普通高等教育“十二五”规划教材·卓越工程师系列

GUIDE OF STUDY AND EXPERIMENT FOR SIGNAL AND SYSTEM

信号与系统
学习指导与实验

GUIDE OF STUDY AND EXPERIMENT FOR SIGNAL AND SYSTEM

王 群 主编

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材·卓越工程师系列

信号与系统学习指导与实验

GUIDE OF STUDY AND EXPERIMENT FOR SIGNAL AND SYSTEM

主 编 王 群

副主编 范哲意

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

全书共分8章。第1章为信号与系统分析导论；第2、第3章分别为连续、离散时间信号与系统的时域分析；第4、第5章分别为连续、离散时间信号与系统的频域分析；第6章为连续时间信号与系统的 s 域分析；第7章为离散时间信号与系统的 z 域分析；第8章为基于MATLAB的信号与系统实验；附录A、B为MATLAB的基础知识，分别为MATLAB基础、Simulink建模与仿真基础。全书共包含了144道例题详解，其中很多例题选自国内各高校和北京理工大学历年来硕士研究生入学试题，同时包含29道实验例题及10个实验内容。

本书可供电子信息类各专业的教师和学生使用，也可作为本科生期末考试及研究生入学考试的辅导材料，以及本科生的实验教材。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导与实验 / 王群主编. —北京：北京理工大学出版社，2013.3
ISBN 978-7-5640-5942-2

Ⅰ.①信…　Ⅱ.①王…　Ⅲ.①信号系统-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第095246号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 三河市天利华印刷装订有限公司
开　　本 / 787毫米×1092毫米　1/16
印　　张 / 16.5
字　　数 / 380千字
版　　次 / 2013年3月第1版　2013年3月第1次印刷
印　　数 / 1～3000册
定　　价 / 33.00元

责任编辑 / 胡　静
王玲玲
责任校对 / 陈玉梅
责任印制 / 王美丽

前　言

“信号与系统”是高等学校电子信息类专业的一门重要专业基础课，也是国内各院校相关专业的考研课程。其研究的基本理论和基本方法已在许多不同学科里得到广泛的实际应用。

本书内容涵盖了“信号与系统”课程的主要内容，本书有详细的例题解答，注重解题方法和技巧的运用，一题多解，且实验与基本理论相结合，从而巩固所学的知识，达到融会贯通，提高分析和解决问题的能力。

全书共分8章，第1～第7章每章包括学习要求、学习要点和习题精解几个部分。第1章讨论基本信号、信号的基本运算及系统的基本特性；第2、第3章以并行方式讨论连续和离散时间信号与系统的信号运算、卷积和系统方程的求解；第4、第5章分别讨论连续和离散时间信号与系统的傅里叶分析；第6章讨论拉普拉斯变换；第7章讨论z变换；第8章给出10个基础型、设计型、综合型实验；附录A、B介绍实验内容所需MATLAB的基础知识。本书根据各章的重点、难点和考点，选择了144道例题、29道实验例题进行详细解答。

本书第1～第7章由王群老师编写，第8章和附录A、B由范哲意老师编写。在本书的编写过程中，参阅了相关的文献，在此向相关作者致以诚挚谢意；并得到所在研究所的教师、研究生的无私帮助，在此表示由衷的感谢。同时，感谢北京理工大学的大力支持。

限于编者水平，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者指正。

编　者

目　录 Contents

第 1 章

信号与系统分析导论

1.1 学习要求

- 信号与典型信号
- 信号运算
- 冲激信号的定义及其基本性质
- 线性时不变系统特性的判定与应用

1.2 学习要点

1. 信号与系统的概念

消息：符号、数据、语音、图像的集合。

信息：消除受信者不确定性的消息，是消息的子集。

信号：携带或蕴含消息或信息的物理量。

系统：相互联系组成的、具有一定功能的整体。

2. 信号的分类

$$\begin{cases}\text{确定性信号：由确定的函数式描述}\\ \text{不确定信号}\begin{cases}\text{随机信号}\\ \text{模糊信号}\\ \text{混沌信号：由确定系统的确定机制产生}\end{cases}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\text{周期信号：}x(t)=x(t+nT),\ n\in \mathbf{Z},\ t\in \mathbf{R},\ T\ \text{周期}\\ \text{非周期信号}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\text{连续的信号：模拟信号}\\ \text{离散的信号：数字信号及抽样信号}\end{cases}$$

