# 大学物理实验教程

主编 蒋纯志 李欣茂 姚敏

湘潭大学出版社

# 大学物理实验教程

主　　编：蒋纯志　李欣茂　姚　敏
副 主 编：邱前球　赵　萍　王焕友
参编人员：黄铁铁　丁淑芳　陈亚琦　邓海明　金　桂

湘潭大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程 / 蒋纯志，李欣茂，姚敏主编.
— 湘潭：湘潭大学出版社，2012.8
ISBN 978-7-81128-417-1

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①蒋… ②李… ③姚… Ⅲ. ①物理学
—实验—高等学校—教材 Ⅳ. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 184348 号

责任编辑：丁立松
封面设计：胡　瑶
出版发行：湘潭大学出版社
社　　址：湖南省湘潭市 湘潭大学出版大楼
电话(传真)：0731-58298966　　邮编：411105
网　　址：http://xtup.xtu.edu.cn
印　　刷：国防科技大学印刷厂
经　　销：湖南省新华书店
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：9
字　　数：214 千字
版　　次：2012 年 8 月第 1 版　2012 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-81128-417-1
定　　价：22.00 元

# 前 言

大学物理实验课程是一门涉及领域广阔，时代性、社会性较强的课程，是高等院校理工科类各专业本科学生进行科学实验基本训练的入门课程。通过对物理实验知识和方法的学习，使学生获得发现问题、分析问题和解决问题的能力，培养严谨的科学学风，为今后的学习和科学研究奠定良好的实验基础。本实验教程根据大学物理实验独立设课、分层次教学编写而成的。

大学物理实验课程是大学生本科阶段接触的第一门实验课程，课程建设的指导思想是“加强基础，循序渐进，因材施教，全面提高”。在教学过程中，根据物理课程教学的实际需要，选取最常用的一些经典物理实验项目，注重对学生进行各方面实验技能的训练，全面促进学生实验能力的提升。

本实验教程内容包括绪论、力学和热学实验、电磁学实验、光学实验及附录 5 个部分。绪论部分着重介绍了有关物理实验的基本知识和注意事项、误差的种类、实验数据的各种常见处理方法等。力学和热学实验部分主要介绍了大学物理实验课程中经常选做的部分力学和热学实验项目。电磁学实验部分主要介绍了电类专业常用的电磁学实验项目。光学实验部分主要介绍了某些基础光学实验项目。此外，本实验教程还在附录部分列出了物理实验中经常使用的物理单位和相关常数。在实验项目的选择上，本实验教程着重突出物理思想和物理实验的基本方法、基本原理，各学科的学生可以根据自身学科的特点和需求，选择合适的实验项目。

大学物理实验课程是体现集体智慧和教学研究成果的一门课程，本实验教程由湘南学院物电系大学物理教研室和基础物理实验室的多年工作在教学第一线的教师编写。“嘤其鸣矣，求其友声”，作为大学物理实验课程的教材，本次出版虽然凝聚了大家大量的心血，但由于笔者水平有限，书中难免还存在不少问题，衷心希望使用本大学物理实验教程的老师和学生不吝提出宝贵的意见和建议，我们将不断改进。

编 者

2012.6

# 目　录

# 第一部分　绪　论

## 一、物理实验课程的目的

物理学是一门实验科学，无论是物理概念的建立还是物理规律的发现都必须依赖于科学实验，并通过今后的科学实验来证实。

大学物理实验课程是对大学生进行实验方法和实验技能基本训练的入门课程，在培养学生的基本科学能力和素质等方面具有重要作用，其教学目的是：

（1）使学生通过对实验现象的观察、分析和研究，学习物理实验基础知识和设计思想，理解和应用物理学原理。

（2）培养学生的科学实验能力，包括通过阅读实验教材和查阅参考资料，正确理解实验内容；借助教材或仪器说明书，正确使用仪器；运用物理学理论对实验现象进行初步分析和判断；正确记录和处理实验数据，撰写合格的实验报告；能够根据实验目的和实验仪器独立设计出合理的实验。

（3）提高学生的实验素养，包括理论联系实际、实事求是的科学作风；严肃认真、一丝不苟的工作态度；主动研究、积极创新的探索精神以及遵守纪律、爱护公物、团结协作的优良品德。

