拌形成稻草泥,用其修建的房屋干燥后要比单独使用稻草或土建造的房子结实和耐用。古代狩猎者使用的弓,就是采用弹性性能很好的竹片经过不同取向的叠合,获得了具有很好的弯曲刚度,但横向又不会破裂的“复合材料”弓。公元前古埃及人也发现把木材切成薄片,将树木生长方向按照不同取向铺设制成的胶合板,比相同厚度的单一木板具有更高的强度。这是人们已经认识到了生长在自然界的竹子和树木,具有生长方向与横向承载能力很不相同的特点,把这种特点加以充分综合利用的结果。因此,竹子和树木都是天然的“复合材料”。在现代建筑结构中使用的钢筋混凝土也是一种最常见的复合材料,它是利用石料和钢材的独有特点制作而成的。由此可见,从人类社会对自然材料特点的认识到复合、利用,充分体现了进步和发展这一历史规律。

现代复合材料是由增强材料和包容材料结合而成的,其中的每一种材料称为组分。一般来说,增强组分为模量大、强度高的材料;包容组分称为基体,是模量和强度较低的软体材料,用于包容并固定分散的增强材料。包容材料与增强材料的结合面称为界面,宏观上彼此牢固地结合成整体形成复合材料,能够提供单一材料所不具有的性能要求,这样就为材料和结构提供了更多的可设计性和选择性。

在复合材料发展初期,以玻璃纤维作为增强材料,以高分子材料作为基体材料的聚合基复合材料,俗名玻璃钢。它于 20 世纪 30 年代在美国问世,从此开始了玻璃纤维增强复合材料的应用历史。1940 年,由人工手糊制成玻璃纤维增强复合材料雷达罩用于军用飞机。1942 年,世界上第一艘玻璃纤维增强塑料船也投入使用。与此同时,美国莱特空军发展中心设计制造了一架以玻璃纤维增强树脂为机身和机翼的飞机,并于 1944 年 3 月试飞成功。第二次世界大战以后,这种复合材料受到极大关注并迅速发展。美国研制的纤维缠绕技术,在 20 世纪 60 年代制造出了北极星、土星等大型固体火箭发动机壳体结构,为纤维增强聚合物复合材料在航空

航天工程中的应用奠定了基础。

我国于 20 世纪 60 年代建成了玻璃钢工业,开始生产玻璃纤维增强树脂基复合材料飞机雷达罩。

随着玻璃纤维增强树脂基复合材料应用范围的扩大,以及由非承力构件向承力构件的转变,人们发现这种材料的强度和刚度还不够大,还不能满足尖端技术对高性能结构的要求。因此,研究发展了碳纤维、硼纤维、碳化硅纤维、芳纶纤维以及氧化铝纤维等增强材料,与性能更好的高分子基体材料、金属和陶瓷基体材料制成了先进复合材料。这种先进复合材料具有比玻璃纤维复合材料更优异的性能,很快成为航空航天等飞行器结构的理想材料。

1.1.2 复合材料的分类

复合材料是由不同组分材料经人工复合而成的。经过数十年的发展,已经出现很多不同性能和用途的先进复合材料。按照材料的功能和要求,复合材料通常可分为下述几种类型。

1. 按材料用途分

(1) 结构复合材料。结构是由许多元件组成的,具有一定的形状和承受外力的能力,要求这种材料具有高的比强度和比刚度以及其他材料所不具备的力学性能。

(2) 功能复合材料。颗粒增强复合材料这种材料具有特殊的功能和其他优异的综合性能,如制造大规模集成电路的材料,要求具有导热、导电率高,热膨胀系数小,抗电弧烧蚀等特点,同时要求有较好的力学性能。

2. 按增强材料分

(1) 纤维增强复合材料。纤维增强复合材料有多种纤维形式,如长纤维、短纤维、纤维织物、晶须等。纤维材料又分为玻璃纤维、碳纤维、硼纤维、碳化硅纤维、芳纶纤维以及氧化铝纤维等多种纤维材料。