3. 典型信号

①指数信号：$x(t)=k\mathrm{e}^{\alpha t}$，　$k>0$

②正弦信号：$x(t)=A\sin(\omega t+\theta)$

③指数衰减的正弦信号：$x(t)=A\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega t+\theta)$

④$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t$

$$\sin\omega t=\frac{1}{2\mathrm{j}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t})$$

$$\cos\omega t=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t})$$

⑤复指数信号：$x(t)=A\mathrm{e}^{st}=A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=A\mathrm{e}^{\sigma t}(\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t)$

⑥$x(t)=\mathrm{sinc}(t)=\dfrac{\sin t}{t}$

性质：$\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{sinc}(t)\mathrm{d}t=\pi,\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathrm{sinc}(t)|\mathrm{d}t=+\infty$

⑦高斯函数：$x(t)=E\cdot\mathrm{e}^{-(t/\tau)^2},E>0,\tau>0$

⑧单位斜变函数：

$$R(t)=\begin{cases}0,t<0\\t,t\geqslant 0\end{cases}$$

⑨单位阶跃信号：

$$u(t)=\begin{cases}0,t<0\\1,t>0\end{cases},t=0\text{ 处无定义或定义为 }1/2$$

⑩矩形信号：$G(t)=u(t)-u(t-t_0)$

⑪符号函数：

$$\mathrm{sgn}(t)=2u(t)-1=\begin{cases}1,\quad t>0\\0,\quad t=0\\-1,t<0\end{cases}$$

4. 广义函数——单位冲激函数

(1)$\delta(t)$的定义

①$\delta(t)$满足 $\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\\delta(t)=0,\quad t\neq 0\end{cases}$

广义极限：即保持面积 S 不变，令 $\tau\to 0$

②$\delta(t)=\lim\limits_{\tau\to 0}\dfrac{1}{\tau}\left[u\left(t+\dfrac{\tau}{2}\right)-u\left(t-\dfrac{\tau}{2}\right)\right]$(矩形)

③$\delta(t)=\lim\limits_{\tau\to 0}\left\{\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{|t|}{\tau}\right)[u(t+\tau)-u(t-\tau)]\right\}$(三角形)

④$\delta(t)=\lim\limits_{\tau\to 0}\dfrac{1}{2\pi}\mathrm{e}^{-\frac{|t|}{\tau}}$(指数)

⑤$\delta(t)=\lim\limits_{\tau\to 0}\left[\dfrac{k}{\pi}\mathrm{sinc}(k\tau)\right]$(抽样)

⑥ $\delta(t)=\dfrac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$

⑦$\delta(t)=\lim\limits_{\tau\to 0}\dfrac{1}{\tau}\mathrm{e}^{-\pi\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$(钟形)

⑧$\delta(t)=\lim\limits_{k\to\infty}\dfrac{\sin^2 kt}{nkt^2}$

⑨$\delta(t)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{\pi(1+n^2t^2)}$

(2)$\delta(t)$的性质

①若 $f(t)$ 有界，且在 $t=0$ 处连续，则 $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

②$\delta(at)=\dfrac{1}{|a|}\delta(t)$

③$\delta(t)=\delta(-t)$（偶函数）

④$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$

⑤$\delta(t)=\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$

⑥$<\delta(t),\varphi(t)>=\int_{\Omega}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(0)$

⑦$<\delta(t-t_0),\varphi(t)>=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(t_0)$

⑧若 $x(t)$ 单调，且 $x(x_0)=0,x'(x_0)\neq 0$，则 $\delta(x(t))=|x'(x_0)|^{-1}\delta(t-x_0)$

⑨若光滑函数 $x(t)|_{t=x_1,x_2,\cdots}=0$，且 $x'(x_i)\neq 0$，则

$$\delta[x(t)]=\sum_n|x'(x_n)|^{-1}\delta(x-x_n)$$

(3)冲激偶：$\dfrac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$

①$\langle\delta'(t),\phi(t)\rangle=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(t)\phi(t)\mathrm{d}t=\delta(t)\phi(t)|_{-\infty}^{+\infty}-\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\phi'(t)\mathrm{d}t=-\phi'(0)$

②$\langle\delta^{(k)}(t),\phi(t)\rangle=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta^{(k)}(t)\phi(t)\mathrm{d}t=(-1)^k\phi^{(k)}(0)$

③$x(t)\delta''(t)=x''(0)\delta(t)-2x'(0)\delta'(t)+x(0)\delta''(t)$

④$\delta'(t)=-\delta'(-t)$

⑤$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$

⑥$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)\phi(t)]=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\phi(0)\delta(t)]=\phi(0)\delta'(t)$

