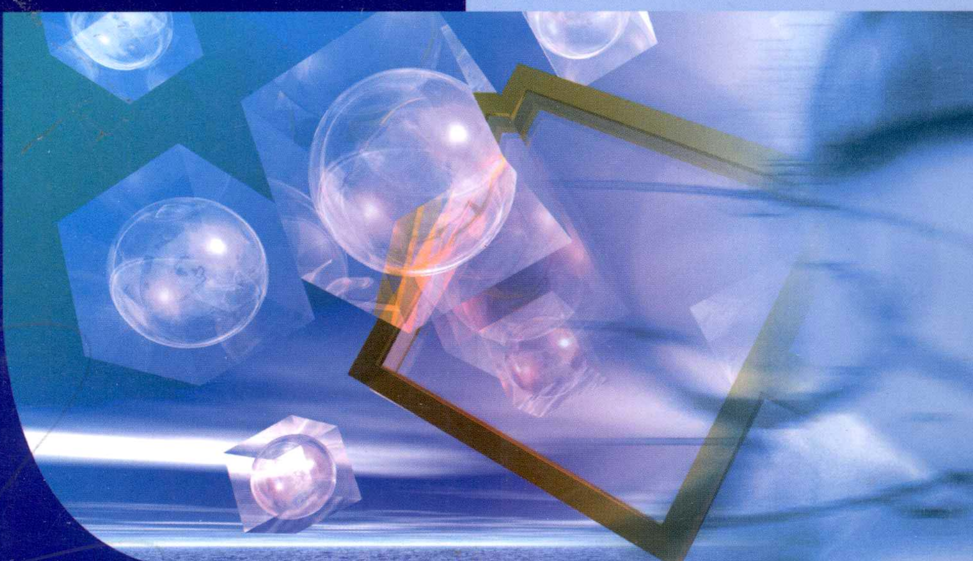
普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材

自动控制原理

◎ 邱德润　张绪红　陈日新　敖章洪　编著

ZIDONG KONGZHI YUANLI



免费电子课件

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材

自动控制原理

邱德润　张绪红
陈日新　敖章洪　编著

机械工业出版社

本书按照“基础知识”、“数学模型”、“经典分析”、“现代分析”的顺序编写，在每种分析中，先研究连续信号与离散信号，再研究连续系统与离散系统。本书的主要内容有：基础知识、系统的数学模型、时域分析、频域分析、复频域分析、控制系统的校正与设计、非线性控制系统的分析、状态空间分析与综合。

与现有的“自动控制原理”教材相比，本书系统地补充了必需的“信号与系统”内容，以尽量满足教学的实际需求。本书可作为普通高等院校电气工程类、自动化类专业与机械工程类各专业“自动控制原理”课程的教材或参考书，全书参考学时数为90学时左右。

本书配有免费电子课件，欢迎选用本书作教材的老师发邮件到jinacmp@163. com索取，或登录www. cmpedu. com注册下载。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理/邱德润等编著. —北京：机械工业出版社，2012.6

普通高等教育“十二五”电气信息类规划教材

ISBN 978-7-111-37997-3

Ⅰ.①自… Ⅱ.①邱… Ⅲ.①自动控制理论—高等学校—教材 Ⅳ.①TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第086718号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）
策划编辑：吉 玲 责任编辑：吉 玲
责任校对：张晓蓉 封面设计：张 静
责任印制：乔 宇
三河市宏达印刷有限公司印刷
2012年8月第1版第1次印刷
184mm×260mm · 26.5印张 · 741千字
标准书号：ISBN 978-7-111-37997-3
定价：49.80元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010) 88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：(010) 68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：(010) 88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：(010) 88379203	封面无防伪标均为盗版

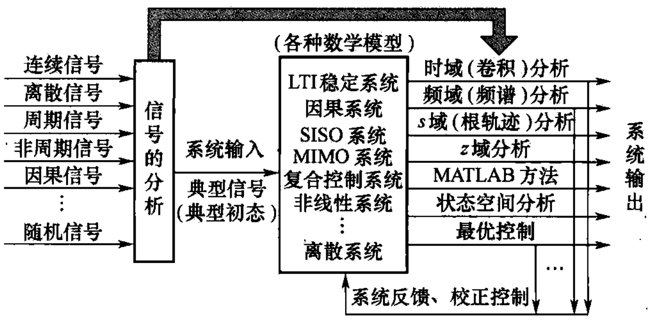
前　言

自动控制理论自1868年J. C. Maxwell的论文“论调节器”发表以来，已有百余年历史。其间经过20世纪初Nyquist、Bode、Harris、Evans、Wienner、Nichols等人的杰出贡献，基本形成了以单输入单输出反馈控制为代表的经典控制理论，并于20世纪50年代趋于成熟。由于20世纪40年代计算机的出现及其迅猛发展，促进了“自动控制理论”朝着更为复杂、严密的方向发展。在20世纪50~60年代，出现了针对多输入多输出复杂系统的、以状态空间分析为基础的现代控制理论，解决了系统的可控性、可观测性、稳定性以及许多复杂系统控制的理论问题。第三代控制理论则利用人工智能(20世纪50年代出现并快速发展)的逻辑推理、启发式知识、专家系统等来解决难以建立精确数学模型的控制问题，是人工智能和自动控制交叉的产物，是当今自动控制理论的发展方向。