(2) 颗粒增强复合材料。颗粒增强复合材料主要有碳化硅、氮化硅、氮化铝、氧化铝、硼化钛以及石墨颗粒等增强材料,把这些颗粒状材料分散于树脂、陶瓷或金属基体中以改善材料的力学性能。

3. 按基体材料分

一般增强材料分散于基体之中,由基体粘接固定形成整体材料,因此,常见的基体材料可分为 3 种。

(1) 聚合物基体。聚合物基体是一种高分子化合物,称为树脂基体,种类较多,具有较高的拉压强度和弯曲强度。

(2) 金属基体。金属基体是以金属作为基体材料,与颗粒、纤维等增强材料构成金属基复合材料,基体的体积一般比增强材料大,是承受外力的主要组分。金属基体主要有铝基、镁基、铁基、镍基等。在纯铝中加入镁、硅、镍、铜、锰等元素,可以生产出具有不同性能的合金材料。

(3) 陶瓷基体。陶瓷基体主要有氧化物、氮化物、碳化物陶瓷和玻璃等,工程中使用的基体材料有氧化铝、氧化锆、氮化硅、氮化铝、碳化硅、碳化锆以及铝硅玻璃、硼硅玻璃等。

大多数结构复合材料是以层合板形式出现的纤维增强树脂基复合材料,在航空航天以及民用结构中占有非常重要的地位,是复合材料力学主要的研究对象。

1.2 纤维增强树脂基复合材料的特点

与金属材料相比,纤维增强树脂基复合材料有下述优点。

1.2.1 比强度、比模量大

定义材料的拉伸强度与材料的密度之比为比强度,用 σ_p 表示,材料的拉伸模量与材料的密度之比为比刚度,用 E_p 表示,分别为

$$\sigma_p = \frac{\sigma_b}{\rho}$$

$$E_p = \frac{E}{\rho}$$

式中, σ_b 为材料拉伸强度; ρ 为材料密度; E 为材料拉伸模量。

高模量碳/环氧复合材料的比强度比优质合金钢高 5 倍,比铝合金高 4 倍,比钛合金高 3.5 倍,比刚度是钢、铝、钛的 4 倍,充分体现了复合材料的“轻质高强”特点。表 1.1 是常用金属材料与复合材料的比强度和比刚度。

表 1.1 常用金属材料与复合材料的比强度、比刚度

材料类型	密度 g/cm ³	$\frac{\sigma_b}{\text{GPa}}$	比强度 10 ⁷ cm	$\frac{E}{\text{GPa}}$	比刚度 10 ⁹ cm
合金钢	7.8	1.01	1.3	205.94	0.264
铝	2.8	0.461	0.165	73.55	0.263
玻璃/环氧	2.0	1.06	0.53	39.23	0.20
碳/环氧	1.6	1.07	0.669	235.4	1.47
凯芙拉 49/环氧	1.45	1.353	75.51	0.95	0.53
硼/环氧	2.1	1.353	0.644	205.94	1.0
碳/铝	2.65	0.981	196.13	0.38	0.75

1.2.2 可设计性好

复合材料的另一特点是可按使用要求、环境条件等通过选择、调整材料组分,控制增强相参数等手段,在结构设计和生产初期先进行材料设计,以最大限度地达到预期目的和使用性能。因此,复合材料性能的可设计性是材料科学发展的一大成果,这是传统均质各向同性材料无法实现的。

1.2.3 疲劳性能好

纤维增强树脂基复合材料是一种多相材料,存在多种损伤、失效模式,一般有基体开裂、界面脱粘、分层和纤维断裂等,而且多方向的交错铺层能有效地阻止裂纹定向扩展,具有很好的

止裂作用。试验表明,一般复合材料层合板的拉伸疲劳极限可达拉伸强度的 70%~80%,而金属材料的疲劳极限通常为拉伸强度的 30%~50%。因此,用复合材料制造的构件在交变载荷下具有更长的使用寿命。