⑦$x(t)\delta'(t)=x(0)\delta'(t)-x'(0)\delta(t)$

⑧$x(t)\delta'(t-t_0)=x(t_0)\delta'(t-t_0)-x'(t_0)\delta(t-t_0)$

5. 信号的运算

信号的基本运算：加、减、乘、反转、位移、尺度运算。

$$x(t)\Leftrightarrow x(at+b)$$

注意：尺度与位移的顺序。当尺度先进行运算时，位移运算一定是尺度后的位移量。

6. 线性系统

(1)线性系统

满足叠加性和齐次性。

线性系统要求初始储能为零(零状态)。

叠加性：$T[\alpha_1x_1(t)+\alpha_2x_2(t)]=\alpha_1T[x_1(t)]+\alpha_2T[x_2(t)]$

均匀性：$T[\alpha x_1(t)]=\alpha T[x_1(t)]$

零状态线性系统满足：$\sum_n^N T(\alpha_n x_n)=\sum_n^N \alpha_n\cdot T(x_n)$ （N一般不为$+\infty$）

(2)时不变系统

定义：初始松弛(储能)为零时，若$y(t)=Tx(t)\Leftrightarrow y(t-t_0)=Tx(t-t_0)$，或定义延时算子$Q_\alpha x(t)\triangleq x(t-\alpha)$，则$TQ_\alpha x(t)=Q_\alpha Tx(t)$

(3)因果系统

因果信号：$x(t)=x(t)u(t)$，即$x(t)=0,t<0$

因果系统：$x(t)\rightarrow\boxed{T}\rightarrow y(t)$

若$y(t)$只与$(-\infty,t)$上的$x(t)$有关，则$y(t)=Tx(-\infty,t)$(需在零状态下考察)。

1.3 习题精解

例 1-1 已知连续时间信号$x(t)=2\delta(t-1)+u(t-2)+u(t-3)-2u(t-4)$，如图1-1所示，画出$x(t)$的信号波形。

解：

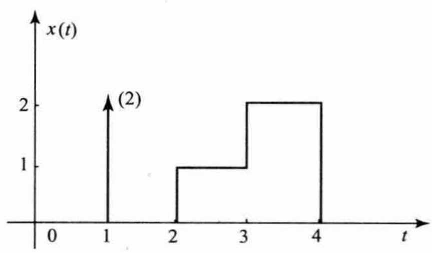

图1-1 例1-1

例 1-2 已知$x(n)=(n+1)[u(n)-u(n-4)]$，如图1-2所示，画出下列函数的图形(图1-3)：

$$y(n)=x(2n+1)+\delta(n-2)x(n)$$

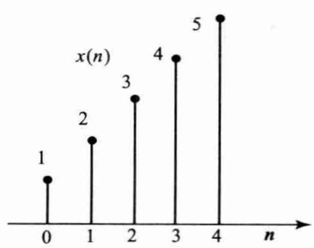

图1-2 例1-2(一)

对于$x(2n+1)$，$n=0,x(2n+1)=2$

$n=1,x(2n+1)=4$

其他 $x(2n+1)=0$

$$\delta(n-2)x(n)=\delta(n-2)x(2)=3\delta(n-2)$$

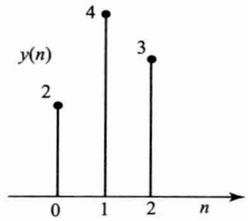

图 1-3　例 1-2(二)

例 1-3　计算下列积分的数值：

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} A\sin t\delta'(t)\mathrm{d}t =$

(2) $\int_{-2}^{2} \mathrm{e}^{2t}\delta(t-3)\mathrm{d}t =$

(3) $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t+t_0)u(t-t_0)\mathrm{d}t \quad (t_0>0) =$

(4) $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{5t}\delta(t-1)\mathrm{d}t =$

(5) $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+3t+2)\delta(t-10)\mathrm{d}t =$

(6) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 2t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t =$

(7) $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+\cos\pi t)\delta(t-1)\mathrm{d}t =$

(8) $\int_{-\infty}^{+\infty} (2t+\sin\pi t)\delta(2t-1)\mathrm{d}t =$

解:

(1) $\int_{-\infty}^{+\infty} A\sin t\delta'(t)\mathrm{d}t = -A$

(2) $\int_{-2}^{2} \mathrm{e}^{2t}\delta(t-3)\mathrm{d}t = 0$

(3) $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t+t_0)u(t-t_0)\mathrm{d}t \quad (t_0>0) = 0$

(4) $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{5t}\delta(t-1)\mathrm{d}t = \mathrm{e}^5$

(5) $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+3t+2)\delta(t-10)\mathrm{d}t = (t^2+3t+2)\big|_{t=10} = 132$

(6) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 2t}{t}\delta(t)\mathrm{d}t = 2$

(7) $\int_{-\infty}^{+\infty} (t^2+\cos\pi t)\delta(t-1)\mathrm{d}t = 0$

(8) $\int_{-\infty}^{+\infty} (2t+\sin\pi t)\delta(2t-1)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} (2t+\sin\pi t)\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}(2t+\sin\pi t)\big|_{t=\frac{1}{2}} = 1$

例 1-4　画出函数 $\delta(\cos t)$ 的波形(图 1-4)，并计算积分值：$A=\int_{-\pi}^{\pi}(1+t)\delta(\cos t)\mathrm{d}t$。

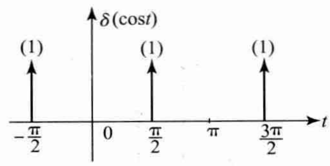

图 1-4　例 1-4

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+k\pi\right)=0$，此时 $\delta(\cos t)=1$

$$A=\left[1+\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]+\left(1+\frac{\pi}{2}\right)=2$$

例 1-5　求函数 $x(t)=(\cos 2t)u(t)$ 的微分与积分。

解: $x'(t)=\delta(t)-2\sin(2t)u(t)$

$$x^{(-1)}(t)=\frac{1}{2}\sin(2t)u(t)$$

例 1-6　根据图 1-5，写出信号的数学表达式，并求信号 $x_1(t)$ 的微分和信号 $x_2(t)$ 的积分（图 1-6）。

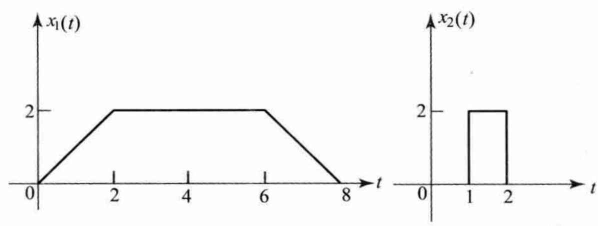

图 1-5　例 1-6

解: $x_1(t)=[tu(t)-(t-2)u(t-2)-(t-6)u(t-6)+(t-8)u(t-8)]$

$$x'_1(t)=[u(t)-u(t-2)]-[u(t-6)-u(t-8)]$$

$$x_2(t)=\begin{cases}2, 1\leqslant t\leqslant 2\\ 0, t>2, t<1\end{cases},\quad x_2^{(-1)}(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{t}2\mathrm{d}t=\int_{1}^{t}2\mathrm{d}t=2(t-1), & 1\leqslant t\leqslant 2\\ \int_{-\infty}^{t}2\mathrm{d}t=\int_{1}^{2}2\mathrm{d}t=2, & t>2\end{cases}$$