## 二、物理实验课程的主要教学环节

物理实验课程具体分为 3 个主要教学环节：

（1）实验预习

仔细阅读实验教材或查阅有关实验资料，明白实验目的、实验要求、实验原理和实验方法，初步了解有关测量仪器的主要性能、使用方法和注意事项。对于设计性实验，需要根据实验目的和实验仪器设计实验方案和实验基本步骤。

（2）实验操作

进行实验时应严格遵守实验室的规章制度，认真安装、调整和操作实验装置，细心观察实验现象，学会判断实验故障和审查数据。以研究者的态度去钻研和探索实验中的各种问题，探讨最佳的实验方案。

（3）实验报告

实验报告是实验工作的全面总结，是对实验目的和实验要求的回答，是学生思考能

力提高的过程，因此实验报告不能简单抄写记录和计算结果。

撰写实验报告要简明扼要，有自己的特色，注重条理性，要有主要的数据处理过程，要有实验结果以及对实验结果的评价，要有实验后的思考和分析。

实验报告的基本内容主要有：① 实验名称；② 实验目的；③ 实验仪器设备；④ 简要实验原理；⑤ 简要实验步骤和实验数据记录；⑥ 实验数据处理；⑦ 实验结果与分析；⑧ 实验后的思考与总结。

## 三、测量与误差

1. 直接测量和间接测量

物理实验是以测量为基础的，**测量**是指为确定被测对象的量值而进行的被测量与测量仪器相比较的实验过程。测量可分为**直接测量**和**间接测量**，**直接测量**是指被测量与测量仪器的直接比较，得出被测量值的测量，例如，用米尺测量长度，用天平称量质量等；**间接测量**是指由一个或几个直接测量值的函数关系计算出被测量量值的测量，例如，用单摆测量重力加速度，可以通过对摆长 $l$ 和周期 $T$ 的直接测量，根据周期计算公式 $g = 4\pi^2 l/T^2$ 计算出重力加速度的过程，这就是间接测量。

2. 等精度测量和非等精度测量

在相同条件（主要是指同一时间、同一地点、同一个人、相同的测量仪器和相同的测量环境等条件）下，对某一物理量 $X$ 进行多次测量得到的一组测量值 $X_1$、$X_2$、$X_3$、…、$X_n$，称为**等精度测量**。事实上，事物总是在不断变化的，只要这种变化量较小，不影响测量结果，就算是等精度测量。在不同的测量条件下，对某一物理量进行多次测量，所测得的测量值的精确程度不能认为是相同的，这称为**非等精度测量**。

3. 测量误差

被测量均具备不以人的意志为转移的真实大小，此值称为被测量的**真值**。这是一个理想的概念，因此称为理论值或定义值，但从测量的角度看，它是不能确知的。这是因为：① 测量仪器不可能绝对准确；② 环境条件的各种影响；③ 操作者和观测者的读数不十分精确；④ 理论值或定义值也有近似性。在实际使用时，真值常用约定真值来代替。**约定真值**是指可以替代真值的量值，通常用公认值（如物理常数）、计量标准器所复现的量值、理论值（由理论公式计算的结果）、已修正过的算术平均值作为约定真值。

在科学实验的观测中，由于受到实验方法、实验设备、实验条件等各种因素的限制，测量结果与被测量真值之间总有一定的差异，这就是**测量误差**。进行测量误差分析对科学实验有两方面的指导作用：一是通过分析误差产生的原因及其所具有的性质，采用合理的方法减少或消除误差的影响，并对测量结果作出合理的评价；二是优化实验设计，根据实验结果的误差要求，选择测量方法、测量仪器和测量条件，以最经济的方式，获得合理的实验结果。

测量误差有**绝对误差**和**相对误差**两种表示方法。

（1）绝对误差

设测量值为 $x$，其相应的真值为 $A_0$，则测量值与真值之差 $\Delta x$ 为：

$$\Delta x = x - A_0$$

$\Delta x$ 称为测量误差，又称为**绝对误差**，简称误差。绝对误差有符号和单位，它的单位与被测量的单位相同，大小和符号分别表示测量值偏离真值的程度和方向。

(2) 相对误差

一个物理量的准确程度，不仅与它的绝对误差的大小有关，而且与这个物理量本身的大小有关。绝对误差与真值之比的百分数称为**相对误差**，用 $E$ 来表示：

$$E = \frac{\Delta x}{A_0} \times 100\%$$

由于真值 $A_0$ 无法知道，所以计算相对误差时常用约定真值 $A$ 代替 $A_0$。相对误差用来表示测量的相对精确度，相对误差用百分数表示，保留两位有效数字。