1.2.4 破损安全性能好

纤维增强复合材料层合板是一种高度静不定结构材料,局部损伤和破坏能引起应力重分配,少数断裂纤维的载荷可由完好纤维继续承担,因此,它是一种多传力路径材料,从而延迟了突发性灾难事故的发生。

1.2.5 阻尼减振性能好

结构的固有频率不仅与结构形状有关,还与材料比刚度的平方根成正比,因此,复合材料具有较高的固有频率,不容易共振。由于纤维与基体密度不同,界面对应力波的传播将产生影响,因此具有较好的阻尼性能和吸收振动能量的能力,使振动快速衰减。

1.2.6 工艺性能好,容易加工

金属结构的制造是先有材料后加工,而复合材料在结构制造过程中同时是在进行复合材料制造,由组分材料形成复合材料的同时结构也就形成了。因此,复合材料结构多为整体形式,这样减少了零部件数目和连接件数量,使结构更轻,效率更高。

此外,复合材料还具有良好的耐腐蚀、耐磨损以及耐高温性能。纤维树脂基复合材料能在 315℃ 以上长期工作,新型烧蚀耐热复合材料能承受 10 000℃ 以上的高温,常用于航天飞行器回收结构的隔热层。

当然,复合材料作为一种新材料也存在一些缺点,如层间强度低,易于分层,断裂延伸率小,抗冲击性能差,材料性能数据分散性大等问题,这些还有待于在发展过程中改进和提高。但它必定有许多传统材料所无法替代的优良性能。因此,设计和使用复合材料时应扬长避短,充分利用其优点,这样必定能获得更大的潜在效能。

1.3 复合材料的应用

复合材料种类很多,应用范围已经涉及各行各业的诸多领域,逐渐替代传统材料成为未来材料科学发展的一个重要方向。纤维增强复合材料一经问世,便以其优异的性能首先在航空结构上获得了应用。用玻璃纤维增强环氧树脂复合材料设计制造的直升飞机无铰式旋翼系统,合理地利用了复合材料各向异性特点和阻尼特性,改善了直升飞机机动性和操控性,使旋翼系统更加简单,降低了故障率和维修成本。

从 20 世纪 70 年代开始,美国等西方国家开始在军机上应用复合材料制造口盖、减速板、腹(背)板、起落架舱门、操纵面及垂直尾翼等部件,经过几十年的发展逐步完成了从非承力到次承力再到主承力结构的应用过程,使复合材料用量不断增加。F-18/A 是第一架大量使用复合材料生产结构件和管道零件的飞机,最初型号在蒙皮、水平尾翼、垂直尾翼、操纵面、减速板、舱门等结构上使用碳/环氧复合材料,在座舱仪表盖板、环控系统管道使用 Kevlar/环氧复

合材料,占结构质量的12.1%,质量减轻20%以上;在F-18E/F飞机上用量达23%,碳/环氧复合材料占全机蒙皮质量的50%~70%。美国的F-22是第四代战斗机的典型代表,具有非常规机动性、超声速巡航、隐身等先进性能。为了达到这些性能要求,F-22采用了大量的复合材料,占总结结构质量的26%。B-52远程战略轰炸机起飞质量超过200 t,52 m翼展是迄今为止最大的复合材料结构,中翼段质量17 t,有40%为碳/环氧复合材料;外翼由两块长19.8 m、宽4.6 m的碳/环氧复合材料蒙皮和多个肋及前后大梁组成。于2000年首飞的F-35在机翼、机身、垂尾、平尾和进气道等部位的复合材料用量也达到了结构总质量的35%。