$x_2^{(-1)}(t)$ 的表达式为 $x_2^{(-1)}(t)=2(t-1)[u(t-1)-u(t-2)]+2u(t-2)$

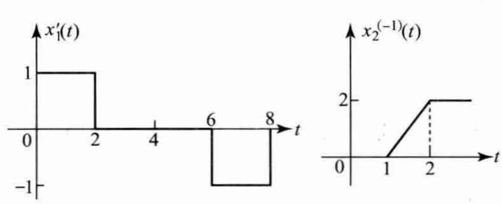

图 1-6　例 1-6

例 1-7　已知信号 $x(t)$ 如图 1-7(a) 所示，试画出 $x(3-2t)$ 的波形。

解: 由 $x(t)$ 到 $x(3-2t)$ 的波形变换可以有 6 种方法，此题只给出其中一种，主要分三步：

(1) $t\to t+3$，左移 3，$x(t)\to x(t+3)$，如图 1-7(b) 所示。

(2) $t\to -t$，反转，$x(t+3)\to x(-t+3)$，如图 1-7(c) 所示。

(3) $t\to 2t$，压缩 2 倍，$x(t+3)\to x(-2t+3)$，如图 1-7(d) 所示。

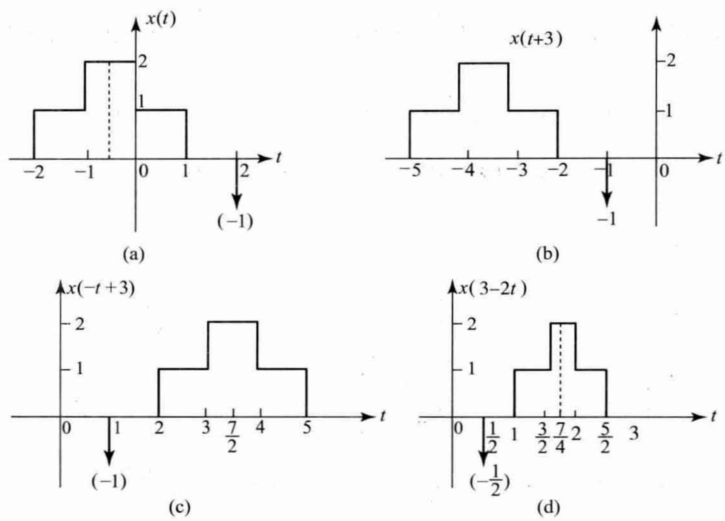

图 1－7　例 1－7

例 1－8　连续时间信号 $x(t)$ 如图 1－8(a)所示，请画出如下信号：

(1) $x\left(2-\dfrac{1}{3}t\right)$

(2) $x(t)u\left(\dfrac{1}{2}-t\right)$

(3) $x(t)\delta\left(t-\dfrac{3}{2}\right)$

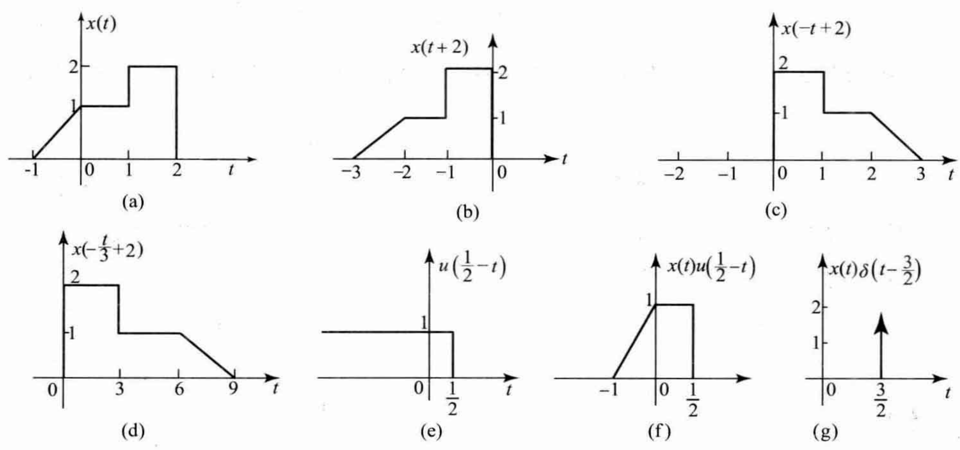

图 1－8　例 1－8

解：(1)由 $x(t)$ 到 $x\left(2-\dfrac{1}{3}t\right)$ 的波形变换可以有 6 种方法，此题只给出其中一种，主要分三步：

①$t\rightarrow t+2$，左移 2，$x(t)\rightarrow x(t+2)$，如图 1－8(b)所示；

②$t\rightarrow -t$，反转，$x(t+2)\rightarrow x(-t+2)$，如图 1－8(c)所示；

③$t\rightarrow \dfrac{1}{2}t$，扩展 2 倍，$x(-t+2)\rightarrow x\left(-\dfrac{1}{2}t+2\right)$，如图 1－8(d)所示。

(2)$u\left(\frac{1}{2}-t\right)$如图 1-8(e),$x(t)u\left(\frac{1}{2}-t\right)$为$x(t)$与$u\left(\frac{1}{2}-t\right)$相乘,如图 1-8(f)所示。

(3)$x(t)\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)=x\left(\frac{3}{2}\right)\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)=2\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)$,如图 1-8(g)所示。

例 1-9 已知信号 $x(t)$的波形如图 1-9(a)所示。画出 $x_1(t)$的波形,其中 $x_1(t)=\int_{-\infty}^{t}x(2-2\tau)\mathrm{d}\tau$ 。