作为机械工业出版社普通高等教育“十二五”规划教材，本书只研究经典控制理论与现代控制理论基础两部分，且以经典控制理论为主。

“自动控制原理”和“信号与系统”同属本科电子电气(EE)类各专业的重要基础理论课，但由于历史的原因，此前这两门密切相关的课程却一直处于割裂状态，各按各的课程体系授课，往往造成“单科学时不够、整体学时浪费、知识重复、教学效果不理想”的状态。

实际上，“信号”、“系统”与“控制”原本就有如下图所示的密切联系。



而现有的“自动控制原理”教材之所以在基本概念上让人觉得模糊，给人以脱离实际的冗繁感觉，是因为它们对数学模型、卷积、稳定性及其判定、频率特性、拉普拉斯变换、z变换等知识的介绍比较零碎，缺乏系统，这很容易引起学生对所学知识的科学性、连续性与完整性等产生困惑。实际上，在“自动控制原理”课程的现有教材中，除控制性能、系统校正和非线性等内容外，大部分内容都是与“信号与系统”相似，却不如“信号与系统”介绍得全面、系统。因此，有必要在“自动控制原理”课程的教材中，系统地补充“信号与系统”的内容，这样才符合系统工程的实际需求。

针对电气工程类、自动化类与机械工程类专业的实际需求及学时限制，在作者长期教学研究的基础上，从准确、清晰、注重实际、深入浅出、便于自学的角度出发，本书突出了“信号”、“系统”与“控制”的密切联系，在系统补充“信号与系统”内容的基础上，注意压缩了部分“信号分析”的偏数学内容。

本书按照“基础知识”、“数学模型”、“经典分析”、“现代分析”的顺序编写，在每种

分析中，先研究连续信号与离散信号，再研究连续系统与离散系统，以期增强课程内容的条理性、连续性，减少不必要的重复，尽量符合学生的认知规律，易于被学生接受。

在“数学模型”的介绍中，考虑学生对传递函数、信号流图的初始认识问题，提前介绍了单边拉普拉斯变换的最基本知识，而有关的深入研究则留在“经典分析”中讨论。

在“经典分析”中介绍“频域分析”时，出于压缩篇幅与注重实用的考虑，只研究了“连续”信号与系统控制的频域分析，而对于“离散”信号与系统控制的问题，则留在“复频域分析”中详细讨论。

对于状态空间分析和系统的综合问题，则增强了基本例题与习题的力度，注入了趣味性，以引发学生对理论课的学习热情；对于最优控制问题，因考虑学时与篇幅限制，未予介绍。

MATLAB 用于控制领域仿真是非常有效的工具，本书是作为初学者的上机指导来写的，仅作了相关的基础性介绍，希望能达到帮助理解和掌握自动控制原理的目的，至于其进一步的应用与拓展，则已超出了本书的范围。

全书内容的编著仍然为师生准备了选择学习的一定空间，在教学实施时，主讲教师可以根据不同专业的实际需求与课时限制，少讲或不讲本书某些章节的选择学习内容。每章后面均有“本章小结”和大量习题。全书参考学时数为 90 学时左右。

需要说明的是，为了统一规范，本书约定：所有的输入信号(包括连续与离散)，一般用 $f(\cdot)$ 表示；所有的输出信号(包括连续与离散)，一般用 $y(\cdot)$ 表示；所有的冲激响应，一般用 $g(\cdot)$ 表示；所有的阶跃响应，一般用 $h(\cdot)$ 表示；对应的系统函数或传递函数，一般用 $G(\cdot)$ 表示，闭环传递函数用 $\Phi(\cdot)$ 表示，反馈通道传递函数则用 $H(\cdot)$ 表示。

本书由邱德润主编。第 1 ~5 章由邱德润执笔，第 6、7 章由张绪红博士执笔，第 8 章由陈日新副教授执笔，书中的 MATLAB 内容基本由敖章洪讲师执笔，全书由邱德润统筹定稿；课件由邱德润、张绪红、陈日新、敖章洪共同制作完成。

本书部分初稿承蒙上海交通大学翁正新教授审阅，提出了不少宝贵的修改意见，在此谨致诚挚的谢意！

由于作者水平有限，书中纰漏与错误之处，恳请读者批评指正。

作　者

2011 年 9 月于广州

目　　录

第1章 基础知识

要真正学好“自动控制原理”，首先要建立“自动控制原理”的基本认识，要清楚“信号”、“系统”与“控制”以及三者之间的关系，要熟悉有关的基本概念、专业术语，带着问题主动学习，为后面的“经典分析”与“现代分析”等理论学习做好充分的准备。

1.1 信号

1.1.1 信号的描述与分类

1. 什么是信号

人类通过各种声、光、电等物理量或物理现象来相互传送所需要的消息或者信息，所以有以下定义：

1）消息——具有一定意义的语言、文字、图像、数据等。

2）信息——语言、文字、图像、数据等消息给予受信者的新知识，信息寓于消息之中。

3）信号——传送消息的某种形式，如声、光、电、磁等，消息借助信号进行传送。

一般而言，信号是随时间变化的，信号的数学形式可以用时间 t 的一维函数 $f(t)$ 表示，也可以用时间 t 和空间 x 的多维函数 $f(t、x)$ 表示。例如，工业熔炉内的温度信号不仅随时间变化，而且与测量位置有关；在电子信息系统中，常用的电压、电流、电荷或磁通等信号则可视为时间 t 或其他变量的函数。