根据测量误差的来源和性质，一般可将其分为系统误差、随机误差和粗大误差 3 类。

**系统误差**，是指在同一条件（主要是指方法、仪器、环境、人员）下多次测量同一物理量时，保持恒定或以可预知的方式变化的测量误差分量，即由于确定的原因，以确定的方式引起的误差。系统误差的特征是具有一定的规律性，服从因果律。系统误差的来源主要有以下几个方面：

(1) 仪器误差

它是由于仪器本身的不完善（缺陷）或没有按规定条件使用仪器而造成的误差，主要包括仪器的零值误差、仪器的示值误差、仪器的机构误差和测量附件误差等。

(2) 方法误差

它是由于测量所依据的理论公式的近似性，或实验条件不能达到理论公式所规定的要求，或实验测量方法不当等所引起的误差。例如，实验中忽略了摩擦、散热、电表的内阻、单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件等。

(3) 个人误差

它是由于测量人员主观因素和操作技术所引入，例如，有人用秒表测时间时，总是使测量值偏小。

(4) 环境误差

由于实际环境条件与理论规定条件不一致而引起的，例如，环境温度升高或降低，使测量值总是偏大或偏小。

系统误差按掌握程度可以分为已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差的符号和绝对值可以确定，一般在实验中通过修正测量数据和采用适当的测量方法（如交换法、补偿法、替换法等）予以消除。未定系统误差的符号和绝对值不能确定，实验中常用估计误差限的方法得出（这与后面引出的 B 类不确定度有大致的对应关系）。

系统误差虽然具有规律性，但要准确找出其产生的原因却无一定的规律可循。对系统误差进行研究是探索系统误差的来源，设计实验方案消除或减少误差，估计残存误差的可能范围的重要手段，也是培养学生科学实验能力的一个重要方面。

**随机误差**，在同一测量条件下对同一物理量进行重复测量时，测量结果会出现一些无规律的起伏，这是因为测量时存在随机误差，也称偶然误差。随机误差是多项偶然因

素(如温度、湿度、气压、电源电压的起伏,电磁场的干扰,空气的流动、震动等)综合作用引起的。从表面上看,这些因素不可控制又无法预测和消除,但显示出明显的统计分布规律。

实践和理论都证明,在等精度测量中,当测量次数 $n$ 很大时(理论上是指 $n \to \infty$),测量列(这里是指等精度测量中的一组测量值)的随机误差多接近正态分布(即高斯分布)。正态分布曲线,如图1.1所示,图中横坐标表示随机误差 $\Delta x$,纵坐标表示对应的随机误差出现的概率密度 $p(\Delta x)$。服从正态分布的随机误差具有如下统计特征:

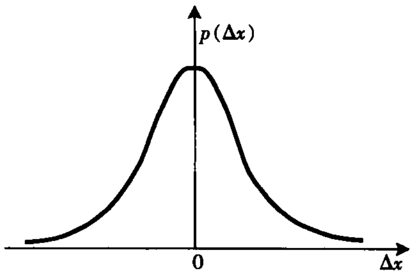


图 1.1 正态分布曲线

① 单峰性绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

② 对称性绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

③ 有界性,绝对值很大的误差出现的概率很小,甚至趋近于零。

④ 抵偿性,随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值越来越趋近于零。也就是说,若测量误差只有随机误差分量,则随着测量次数的增加,测量列的算术平均值越来越趋近于真值。因此,增加测量次数可以减小随机误差的影响,但不能完全消除。抵偿性是随机误差最本质的特征。

实际测量总是在有限的次数内进行的,如果测量次数 $n \leqslant 20$,误差分布明显偏离正态分布而呈现 $t$ 分布的形式。$t$ 分布函数已经计算成数表,可以在数学手册中查到,$t$ 分布曲线,如图1.2所示。通过数理统计可以证明,当 $n \to \infty$ 时,$t$ 分布趋近于正态分布。由该图可以看出,$t$ 分布曲线比正态分布曲线变低变宽了;$n$ 越小,$t$ 分布越偏离正态分布。