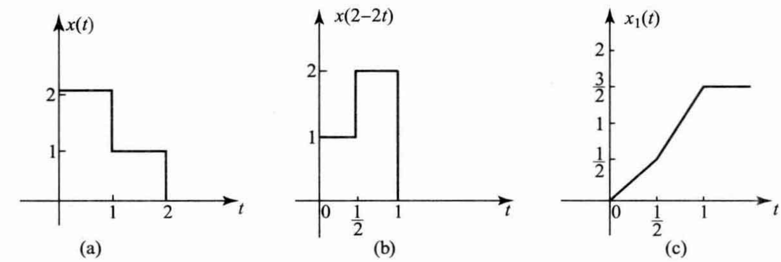

图 1-9 例 1-9

解:首先画出 $x(2-2t)$的信号波形,如图 1-9(b)所示。

$$x_1(t)=\int_{-\infty}^{t}x(2-2\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}\int_0^t \mathrm{d}t=t, & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{2}\\ \int_0^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}t+\int_{\frac{1}{2}}^{t}2\mathrm{d}t=2\left(t-\frac{1}{4}\right), & \frac{1}{2}<t\leqslant 1\\ \int_0^{\frac{1}{2}}1\mathrm{d}t+\int_{\frac{1}{2}}^{1}2\mathrm{d}t=\frac{3}{2}, & t>1\end{cases}\text{,如图 1-9(c) 所示}$$

例 1-10 已知 $x(3-2t)$ 如图 1-10(a)所示,画出 $x(t)$,$x(t)u(1-t)$ 的图形。

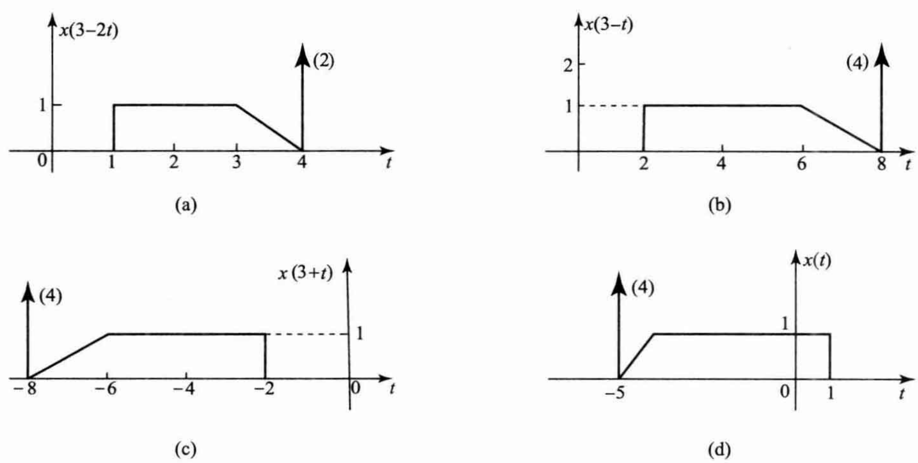

图 1-10 例 1-10

解:此题为波形变换 $x(t)\rightarrow x(3-2t)$ 的逆过程;可以有 6 种解法,在此给出一种最简便的方法。

①$t\to\frac{1}{2}t$，扩展 2 倍，$x(3-2t)\to x(3-t)$，如图 1-10(b)所示；

②$t\to -t$，反转，$x(3-t)\to x(3+t)$，如图 1-10(c)所示；

③$t\to t-3$，右移 3，$x(3+t)\to x(t)$，如图 1-10(d)所示；

而 $x(t)u(1-t)=x(t)$

此题需注意冲激函数在尺度变化时的特点：

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$$

例 1-11　判定下列连续时间信号的周期性；若是周期的，确定它的基本周期。

(1)$x(t)=3\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right)$　　(2)$x(t)=e^{j(\pi t-1)}$

(3)$x(t)=\left[\cos\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)\right]^2$　　(4)$x(t)=Ev[\cos(4\pi t)u(t)]$

(5)$x(t)=Ev[\sin(4\pi t)u(t)]$　　(6)$x(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-(2t-n)}$

解：(1)$x(t)$是周期的。因为 $\omega=4$，所以 $T=2\pi/4=\frac{\pi}{2}$。

(2)$x(t)$是周期的。因为 $\omega=\pi$，所以 $T=2\pi/\pi=2$。

(3)$x(t)=\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(4t-\frac{2\pi}{3}\right)\right]$，$x(t)$是周期的。因为 $\omega=4$，所以 $T=\frac{\pi}{2}$。