信号可以通过解析式、图形、测量数据或统计数据等进行描述，通常具有能量和量纲。

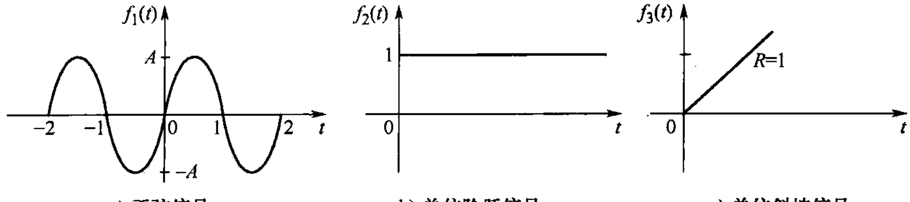
2. 信号的分类

信号的形式有多种，可以从不同的角度进行分类。常用的几种分类为：连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、奇信号与偶信号等。

（1）连续时间信号与离散时间信号

1）连续时间信号：一个信号 $f(t)$，如果在某个时间区间内除有限个间断点外都有定义，就称该信号在此区间内为连续时间信号，简称连续信号。

所谓“连续”是指在定义域内(除有限个间断点外)，信号的自变量是连续可变的，而信号的取值在值域内则可以是连续的，也可以是跳变的。图 1.1-1 是几种常见的连续信号。



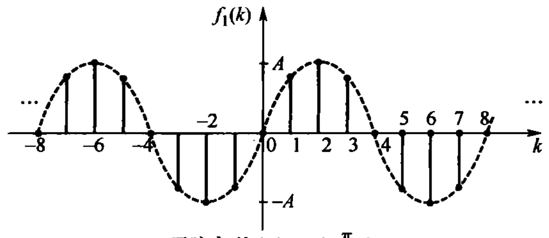
a) 正弦信号　　b) 单位阶跃信号　　c) 单位斜坡信号

图 1.1-1　几种常见的连续信号

2）离散时间信号：仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号或序列，通常记为 $f(k)$，其中 k 为序号。

“离散”只表示自变量取离散的数值，而相邻离散时刻点的间隔则可以相等，也可以不相等；在这些离散时刻点以外，信号无定义；信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。

图 1. 1-2 是几种离散信号的波形。



a) 正弦序列 $f_1(k)=A\sin\frac{\pi}{4}(k)$

b) 序列 $f_2(k)=\{\cdots,0,2,2,1,-1,0\cdots\}$（$\uparrow k=0$）

c) 序列 $f_3(k)=\{\cdots,A,A,A,A,0\cdots\}$（$\uparrow k=0$）

图 1. 1-2　几种离散信号序列

3）数字信号：不仅在时间上是离散的，而且在幅度上是经过量化的离散时间信号，即为数字信号。数字信号是离散信号的特例。在工程应用中，常把幅值可连续取值的连续信号称为模拟信号，如图 1. 1-1a 所示；把幅值可连续取值的离散信号称为抽样信号，如图 1. 1-2a 所示；而把幅值只能取某些规定数值的离散信号称为数字信号，如图 1. 1-2c 所示。

为方便起见，有时将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 简记为 $f(\cdot)$，可用 $f(\cdot)$ 统一表示连续信号和离散信号。

（2）周期信号与非周期信号

1）连续时间周期信号：一个连续信号 $f(t)$，若对所有的 t 均有

$$f(t)=f(t+mT),\quad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.1-1}$$

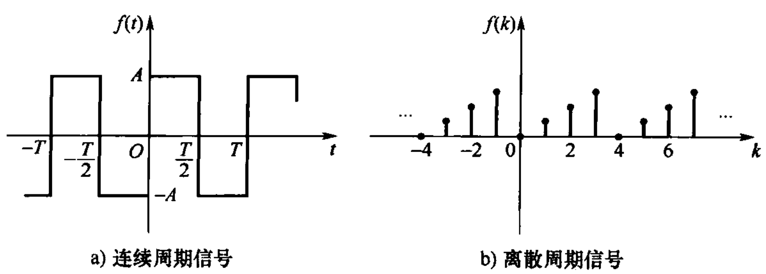
则称 $f(t)$ 为连续时间周期信号，满足式（1. 1-1）的最小 T 值称为 $f(t)$ 的周期。

2）离散时间周期信号：一个离散信号 $f(k)$，若对所有的 k 均有

$$f(k)=f(k+mN),\quad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1.1-2}$$

则称 $f(k)$ 为离散时间周期信号或序列，满足式（1. 1-2）的最小 N 值称为 $f(k)$ 的周期。

图 1. 1-3 是上述两种周期信号的波形。



a) 连续周期信号 $f(t)=f(t+mT)$ $m=0,\pm1,\pm2,\cdots$

b) 离散周期信号 $f(k)=f(k+mN)$ $m=0,\pm1,\pm2,\cdots$

图 1. 1-3　两种周期信号的波形

3）非周期信号：凡是不满足式(1.1-1)或式(1.1-2)的信号称为非周期信号。非周期信号的幅值在时间上不具有周而复始变化的特性，它不具有周期，或者认为它的周期趋向无穷大。