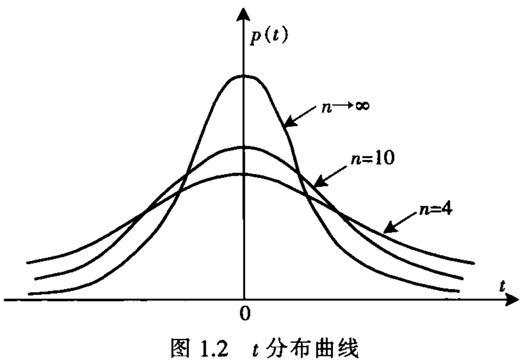


图 1.2 $t$ 分布曲线

在进行随机误差估计时,算术平均值和标准偏差是两个重要的数字特征量。

**算术平均值**,即测量结果的最佳估计值。通过最小二乘法原理可以证明,多次测量的算术平均值为:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1-1}$$

它是待测量真值 $A_0$ 的最佳估计值,称为近似真实值,但是 $\bar{x}$ 与真值之间仍有误差。由随机误差的抵偿性可知,它的误差比任何一次测量值的误差都要小些。

**标准偏差**，即指随机误差的离散程度。具有随机误差的测量值是分散的，对分散程度的定量表示采用标准偏差，在有限次测量情况下，单次测量值的标准偏差定义为：

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{贝塞尔公式}) \tag{1-2}$$

其中，$\Delta x_i=x_i-\bar{x}$为偏差或残差。$S_x$ 的值越大，表明测量值 $x_i$ 越分散；$S_x$ 的值越小，表明测量值 $x_i$ 越密集。

**算术平均值的标准偏差**。测量值有随机误差，它们的算术平均值也必然有随机误差，由于求和时随机误差的抵偿效应，算术平均值的误差绝对值较小。用算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 表示测量列算术平均值的随机误差的大小程度：

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-3}$$

由式(1－3)可知，$S_{\bar{x}}$ 随测量次数的增加而减小，似乎 $n$ 越大，算术平均值越接近于真值。实际上，当 $n>10$ 以后，$S_{\bar{x}}$ 的变化相当缓慢，另外测量精度主要还取决于测量仪器的精度、测量方法、环境和测量人员等因素，因此在实际测量中，单纯地依靠增加测量次数势必要造成测量时间延长，并且实验环境也可能出现变化，因而将引入新的误差。一般的原则是，在随机误差较大的测量中要多测几次，否则可少测几次，通常取 6～10 次为宜。

## 四、测量结果的表示与不确定度

1. 测量结果的表达形式与不确定度

实际测量时，实验方法和计量仪器不完善，测量环境不理想、不稳定，实验人员在操作仪器和读取数值时不十分准确等，都将使测量值偏离真值，因而测量值不能准确表达真值。在表达被测量的测量结果时，除了给出其近似值外，还需要给出对它的可靠性的评价。按照《中华人民共和国国家计量技术规范(JJG1027－91)》，测量结果的最终表达形式为：

$$w=W\pm u \tag{1-4}$$

上式中，$w$ 为被测量，$W$ 为测量值，$u$ 为总不确定度，它们具有相同的单位。

测量值不等于真值，可以设想真值就在测量值附近的一个量值范围内，不确定度就是对被测量的真值所处量值范围的评定。若测量值为 $W$，其测量不确定度为 $u$，则真值可能在量值范围($W-u, W+u$)之中。显然，此量值范围越窄，即测量不确定度越小，用测量值表示真值的可靠性就越高。不确定度是一个恒为正值的量，它表示由于测量误差的存在，导致被测量的真值不能确定的程度，它是一定概率下的误差限值。(1－4)式表示被测量的真值位于区间 $[W-u, W+u]$ 内的概率为 $P=0.95$。

当测量结果的表达形式采用了不同于 $P=0.95$ 的概率时，在测量结果中应加以括号注明，例如，$w=W\pm u(P=0.68)$、$w=W\pm u(P=0.99)$等。

为了更直观地检查实验过程中测量结果的准确程度，有时还用相对不确定度 $u_r$ 来评定，即 $u_r=\dfrac{u}{W}$。

不确定度 $u$ 及相对不确定度 $u_r$ 只取 1～2 位有效数字，测量值 $W$ 的末位数与不确定度 $u$ 的所在位数对齐，即 $W$ 与 $u$ 的数量级和单位都要相同。

由于误差来源很多，测量结果的不确定度一般包含几个分量，按其数值评定的方法，可归并为两大类：

$A$ 类分量。由于随机效应，被测量的多次重复测量值是分散的，根据统计方法评定的标准不确定度，即为 $A$ 类不确定度，它是用标准偏差来表征的，记作 $u_A$。