(4)$x(t)=Ev[\cos(4\pi t)u(t)]=\frac{1}{2}\cos(4\pi t)u(t)+\frac{1}{2}\cos(-4\pi t)u(-t)$

$$=\frac{1}{2}\cos(4\pi t)u(t)+\frac{1}{2}\cos(4\pi t)u(-t)=\frac{1}{2}\cos(4\pi t)$$

故 $x(t)$是周期的。且周期为 $T=2\pi/4\pi=1/2$。

(5)$x(t)=Ev[\sin(4\pi t)u(t)]=\frac{1}{2}\sin(4\pi t)u(t)+\frac{1}{2}\sin(-4\pi t)u(-t)$

$$=\frac{1}{2}\sin(4\pi t)u(t)-\frac{1}{2}\sin(4\pi t)u(-t)$$

故 $x(t)$是非周期的。

(6)$x(t)$是周期的。因为

$$x(t+T)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-[2(t+T)-n]}=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-(2t+2T-n)}\overset{\text{令 }2T=k}{=\!=\!=}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}e^{-(2t+k-n)}$$
$$\overset{-n'=k-n}{=\!=\!=}\sum_{n'=-\infty}^{+\infty}e^{-(2t-n')}=x(t)$$

若令 $2T=k=1$，则周期 $T=1/2$。

例 1-12　判定下列离散时间信号的周期性；若是周期的，确定它的基本周期。

(1)$x(n)=\sin\left(\frac{6\pi}{7}n+1\right)$　　(2)$x(n)=\cos\left(\frac{n}{8}-\pi\right)$

(3)$x(n)=\cos\left(\frac{\pi}{8}n^2\right)$　　(4)$x(n)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

(5)$x(n)=2\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)+\sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)-2\cos\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{6}\right)$

解：(1)因$\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{6\pi/7}{2\pi}=\frac{3}{7}=\frac{m}{N}$，故 $x(n)$是周期的，基波周期 $N=7$。

(2)因$\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{1/8}{2\pi}=\frac{1}{16\pi}$不是一个有理数，所以 $x(n)$是非周期的。

(3)$x(n+N)=\cos\left[\frac{\pi}{8}(n+N)^2\right]=\cos\left(\frac{\pi}{8}n^2+\frac{\pi}{4}nN+\frac{\pi}{8}N^2\right)$

若$\frac{\pi}{4}nN+\frac{\pi}{8}N^2=2k\pi$($k$ 为整数)对所有的 n 成立，即 $2nN+N^2=16k$ 对所有 n 成立，则必须有 N^2 和 $2N$ 均为 16 的整数倍，此时 $x(n+N)=x(n)$，故 $x(n)$是周期的，基波周期$N=8$。

(4)$x(n)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)\right]$

$\frac{\omega_{01}}{2\pi}=\frac{3\pi/4}{2\pi}=\frac{3}{8}, N_1=8$；$\frac{\omega_{02}}{2\pi}=\frac{\pi/4}{2\pi}=\frac{1}{8}, N_2=8$

故 $x(n)$是周期的，基波周期 $N=8$。

(5)$\frac{\omega_{01}}{2\pi}=\frac{\pi/4}{2\pi}=\frac{1}{8}, N_1=8$；$\frac{\omega_{02}}{2\pi}=\frac{\pi/8}{2\pi}=\frac{1}{16}, N_2=16$；$\frac{\omega_{03}}{2\pi}=\frac{\pi/2}{2\pi}=\frac{1}{4}, N_3=4$，

故 $x(n)$是周期的，基波周期为 N_1, N_2, N_3 的最小公倍数，即 $N=16$。

例 1-13 设 $y(t)$和 $x(t)$分别是连续时间系统的输出和输入，对于以下给定的连续时间系统，确定系统是否具备如下性质：

①无记忆 ②时不变 ③线性 ④因果 ⑤稳定

(1)$y(t)=x(t-2)+x(2-t)$

(2)$y(t)=[\cos(3t)]x(t)$

(3) $y(t)=\int_{-\infty}^{2t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$

(4)$y(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ x(t)+x(t-2), & t\geqslant 0\end{cases}$