如果两个周期信号$x(t)$和$y(t)$的周期具有公倍数，则它们的和信号$f(t)=x(t)+y(t)$仍然是一个周期信号，其周期是$x(t)$和$y(t)$周期的最小公倍数。

例1.1-1 试判断下列信号是否为周期信号，若是，则确定其周期。

① $f_1(t)=\sin 2t+\cos 3t$ ② $f_2(t)=\cos 2t+\sin \pi t$

解：对于①，假设$f_1(t)$的最小周期为T，则有$f_1(t)=f_1(t+kT)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

即

$$\begin{aligned}\sin 2t+\cos 3t&=\sin 2(t+kT)+\cos 3(t+kT)\\&=\sin(2t+2kT)+\cos(3t+3kT)\end{aligned}$$

为使上式成立，有$2kT=2\pi p$及$3kT=2\pi q$，即$T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2\pi}{3k}q$。当$p=2$、$q=3$时，$f_1(t)$有最小周期$T=\frac{2\pi}{k}$。取$k=1$，有$T=2\pi$，所以$f_1(t)$是以$2\pi$为周期的周期信号。

对于②，假设$f_2(t)$的最小周期为T，则有$f_2(t)=f_2(t+kT)(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

即

$$\begin{aligned}\cos 2t+\sin \pi t&=\cos 2(t+kT)+\sin\pi(t+kT)\\&=\cos(2t+2kT)+\sin(\pi t+k\pi T)\end{aligned}$$

为使上式成立，有$2kT=2\pi p$及$k\pi T=2\pi q$，即$T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2}{k}q$。使$p$、$q$取任何整数时，$T=\frac{\pi}{k}p=\frac{2}{k}q$都不能成立，所以$f_2(t)$不是周期信号。

（3）奇信号与偶信号

1）奇信号：一个信号$f(t)$或$f(k)$，若其波形关于坐标原点对称，即满足

$$f(t)=-f(-t)\text{或}f(k)=-f(-k) \tag{1.1-3}$$

则称$f(t)$或$f(k)$为奇信号。

2）偶信号：一个信号$f(t)$或$f(k)$，若其波形关于纵坐标轴对称，即满足

$$f(t)=f(-t)\text{或}f(k)=f(-k) \tag{1.1-4}$$

则称$f(t)$或$f(k)$为偶信号。

凡不具备上述奇偶特性的信号称为非奇非偶信号。

1.1.2 奇异信号

所谓奇异信号是指信号本身具有不连续(跳变)点，或其导数、积分具有不连续(跳变)点的信号。常见的奇异信号包括斜坡信号、阶跃信号、冲激信号和冲激偶信号，其中阶跃信号和冲激信号最重要。

1. 连续时间阶跃信号与斜坡信号

（1）连续时间阶跃信号的图形

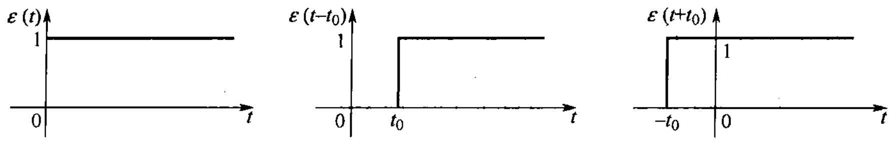
连续时间阶跃信号的图形如图1.1-4所示。

（2）连续时间阶跃信号的定义式

1）单位阶跃信号：

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & t>0\\0 & t<0\end{cases}\quad\text{（见图1.1-4a）} \tag{1.1-5}$$

2）单位延迟阶跃信号：



a) 单位阶跃信号　　b) 单位延迟阶跃信号　　c) 单位超前阶跃信号

图 1.1-4　连续时间阶跃信号的图形

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}1 & t>t_0\\ 0 & t<t_0\end{cases}\quad (\text{图 } 1.1\text{-}4\text{b})\tag{1.1-6}$$

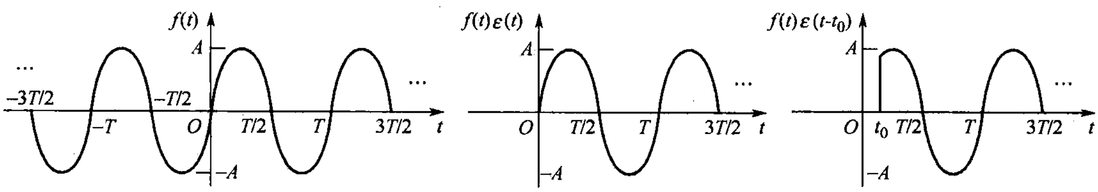
3）单位超前阶跃信号：

$$\varepsilon(t+t_0)=\begin{cases}1 & t>-t_0\\ 0 & t<-t_0\end{cases}\quad (\text{见图 } 1.1\text{-}4\text{c})\tag{1.1-7}$$