$B$ 类分量。当误差的影响仅使测量值向某一方向有恒定的偏离时，不能用统计的方法评定不确定度，一般情况下根据经验或其他非统计信息来评定，有的需要依据仪器说明书或检定书，有的依据仪器的准确度等级，计作 $u_B$。

2. 直接测量结果的不确定度

(1) 多次测量

在直接对某一物理量 $x$ 进行等精度测量之后，测量值采用测量列的算术平均值 $\overline{x}$（不含应该修正的系统误差）表示，而总不确定度则是 A、B 两类分量的平方和根，即

$$u=\sqrt{{u_A}^2+{u_B}^2} \tag{1-5}$$

① $A$ 类不确定度分量 $u_A$ 的估计

由于测量次数少，数据的离散度大，测量结果将不符合正态分布，而是符合 $t$ 分布。根据误差理论，$A$ 类不确定度分量可简写为：

$$u_A=\frac{t}{\sqrt{n}}S_x \tag{1-6}$$

其中，$t$ 对应于 $t$ 分布因子，当测量次数 $n$ 确定以后，当概率 $P=0.95$ 时，$\dfrac{t}{\sqrt{n}}$ 的值由表 1 —1 给出。

**表 1—1 概率 $P=0.95$ 时，$t$ 因子和 $\dfrac{t}{\sqrt{n}}$ 的值**

| 测量次数 $n$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(t/\sqrt{n})$ 值 | 8.99 | 2.48 | 1.59 | 1.24 | 1.05 | 0.93 | 0.84 | 0.77 | 0.72 | 0.55 | 0.47 | $1.96/\sqrt{n}$ |
| 当 $5<n\leqslant 10$ 时，可简化为 $u_A=S_x$ | | | | | | | | | | | | |

② $B$ 类不确定度分量 $u_B$ 的估计

$u_B$ 是用非统计方法评定的不确定度分量，在测量中往往采用一些必要的措施，使得系统误差降到最低，或对系统误差进行修正，这样我们就可以只考虑测量仪器误差或者实验条件不符合要求而引起的附加误差所带来的 $B$ 类不确定度分量。可对 $B$ 类不确定度分量 $u_B$ 的估计作如下简化：由实验室给出或近似地取计量仪器的误差限值 $\Delta_{\text{ins}}$，即 $u_B\approx\Delta_{\text{ins}}$。

对物理量 $x$ 的多次测量的测量结果写为 $x=\overline{x}\pm u$。

(2) 单次测量

在实际工作中，有时由于条件的限制不能进行多次测量，或由于仪器的精度较低，或测量的准确程度要求不高，或被测对象不稳定，多次测量的结果并不能反映随机性，此时多次测量已失去意义。在这种情况下，测量结果也应该写为 $x=x\pm u_x$ 的形式，其中的测量不确定度 $u_x$ 应根据对仪器精度、测量方法、测量对象的分析，估计它的最大误差，其估计值不得小于仪器误差限值 $\Delta_{ins}$ 。

3. 间接测量结果的不确定度合成

(1) 误差的传递

间接测量的测量值是由直接测量的测量值通过公式计算得到的，由于直接测量存在误差，它们必然通过函数关系传递给间接测量的物理量，这就是误差的传递。设 $w$ 为间接测量的物理量，且有：

$$w=f(x,y,z,\cdots) \tag{1-7}$$

其中，$x,y,z,\cdots$ 是彼此独立的直接测量物理量，对式(1—7)求全微分可得：

$$\mathrm{d}w=\frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial f}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots \tag{1-8}$$

式(1—8)表示，当 $x,y,z,\cdots$ 有增量 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z,\cdots$ 时，$w$ 也有增量 $\mathrm{d}w$ 。如果将 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z,\cdots,\mathrm{d}w$ 看做误差，那么此式即成为误差传递的计算公式。也可以将式(1—7)取自然对数后再微分，可得：

$$\frac{\mathrm{d}w}{w}=\frac{\partial \ln f}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial \ln f}{\partial y}\mathrm{d}y+\frac{\partial \ln z}{\partial z}\mathrm{d}z+\cdots \tag{1-9}$$

式(1—8)和式(1—9)就是误差传递的基本公式，偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 或 $\frac{\partial \ln f}{\partial x}$ 称为误差传递系数。