法国幻影2000战斗机在垂尾、升降舵、方向舵、副翼以及起落架舱门等部位都使用了复合材料,质量达243 kg,在幻影4000上已达610 kg。

其次,以复合材料为主体,嵌入吸波材料制造的隐身飞机F117A,能有效地吸收电磁波,把雷达波反射面积降低到 0.1 m^2 。

在民用飞机中复合材料的应用也得到很大的发展。Burt Rutan公司及其合作者在1986年设计制造的旅行者号(Voyager)是一种大翼展、大展弦比、远航程复合材料飞机,结构质量不到起飞质量的10%,达到了飞机的临界结构质量,可连续环球飞行9 d,飞行距离达 $4\times 10^4\text{ km}$ 。法国空客公司在系列民用机上不断加大复合材料应用范围和用量。其中,A320飞机复合材料用量超过结构质量的15%;在号称“空中巨无霸”的A380上复合材料用量超过25%;新研制的A350飞机提高到了39%,各种材料用量比如图1.1所示。美国波音727飞机的升降舵采用Nomex蜂窝夹芯和复合材料蒙皮、肋组成的夹层板结构,质量减轻25.6%。波音767飞机地板梁和所有操纵面使用了近20 t复合材料。波音787飞机上复合材料用量更是高达52%,如图1.2所示。我国飞机结构上复合材料的应用部位和用量也在不断增加,国产C919飞机复合材料用量达20%。

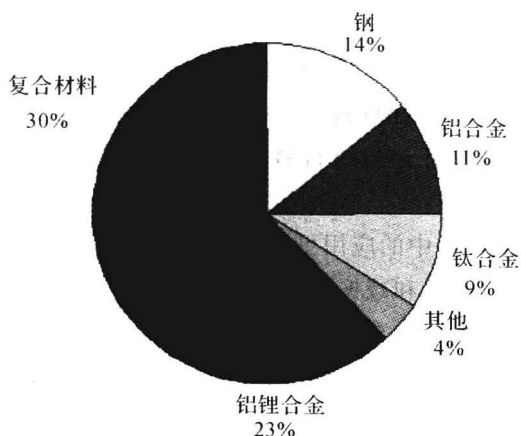


图 1.1 空客 A350 材料用量

复合材料的应用不但能够减轻结构质量,而且能够减少零部件数量。例如 A300/A310 的垂直尾翼这种主结构使用铝合金盒形结构有 2 076 个零件,采用复合材料后仅有 95 个零件,零件数量减少了 95%,质量减轻达 22%。