当连续时间阶跃信号 $R\varepsilon(t)$ 的幅度 $R\neq1$ 时，称为非单位连续时间阶跃信号。

（3）连续时间阶跃信号的特性

1）单边特性。连续时间阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 对图 1.1-5a 中 $f(t)$ 信号的单边特性如图 1.1-5b 所示。



a) 原信号 $f(t)$ 的波形　　b) $f(t)\varepsilon(t)$ 的波形　　c) $f(t)\varepsilon(t-t_0)$ 的波形

图 1.1-5　连续时间阶跃信号的特性

2）截取特性。连续时间延迟阶跃信号 $\varepsilon(t-t_0)$ 对图 1.1-5a 中 $f(t)$ 信号的截取特性如图 1.1-5c 所示。

3）分解特性。对于图 1.1-6 所示的分段函数：

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}(t+2) & -2<t<1\\ -\dfrac{1}{2}(t-1) & 1<t<3\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

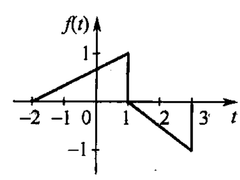


图 1.1-6　分段函数 $f(t)$

可用连续时间阶跃信号分解为

$$f(t)=\frac{1}{3}(t+2)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t-1)]-\frac{1}{2}(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$$

（4）连续时间斜坡信号

对连续时间阶跃信号从 $0\to t$ 求积分，即得连续时间斜坡信号为

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ Rt & t\geqslant0\end{cases}\tag{1.1-8}$$

或

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ R(t-t_0) & t\geqslant t_0\end{cases}\tag{1.1-9}$$

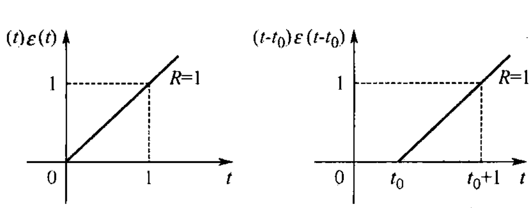
当斜率 $R=1$ 时，为连续时间单位斜坡信号，或连续时间单位延迟斜坡信号。

连续时间单位斜坡信号的波形如图 1. 1-7 所示，常用 $t\varepsilon(t)$ 或 $(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)$ 表示。

2. 连续时间冲激(脉冲)信号

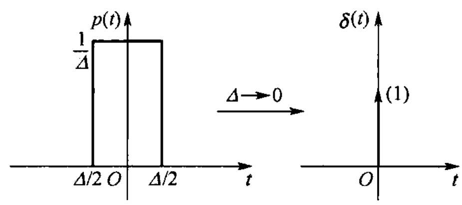
（1） 连续时间冲激(脉冲)信号的图形

连续时间冲激信号的图形如图 1. 1-8 所示。



a) 单位斜坡信号　　b) 单位延迟斜坡信号

图 1. 1-7　连续时间斜坡信号的波形



a) 窄脉冲信号　　b) 冲激信号

图 1. 1-8　连续时间冲激信号的图形

（2） 连续时间冲激信号的定义式

由图 1. 1-8 可知，当 $\Delta\to0$ 时，矩形脉冲宽度将趋于 0，脉冲幅度将趋于 ∞，但其面积仍为 1。将此信号定义为连续时间单位冲激信号，简称单位冲激信号或 δ 函数，用 $\delta(t)$ 表示。

即连续时间单位冲激信号为

$$\delta(t)=\lim_{\Delta\to0}p_{\Delta}(t) \tag{1. 1-10}$$

此外，$\delta(t)$ 还可以利用指数函数、钟形函数、抽样函数 $Sa(t)$ 等的极限来定义。

连续时间冲激信号的另一种定义式为

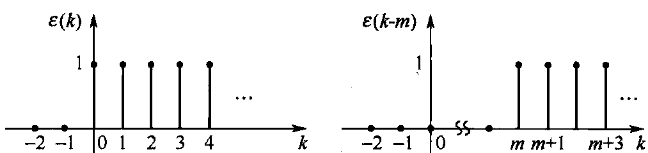
$$\begin{cases}\delta(t)=0 & t\neq0\\ \delta(t)\to\infty & t=0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{d}t=1\end{cases} \tag{1. 1-11}$$

定义式(1. 1-11)表明，$\delta(t)$ 函数除原点为无穷大以外，处处为零，但其面积为 1。

3. 阶跃序列和脉冲序列

（1） 单位阶跃序列

离散时间单位阶跃序列的图形如图 1. 1-9 所示。离散时间单位阶跃序列的定义式为



a) 离散时间单位阶跃序列　　b) 离散时间单位延迟阶跃序列

图 1. 1-9　离散时间单位阶跃序列的图形

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}1 & k\geqslant0\\0 & k<0\end{cases} \tag{1. 1-12}$$

或

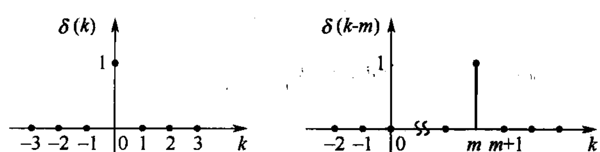
$$\varepsilon(k-m)=\begin{cases}1 & k\geqslant m\\0 & k<m\end{cases} \tag{1. 1-13}$$