(2) 间接测量不确定度的合成

直接测量的物理量 $x,y,z,\cdots$ 的不确定度 $u_x,u_y,u_z,\cdots$ 必然会影响到间接测量结果，这种影响可以通过不确定度的合成计算出来。不确定度都是微小量，相当于数学中的各种增量，因此，间接测量物理量的不确定度的计算公式和误差传递的基本公式(1—8)和式(1—9)有相似之处，所不同的是：

① 用不确定度符号 $u_x,u_y,u_z,\cdots$ 替代微分符号 $\mathrm{d}x,\mathrm{d}y,\mathrm{d}z,\cdots$；

② 考虑到不确定度合成的统计性质，采用平方和根的形式合成。

于是采用以下两式计算间接测量物理量的不确定度：

$$u_w=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2u_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2u_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2u_z^2+\cdots} \tag{1-10}$$

$$u_{wr}=\frac{u_w}{W}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2u_x^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2u_y^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2u_z^2+\cdots} \tag{1-11}$$

式(1—10)用于和差形式的函数时计算较为方便，式(1—11)用于积商形式的函数时计算较为方便。

常用函数的不确定度的合成公式，具体见表 1—2。

表 1—2 常用函数的不确定度合成公式

| 函数式 | 不确定度合成公式 |
| --- | --- |
| $w = x \pm y$ | $u_w = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ |
| $w = x \cdot y$ 或 $w = x/y$ | $u_{wr} = \frac{u_w}{w} = \sqrt{\left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{u_y}{y}\right)^2} = \sqrt{u_{xr}^2 + u_{yr}^2}$ |
| $w = \frac{x^k y^m}{z^n}$ | $u_{wr} = \frac{u_w}{w} = \sqrt{k^2 \left(\frac{u_x}{x}\right)^2 + m^2 \left(\frac{u_y}{y}\right)^2 + n^2 \left(\frac{u_z}{z}\right)^2} = \sqrt{k^2 u_{xr}^2 + m^2 u_{yr}^2 + n^2 u_{zr}^2}$ |
| $w = kx$ | $u_w = ku_x\, u_{wr} = \frac{u_x}{x} = u_{xr}$ |
| $w = \sin x$ | $u_w = \lvert\cos x\rvert \cdot u_x$ |
| $w = \ln x$ | $u_w = \frac{u_x}{x}$ |

物理实验中常用的仪器误差限(仪器的最大允许误差),具体见表 1—3。

表 1—3 物理实验中常用的仪器误差限(仪器的最大允许误差)

| 仪器名称 | 规格或性能 | 仪器误差限 $\Delta_{ins}$ |
| --- | --- | --- |
| 钢直尺 | 1~300 mm,1~1 000 mm | 0.1 mm,0.2 mm |
| 游标卡尺 | | 分度值 |
| 螺旋测微器 | 1 级 | 0.004 mm |
| 读数显微镜 | | 约为分度值的 1/2 |
| 分光计 | | 分度值 |
| 物理天平(七级) | 称量 500 g<br>分度值 0.05 g | 满量程时 $\Delta_{ins}$ 取 0.08 g<br>1/2 量程时 $\Delta_{ins}$ 取 0.06 g<br>1/3 量程时 $\Delta_{ins}$ 取 0.04 g |
| 普通温度计 | 分度值 1 ℃ | 1 ℃ |
| 电磁仪表 | | 量程×准确度等级% |
| 电阻箱、电桥、直流电位差计 | | 示值×准确度等级% |

## 五、有效数字及其运算

1. 有效数字

实验过程中通常要记录数值,并进行计算,记录时应取几位,运算后应留几位,这是实验数据处理的重要问题。

记录与运算后保留的数值应当是能传递出被测量的实际大小信息的全部数字,这样的数字被称为**有效数字**。在实验中的被测量都是含有误差的数值,这些数值应反映出测量值的准确度,所以在记录数据、计算以及书写测量结果时,要根据测量误差或实

验结果的不确定度来定。例如，用 300 mm 长的毫米分度钢尺（实验中给出的仪器误差为 0.3 mm）测量某物体的长度是 17.1 mm，其中 17 是准确数字，而后面的“1”是估读的欠准数字。有效数字是由准确数字和 1 位欠准确数字构成的；又如根据长度和直径的测量值用公式算出圆柱体体积为 $V=6158.320\,1\ \mathrm{mm}^3$，$U_V=4\ \mathrm{mm}^3$。由不确定度为 $4\ \mathrm{mm}^3$ 可以看出，第 4 位数字 8 已经是不精确的，它后面的 4 位数字 3、2、0、1 没有意义。因而圆柱体体积的间接测量值应记作 $V=(6\,158\pm4)\ \mathrm{mm}^3$。