(5)$y(t)=\begin{cases}0, & x(t)<0\\ x(t)+x(t-2), & x(t)\geqslant 0\end{cases}$

(6)$y(t)=x(t/3)$

(7)$y(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$

(8)$y(t)=\sin[x(t)]$

解：(1)$y(t)=x(t-2)+x(2-t)$

①由于 $y(0)=x(-2)+x(2)$，即 $y(t)$不但取决于 $x(t)$的将来值，还与 $x(t)$的过去值有关，故系统是记忆系统。

②令 $x_1(t)=x(t-t_0)$，则

$$x_1(t)\to y_1(t)=x_1(t-2)+x_1(2-t)=x_1(t-2-t_0)+x_1(2-t-t_0)$$
$$\neq x(t-2-t_0)+x(2-t+t_0)=y(t-t_0)$$

故系统是时变的。

③设
$$x_1(t)\to y_1(t)=x_1(t-2)+x_1(2-t)$$
$$x_2(t)\to y_2(t)=x_2(t-2)+x_2(2-t)$$

令 $x_3(t)=ax_1(t)+bx_2(t)$，则

$$x_3(t)\to y_3(t)=x_3(t-2)+x_3(2-t)=ax_1(t-2)+ax_1(2-t)+bx_2(t-2)+bx_2(2-t)$$
$$=ay_1(t)+by_2(t)$$

故系统是线性的。

④因为当 $x(t)=0,t<t_0$ 时，有 $y(t)\neq 0,t<t_0$，故系统是非因果的。

⑤设 $|x(t)|<M$（M 为有限大小的正数），对所有 t，则 $|y(t)|<M$，故系统是稳定的。

(2) $y(t)=[\cos(3t)]x(t)$

①由于 $y(t)$ 只与当前的 $x(t)$ 有关，故系统是无记忆；

②令 $x_1(t)=x(t-t_0)$，则

$$x_1(t)\to y_1(t)=(\cos 3t)x_1(t)=(\cos 3t)x(t-t_0)$$

而 $y(t-t_0)=[\cos 3(t-t_0)]x(t-t_0)$　$y_1(t)\neq y(t-t_0)$

故系统是时变的。

③设 $\begin{array}{l}x_1(t)\to y_1(t)=(\cos 3t)x_1(t)\\ x_2(t)\to y_2(t)=(\cos 3t)x_2(t)\end{array}$

令 $x_3(t)=ax_1(t)+bx_2(t)$，则

$x_3(t)\to y_3(t)=(\cos 3t)x_3(t)=(\cos 3t)[ax_1(t)+bx_2(t)]=ay_1(t)+by_2(t)$

故系统是线性的。

④$y(t)$ 只与 $x(t)$ 的过去值及当前值有关，与未来值无关，故系统是因果的。

⑤当 $x(t)$ 有界时，$y(t)$ 也是有界的，故系统是稳定的。

(3) $y(t)=\int_{-\infty}^{2t}x(\tau)\mathrm{d}\tau$

①由于 $y(t)$ 由 $-\infty$ 到 $2t$ 时刻的 $x(t)$ 决定，即 $y(t)$ 取决于 $x(t)$ 由过去到未来 $2t$ 时刻的值，故系统是记忆的，也是非因果的。

②令 $x_1(t)=x(t-t_0)$，则

$$x_1(t)\to y_1(t)=\int_{-\infty}^{2t}x_1(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{2t}x(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{2t-t_0}x(\tau')\mathrm{d}\tau'$$
$$\neq\int_{-\infty}^{2t-2t_0}x(\tau)\mathrm{d}\tau=y(t-t_0)$$

故系统是时变的。

③设 $x_1(t)\to y_1(t)=\int_{-\infty}^{2t}x_1(\tau)\mathrm{d}\tau, x_2(t)\to y_2(t)=\int_{-\infty}^{2t}x_2(\tau)\mathrm{d}\tau$

令 $x_3(t)=ax_1(t)+bx_2(t)$，则

$$x_3(t)\to y_3(t)=\int_{-\infty}^{2t}x_3(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{2t}[ax_1(\tau)+bx_2(\tau)]\mathrm{d}\tau$$
$$=a\int_{-\infty}^{2t}x_1(\tau)\mathrm{d}\tau+b\int_{-\infty}^{2t}x_2(\tau)\mathrm{d}\tau=ay_1(t)+by_2(t)$$

故系统是线性的。

④系统非因果的。

⑤设 $|x(t)|<M$（M 为有限大小的正数），对所有 t，如 $x(t)=u(t)=\begin{cases}1,t>0\\0,t<0\end{cases}$，是有界的。但 $y(t)=\int_{-\infty}^{2t}u(\tau)\mathrm{d}\tau=2tu(t), y(\infty)=\infty$ 不是有界的，故系统是不稳定的。