（2） 单位脉冲序列

单位脉冲序列的图形如图 1. 1-10 所示。单位脉冲序列的定义式为

$$\delta(k)=\begin{cases}1 & k=0\\0 & k\neq0\end{cases} \tag{1. 1-14}$$

或



a) 单位脉冲序列　　b) 单位延迟脉冲序列

图 1. 1-10　单位脉冲序列的图形

$$\delta(k-m)=\begin{cases}1 & k=m\\0 & k\neq m\end{cases} \tag{1.1-15}$$

单位脉冲序列有以下性质：

$$f(k)\delta(k)=f(0)\delta(k) \tag{1.1-16}$$

$$f(k)\delta(k-m)=f(m)\delta(k-m) \tag{1.1-17}$$

$$\delta(k)=\varepsilon(k)-\varepsilon(k-1)=\nabla\varepsilon(k) \tag{1.1-18}$$

$$\varepsilon(k)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(k-n) \tag{1.1-19}$$

1.1.3 正弦信号

正弦信号是一种最常见的基本信号，连续时间正弦信号是物理学中简谐振动的数学描述。此外，振动物体在弹性媒质中形成的机械波，振动电荷或电荷系在周围空间产生的电磁波以及声波、光波等物理现象，在一定条件下都可以用正弦信号来描述。在我国电力系统中，理想的电网电压或电流就是频率为50Hz的标准正弦波信号。

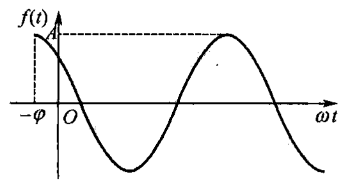


图 1.1-11 一般正弦信号的波形

一般正弦信号的波形如图1.1-11所示。

一般正弦信号的表达式为

$$f(t)=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{1.1-20}$$

式中，A为正弦信号的振幅；ω为正弦信号的角频率；φ为正弦信号的初始相位(简称初相)。

正弦信号是周期信号，其周期T与角频率ω和频率f之间的关系为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{f} \tag{1.1-21}$$

正弦信号和余弦信号统称为正弦信号，可以用正弦函数$A\cos(\omega t+\varphi)$或虚指数函数$Ae^{j(\omega t+\varphi)}$表示，其中A为正弦信号的振幅，$(\omega t+\varphi)$为正弦信号的相位。

利用欧拉公式，很容易将正弦函数表示为两个虚指数函数之和，当初相$\varphi=0$时，有

$$\begin{cases}A\cos\omega t=A\dfrac{e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}}{2}\\ A\sin\omega t=A\dfrac{e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}}{2j}\end{cases} \quad 或 \quad \begin{cases}Ae^{j\omega t}=A(\cos\omega t+j\sin\omega t)\\ Ae^{-j\omega t}=A(\cos\omega t-j\sin\omega t)\end{cases}$$

根据欧拉公式，式(1.1-20)可以写成

$$f(t)=A\cos(\omega t+\varphi)=\frac{A}{2}[e^{j(\omega t+\varphi)}+e^{-j(\omega t+\varphi)}] \tag{1.1-22}$$

式中出现的负(角)频率实际上是不存在的，这里仅仅是一种数学表示而已，只是为了理论分析的方便才引入了负(角)频率的概念。

根据傅里叶(J. Fourier,1768—1830)的理论，任何周期信号都可以表示为许多不同频率的正弦函数或虚指数函数之和，任何非周期信号则可以表示为许多不同频率的正弦函数或虚指数函数的积分。关于正弦信号的深入研究，将在第4章进行。

1.1.4 信号的基本特性与运算

1. 信号的基本特性

信号的基本特性包括时间特性、频率特性、能量特性和信息特性。

(1) 信号的时间特性

确定信号是一个确定的时间函数，其解析式或波形图都集中体现了信号的时间特性。例如，

确定信号的速率变化的快慢、幅值的大小、持续时间的长短以及随时间改变所呈现的变化规律等，都反映了确定信号的时间特性。

（2）信号的频率特性

研究表明，一般信号可以分解成许多不同频率成分的正弦分量的线性组合，其中每个分量都具有各自的振幅和相位；信号各正弦分量的振幅随频率增大而逐渐减小，使信号的能量主要集中在低频分量上，常把这种频率范围称为信号的频带宽度；频谱则是信号的频域表示，集中体现了信号的频率特性，包括频带宽度及各正弦分量的振幅、相位随频率变化的分布情况等。

（3）信号的能量特性与功率特性

任何信号通过系统时都伴随着一定能量或功率的传输，这表明信号具有能量或功率特性。前面，已经在时域上定义了信号的能量和功率，实际上信号的能量和功率也可以在频域上定义。信号的能量和功率随频率分布的关系称为信号的能量谱和功率谱。

（4）信号的信息特性

无论确定信号还是随机信号都可以携带或者含有一定的信息。人们利用各种系统对信号进行处理、加工和传输的目的就是为了获取其中的有用信息。例如，在电报传输系统中，持续时间长短不一的脉冲序列信号代表不同的电报数码，分组数码则表示不同的报文信息等。