有效数字位数的多少，直接反映计量器具的精密度和准确度。有效数字位数越多，测量的准确度就越高。因此实验记录和实验报告的结果对有效数字的位数不能任意增删。例如，用不同精度的量具测量同一物体的厚度 $d$ 时，其有效数字的位数是不同的。用钢尺（仪器误差 0.3 mm）测量 $d=6.3$ mm；用 50 分度游标卡尺（仪器误差 0.02 mm）测量 $d=6.36$ mm；用螺旋测微计（仪器误差 0.004 mm）测量 $d=6.347$ mm。

2. 正确书写有效数字

（1）一般说来，仪器上显示的数字均为有效数字，最后一位是估读的，均应读出并记录。例如物体的长度是 26.4 cm，其中 26 是从仪器上准确读出的，4 是估计的，仪器本身也在最后这一位出现误差，所以读数 4 不十分准确，但还是能近似反映出这一位大小的信息，因此最后一位也应算作有效数字。

（2）不确定度只取 1 位或 2 位有效数字，测量结果的有效数字末位与不确定度的末位要取齐。例如，圆柱体体积的间接测量值为 $V=(6\,158\pm4)\ \mathrm{mm}^3$。

（3）有效数字的位数与小数点位置无关。例如，650 $\mathrm{cm/s^2}$、6.50 $\mathrm{m/s^2}$ 和 0.006 50 $\mathrm{km/s^2}$ 都是 3 位有效数字。数字“6”前面的 0 只是由于单位改变才出现的，不反映被测量大小的信息，不能算有效数字，而数字中间的“0”和末尾的“0”均是有效数字，不能随意增减。如 1.010 和 2 032 都是 4 位有效数字。

（4）采用科学表达式书写数据。即将有效数字的首位作为个位，其余数字均处于小数点后面，再乘以 $10^{\pm n}$（$n$ 为一正整数）。例如，6 371 km= $6.371\times10^6$ m；31.6 g= $3.16\times10^{-2}$ kg。

3. 有效数字的运算规则

（1）加减运算

几个数相加减时，计算结果的欠准位（末位）应当与参加运算各数中欠准位数最高的对齐。

例如：$251.\hat{3}+0.4\hat{5}=251.\hat{8}$　　　$58\hat{3}-41.2\hat{3}=54\hat{2}$

$$\begin{array}{r} 251.\hat{3} \\ +\quad 0.4\hat{5} \\ \hline 251.\hat{7}\hat{5} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 58\hat{3} \\ -\quad 41.2\hat{3} \\ \hline 54\hat{1}.\hat{7}\hat{7} \end{array}$$

（2）乘除运算

几个数相乘或相除后，计算结果的有效数字位数和参与运算的各物理量中有效数字位数最少的相同。例如，$0.352\,1\times0.28\approx0.099$（二位）。

(3) 其他运算

乘方、开方等函数运算，计算结果的有效数字位数一般与原函数的有效数字位数相同(对数的首数不作为有效数字)。例如，$3.58^2 = 12.8164$，运算结果保留 3 位有效数字为 12.8；又如，$\sqrt{6.28} = 2.5059928\cdots$，运算结果保留 3 位有效数字为 2.50。

测量值 $x$ 的三角函数或对数的位数，可由 $x$ 的函数值与 $x$ 的末位增加 1 个单位后的函数值相比较，由其结果在哪一位产生差异来确定。例如，$x = 43°26'$，求 $\sin x = ?$。由计算器(或查表)可得：

$$\sin 43°26' = 0.6875100985;\quad \sin 43°27' = 0.6877213051$$

以上两个数的差异出现在小数点后第 4 位，因此可得：$\sin 43°26' = 0.6875$。

对于公式中的准确数或常数如 $\pi$、e、$\sqrt{2}$、1/3 等在计算中其有效数字位数一般取比参与运算的各位数中有效数字位数最少的还要多一位。

(4) 数字的修约规则

运算后的数字只保留有效数字，其他数字应该舍去，要舍去的数字的第一位按以下修约规则进行处理。**测量值、计算结果按“四舍六入五凑偶”取舍，不确定度、误差只进不舍。**“四舍六入五凑偶”规则，即当尾数为 1、2、3、4 时就舍去；尾数为 6、7、8、9 时在舍去的同时向前一位进 1；当尾数为 5 时，则视保留的末位数是奇数还是偶数，5 前面为奇数时将 5 舍去进 1，5 前面为偶数时应将 5 舍去而不进位。例如，将下列各数保留 3 位小数可得：