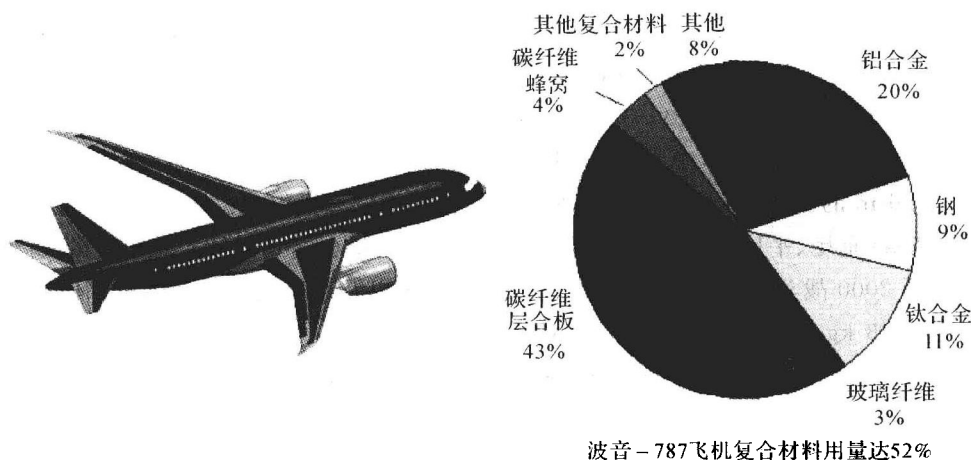


图 1.2 波音 787 复合材料应用

空间技术的发展对飞行器的质量提出了更高的要求,不论采用什么发射方式都要求实现结构轻质化,使运载器的净质量不能超过起飞质量的 10%。因此,20 世纪 50 年代末,美国研制潜地导弹北极星 A2 时,首次使用浸渍环氧树脂的 E 玻璃纤维缠绕成型第二级固体火箭发动机壳体取代高强钢结构,使壳体质量减轻 28%。之后使用高强 S 994 玻璃纤维复合材料缠绕的北极星 A3 第一、第二级壳体比 A2 减轻约 35%,使导弹射程大幅度提高,从此开始了复合材料在航天飞行器中的应用。飞马座火箭是美国用机载运送到空中发射的三级固体带翼运载火箭,箭体基本结构、机翼和尾翼全部由质量小、强度高的 IM7 高强碳纤维复合材料制成,在整个火箭结构质量中,IM 7 碳纤维复合材料占 94%,铝合金占 5%,钛合金占 1%,堪称“全复合材料运载火箭”。除此之外,碳/碳复合材料、SiC/SiC 和 C/SiC 等耐高温、轻质热结构复合材料在高性能固体、液体火箭发动机上得到应用,如许多固体火箭发动机的喷管扩张段、延伸锥等广泛使用碳/碳或 C/SiC 复合材料;返回大气层的飞行器头部由于气流阻止、摩擦,可产生 8 000~10 000℃ 高温,这是任何传统材料所无法承受的,但采用新型烧蚀耐热复合材料就能很好地工作。

复合材料在民用工业及产品中的应用更为广阔。用复合材料制造的轴承,具有高韧性、耐腐蚀、耐磨损、抗疲劳断裂、自润滑和减振降噪等优点,能够满足轴承工作时对材料强度、刚度、寿命、摩擦润滑等功能要求。对于重合度在 2 以上的斜齿轮,用复合材料生产使齿轮最大载荷降低 56%~60%,与重合度为 1 的齿轮相比,相当于载荷提高了 1.4~1.6 倍。用碳纤维增强复合材料制造壁厚为 12.7 mm、高 45.7 m 和直径 9.1 m 的汽化炉外壳,质量仅有 280 t;同样的汽化炉外壳改成钢结构,厚度需要 385 mm,质量达 4 107 t,而且前者更易制造。美国阿兰公司用玻璃纤维复合材料制成标准件,现场组装建造了一幢四层大楼,比采用其他材料费用降低了 20%,经受 8.5 级地震后安然无恙,是其他建筑材料无法比拟的。世界上用玻璃纤维复合材料建造的桥梁已达数十座,在 20 世纪 90 年代中期我国就有 7 座,其中 1982 年在北京密云建成的跨距为 20.7 m 的玻璃钢蜂窝箱梁桥,是世界上第一座复合材料公路桥。

目前,复合材料的应用已经非常广泛,涉及各个领域的许多方面。有人预言,21 世纪将成为复合材料的时代。

1.4 复合材料层合结构及分析方法

1.4.1 叠层复合材料

叠层复合材料是由增强纤维和树脂基体构成的单向板,按照预先设计的叠层顺序铺设组成的,称为复合材料层合板,在两种材料之间存在着明显的界面,因此,这种材料本身就是一种层合结构形式,如图 1.3 所示。如果组成层合板的所有单向板是同一方向铺设,则称为单向层合板,如果按不同方向铺设则称为多向层合板。