2. 信号的基本运算

信号的基本运算包括信号的相加、相乘、微分、积分等。

（1）信号的相加和相乘

1）信号相加：n 个信号 $f_1(t),f_2(t),\cdots,f_n(t)$ 相加，可以构成一个新的信号 $f(t)$，即

$$f(t)=f_1(t)+f_2(t)+\cdots+f_n(t) \tag{1.1-23}$$

信号相加运算可以用加法器来实现，如图 1.1-12 所示。

2）信号相乘：n 个信号 $f_1(t),f_2(t),\cdots,f_n(t)$ 相乘，可以构成一个新的信号 $f(t)$，即

$$f(t)=f_1(t)f_2(t)\cdots f_n(t) \tag{1.1-24}$$

信号相乘运算可用乘法器来实现，若信号 $f(t)$ 乘以实常数 a，即得 $y(t)=a\,f(t)$，如图 1.1-13 所示。数乘器又称标量乘法器或比例器。

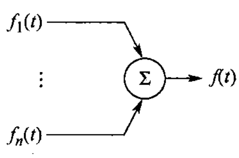


图 1.1-12　n 个信号的相加

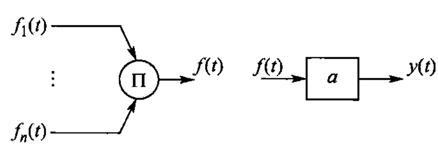


图 1.1-13　n 个信号相乘及 $f(t)$ 乘实常数

图 1.1-14a、b 分别是两个连续信号相加和相乘的过程。

图 1.1-15a、b 则分别是两个离散信号相加和相乘的过程。

（2）连续时间信号的微分和积分

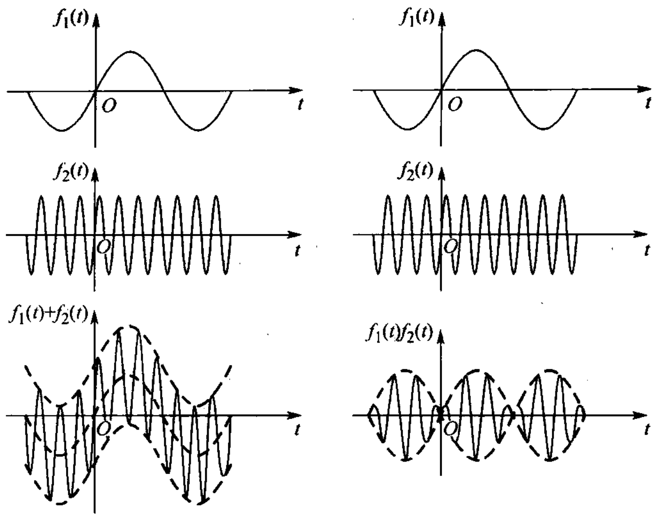
1）微分：对连续时间信号 $f(t)$ 求一阶导数即得微分信号 $y(t)=\dfrac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$，表示信号随时间的变化率。连续时间信号的微分运算可以用微分器来实现，如图 1.1-16a 所示。

2）积分：将连续时间信号 $f(t)$ 在区间 $(-\infty,t)$ 内积分即得积分信号 $y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$。连续时间信号的积分运算可以用积分器来实现，如图 1.1-16b 所示。