单向板是一种各向异性材料,应力应变关系比各向同性材料复杂得多,由此组成的多向层合板则更为复杂,分析更加困难。

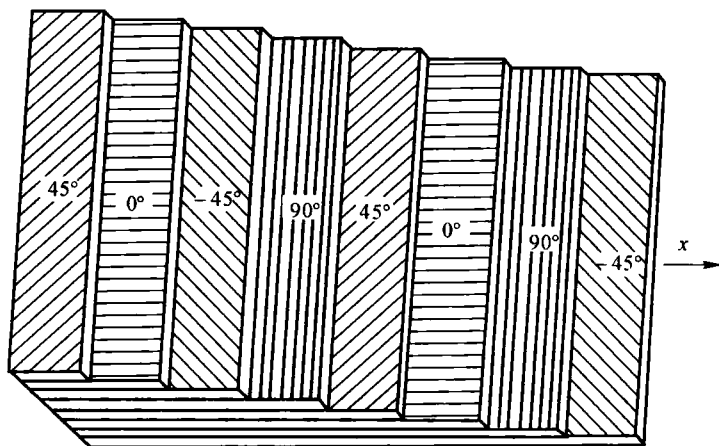


图 1.3 层合复合材料形式

1.4.2 层合板结构分析方法

复合材料力学是复合材料结构力学的基础,前者论述复合材料的力学性能、应力应变关系、失效破坏准则、强度分析等,后者是在前者基础上论述复合材料层合板元件的分析方法。

1. 细观力学方法

细观力学是以纤维、基体材料为研究对象的,如图 1.4 所示。在微观尺度上两种材料是均质各向同性材料,根据纤维、基体的力学性能、分布形式、体积含量等,研究两种组分材料结合后的力学性能、界面之间的相互作用、损伤及破坏等,以此导出单向板的宏观本构关系与力学性能,如弹性模量、极限强度、疲劳性能、环境响应等。

2. 宏观力学方法

宏观力学是以单向板为研究对象的。它把单向板作为均质各向异性材料处理,对纤维、基体不加区分,研究两种组分材料的平均力学性能(见图 1.5),建立单向板的本构方程和强度理论,以此导出层合板的应力应变关系以及刚度、强度分析方法,是复合材料结构分析的基础。

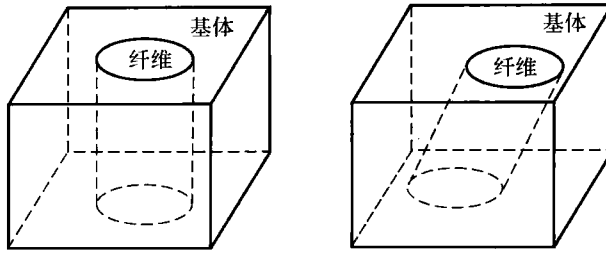


图 1.4 微观力学分析研究模型

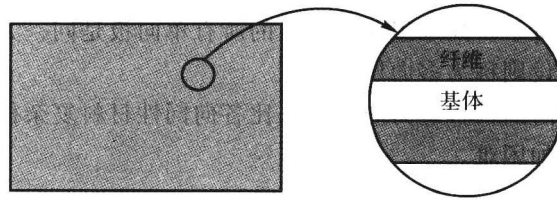


图 1.5 宏观力学分析模型

3. 复合材料结构力学

基于各向同性材料的结构力学分析思想,以复合材料层合板为对象,用宏观力学尺度对层合板、层合壳等结构的弯曲、屈曲、振动以及损伤、开孔强度、疲劳强度、连接等进行力学分析。可以说,工程中存在的复合材料结构形式都是研究的内容。

习 题

- 1.1 什么是复合材料? 有哪些种类? 纤维增强树脂基复合材料有什么特点?
- 1.2 那些常见结构使用了复合材料? 举例说明他们分别发挥了材料的那些力学特点。
- 1.3 宏观力学与微观力学在复合材料力学研究中有什么异同点?

第 2 章 各向异性材料的弹性力学基础

2.1 各向异性材料的应力应变关系

2.1.1 基本假设

用宏观力学方法研究长纤维增强复合材料的力学行为,是以单向板作为基本单元的。为了表征单向板的主要性质,有必要忽略一些次要现象,对复合材料作下述假设。

(1) 连续性假设。它认为材料内部充满着物质,无夹杂,无气泡(空穴),材料是密实的,组成复合材料的各组分相互完全接触。

(2) 均匀性假设。它认为组成单向板的各组分材料按某种规律分布均匀,在单向板的各点具有相同的密度和力学性能。

(3) 线弹性假设。它认为复合材料的变形与外力成正比关系,若外力消除,复合材料能够恢复其原来的初始形状。

(4) 小变形假设。当复合材料受外力作用时,其变形与原始尺寸相比要小得多,可以忽略。这样可以用原始尺寸表征复合材料,进行受力、变形和运动等分析。

2.1.2 各向异性材料的应力应变关系

把所有方向上力学性能都相同的弹性体材料称为各向同性材料。如果弹性体在不同方向上的力学性能不尽相同,那么这种材料称为各向异性材料。对于均匀的各向异性弹性体在任意直角坐标系下,弹性体内任意点的单元体一般为三维应力状态,如图 2.1 所示。