3. 信号的分解与合成

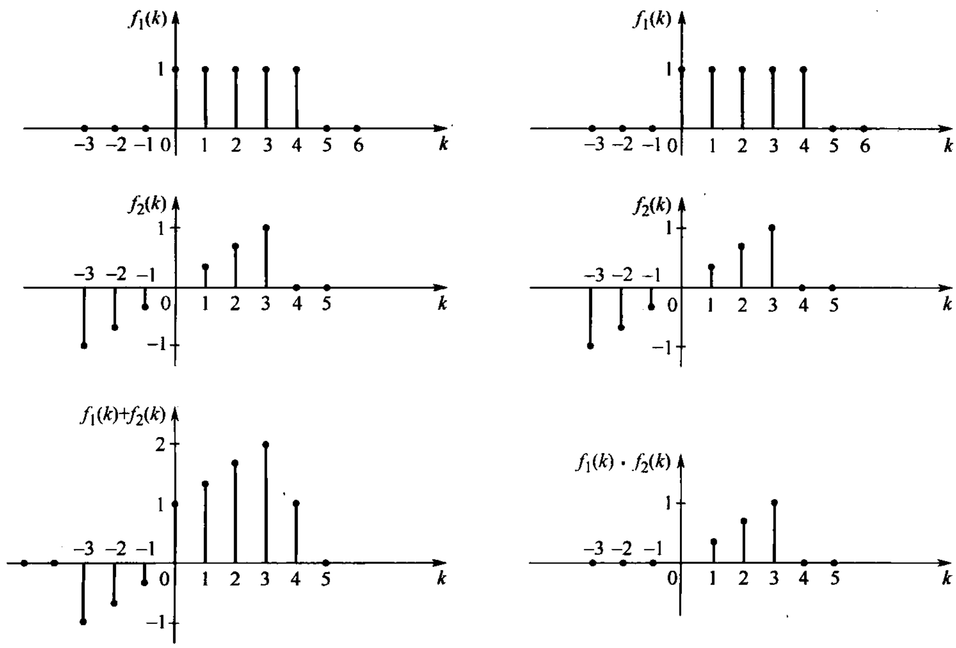
（1）信号的分解

为了便于分析与研究问题，往往要把一个复杂信号分解为若干基本信号的组合。至于如何分



a) 两个连续信号的相加　　b) 两个连续信号的相乘

图 1.1-14　两个连续信号的相加和相乘



a) 两个离散信号的相加　　b) 两个离散信号的相乘

图 1.1-15　两个离散信号的相加和相乘

解，分解成什么形式的组合，应视具体情况而定，常用的分解形式如下：

1）分解 $f(t)$ 为直流分量 $f_d(t)$ 和交流分量 $f_a(t)$ 之和，即

$$f(t)=f_d(t)+f_a(t) \tag{1.1-25}$$

例 1.1-2　已知信号 $f(t)$ 的波形如图 1.1-17a 所示，试画出 $f(t)$ 的直流分量 $f_d(t)$ 和交流分量 $f_a(t)$ 的波形。

a) $f(t)$ 的微分运算　　b) $f(t)$ 的积分运算

图 1.1-16　$f(t)$ 的微分与积分运算

解：由图 1.1-17a，可画直流分量$f_d(t)$和交流分量$f_a(t)$的波形如图 1.1-17b、c所示。

2）分解$f(t)$为奇分量$f_o(t)$和偶分量$f_e(t)$之和，即

$$f(t)=f_o(t)+f_e(t) \qquad (1.1\text{-}26)$$

其中，偶信号为

$$f_e(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)] \qquad (1.1\text{-}27)$$

奇信号为

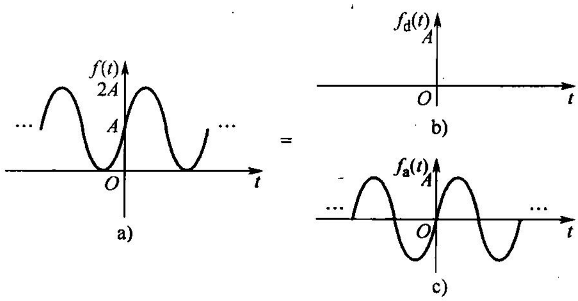


图 1.1-17 $f(t)$分解为$f_d(t)$和$f_a(t)$两分量之和

$$f_o(t)=\frac{1}{2}[f(t)-f(-t)] \qquad (1.1\text{-}28)$$

例 1.1-3 已知信号$f(t)$的波形如图 1.1-18a 所示，试画出$f(t)$的偶分量$f_e(t)$和奇分量$f_o(t)$的波形。

解：由图 1.1-18a 及式(1.1-27)和式(1.1-28)，可画偶分量$f_e(t)$和奇分量$f_o(t)$的波形如图 1.1-18b、c 所示。

3）分解$f(t)$为冲激序列。图 1.1-19 是$f(t)$分解为冲激序列的示意图，由图有

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau\approx\sum_{k=-\infty}^{\infty}f(k\Delta\tau)\delta(t-k\Delta\tau)\Delta\tau \qquad (1.1\text{-}29)$$

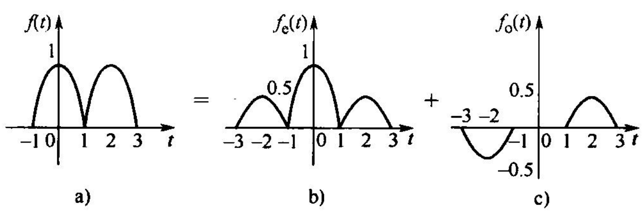


图 1.1-18 分解为偶分量$f_e(t)$和奇分量$f_o(t)$

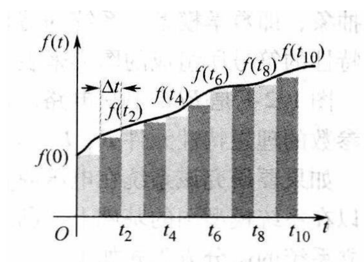


图 1.1-19 分解为冲激序列叠加

由图 1.1-19 易知，当$\Delta t\to 0$时，不同幅度的窄脉冲将趋近冲激，且叠加逼近$f(t)$信号。

4）分解$f(t)$为正弦信号的叠加，即

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\mathrm{j}\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega \qquad (1.1\text{-}30)$$

5）分解$f(t)$为复指数信号的叠加，即

$$f(t)=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\int_{\sigma-\mathrm{j}\infty}^{\sigma+\mathrm{j}\infty}F(s)\mathrm{e}^{st}\mathrm{d}s \qquad (1.1\text{-}31)$$

关于信号分解为正弦信号与复指数信号的问题，将在第 4 章与第 5 章研究。

（2）信号的合成（综合）

信号的合成（综合）是指将若干信号整合为一个希望信号的过程。例如，在设计电子琴时，“如何才能产生某种乐器的声音”就是信号的合成问题。

信号的合成与信号的分解互为逆过程。本书不研究信号的合成问题。

1.2 系统

自然界有各种各样的系统，主要包括物理学系统与非物理学系统两大类。本书只研究物理学