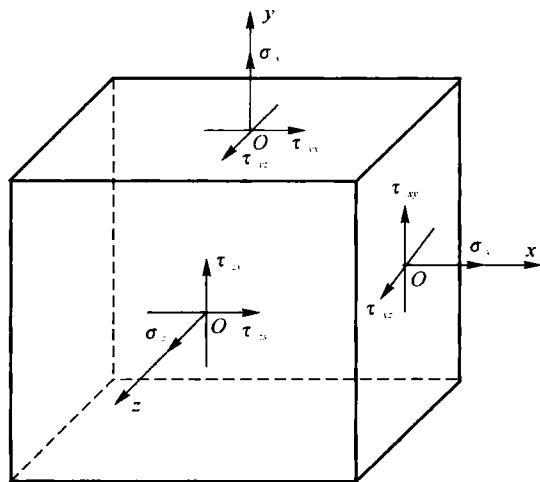


图 2.1 单元体的应力状态

根据广义胡克定律,一般均匀各向异性材料在线弹性状态下的应变应力关系可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{13}\sigma_z + S_{14}\tau_{yz} + S_{15}\tau_{zx} + S_{16}\tau_{xy} \\ \epsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{23}\sigma_z + S_{24}\tau_{yz} + S_{25}\tau_{zx} + S_{26}\tau_{xy} \\ \epsilon_z &= S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{33}\sigma_z + S_{34}\tau_{yz} + S_{35}\tau_{zx} + S_{36}\tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= S_{41}\sigma_x + S_{42}\sigma_y + S_{43}\sigma_z + S_{44}\tau_{yz} + S_{45}\tau_{zx} + S_{46}\tau_{xy} \\ \gamma_{zx} &= S_{51}\sigma_x + S_{52}\sigma_y + S_{53}\sigma_z + S_{54}\tau_{yz} + S_{55}\tau_{zx} + S_{56}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= S_{61}\sigma_x + S_{62}\sigma_y + S_{63}\sigma_z + S_{64}\tau_{yz} + S_{65}\tau_{zx} + S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.1)$$

式(2.1.1)可以用矩阵形式简单地表示为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{S} \boldsymbol{\sigma} \quad (2.1.2)$$

式中, $\boldsymbol{\epsilon} = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx} \quad \gamma_{xy}]^T$, $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx} \quad \tau_{xy}]^T$ 分别为应变和应力列阵,系数矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix}$$

称为材料的柔度矩阵,由各向异性材料的力学性能所决定,与坐标和应力状态无关。如果对 $\mathbf{S}$ 矩阵求逆,从式(2.1.2)便可得到用应变表示的应力方程为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.1.3)$$

或简写成

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.1.4)$$

式中

$$\mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1} \quad (2.1.5)$$

称为材料的刚度矩阵。

在线弹性范围内,要完整地描述各向异性材料的应变与应力关系,需要有 36 个弹性常数来表征。然而,用能量方法可以证明材料的刚度矩阵具有对称性,即有

$$C_{ij} = C_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.1.6)$$

由于柔度矩阵和刚度矩阵为互逆关系,因此,柔度矩阵 $\mathbf{S}$ 也是一个对称矩阵,即有

$$S_{ij} = S_{ji} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.1.7)$$

这样,各向异性材料中 36 个弹性常数只有 21 个是独立的。

弹性体受外力作用时会产生变形,外力对弹性体做功,在等温条件下外力功以能量的形式储存于弹性体内,这种能量称为弹性体的应变能。根据功能计算原理,单位体积的应变能为