2.143 46→2.143　2.143 72→2.144　2.143 50→2.144　2.144 50→2.144

在实验过程中正确运用有效数字，不仅能如实地反映测量结果，而且可以简化运算。应特别强调的是，记录被测物理量的原始数据时，要注意测量值的有效数字位数，不要漏记有效的“0”；有多个数字参与运算时，在运算的中间过程中，一般可比按有效数字运算规则规定的多保留 1 位数字，以防多次取舍引入计算误差，但是作为最后结果的有效数字位数一定要由不确定度来决定，不得随意增减。

**例 1**　用 50 分度游标卡尺测某一圆棒长度 $L$，6 次测量结果如下(单位为 mm)：250.08，250.14，250.06，250.10，250.06，250.10，试求该测量列的最佳估计值及相应的标准偏差。

**解**：测量值的最佳估计值为：

$$\overline{L} = \frac{250.08+250.14+250.06+250.10+250.06+250.10}{6}\ \text{mm} = 250.09\ \text{mm}$$

测量列的标准偏差为：

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(L_i - \overline{L})^2}{6-1}}\ \text{mm} = 0.03\ \text{mm}$$

**例 2**　用一级螺旋测微器测量一个小钢球的直径，测得的数据如下：

| $d$/mm | 9.345 | 9.346 | 9.347 | 9.346 | 9.347 |
|---|---|---|---|---|---|

螺旋测微器的初读数为 −0.006 mm，试求小钢球的体积。

**解**：小钢球的直径 $d$ 是直接测量物理量，体积 $V$ 是间接测量物理量。

(1) 先求出小钢球的直径的测量结果

先对螺旋测微计的初读数构成的系统误差予以修正( $d_{i修} = d_i -$ 初读数 ),所以修正初读数后 5 次的直径测量值分别为:

| $d_{修}$ /mm | 9.351 | 9.352 | 9.353 | 9.352 | 9.353 |
|---|---|---|---|---|---|

那么,$d$ 的测量值的最佳估计值为:

$$\overline{d}_{修} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} d_{i修} = 9.352\ \text{mm}$$

标准偏差为:

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(d_{i修} - \overline{d}_{修})^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{0.001^2 \times 3}{4}} = 0.000\ 87\ \text{mm}$$

测量次数 $n = 5$ ,查表得: $t/\sqrt{n} = 1.24$ ,查附表 1—3,取 $\Delta_{\text{ins}} = 0.004$ mm,则直径 $d$ 的总不确定度为:

$$u_d = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}} S_d\right)^2 + \Delta_{\text{ins}}^2} = \sqrt{(1.24 \times 0.000\ 87)^2 + 0.004^2}$$

上式中,由于 $1.24 \times 0.000\ 87 < \frac{1}{3} \times 0.004$,故可以略去 $S$ 的影响,于是有:

$$u_d = 0.004\ \text{mm}$$

所以小钢球直径的测量结果为:

$$d = \overline{d}_{修} \pm u_d = (9.352 \pm 0.004)\ \text{mm}$$

(2) 再求小钢球的体积

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi}{6}\overline{d}_{修}^3 = \frac{\pi}{6} \times 9.352^3 = 428.26\ \text{mm}^3$$

(3) 求体积的测量不确定度

对 $V$ 取对数:

$$\ln V = \ln\left(\frac{\pi}{6}\right) + 3\ln d$$

对 $\ln V$ 求导数:

$$\frac{\partial \ln V}{\partial d} = \frac{3}{d}$$

则体积的测量相对不确定度为:

$$u_{Vr} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial d}\right)^2 u_d^2} = \frac{3}{d}u_d = \frac{3 \times 0.004}{9.352} = 0.13\%$$

体积的不确定度为:

$$u_V = u_{Vr} \cdot V = 0.001\ 3 \times 428.26\ \text{mm}^3 = 0.56\ \text{mm}^3 \approx 0.6\ \text{mm}^3$$

所以小钢球的体积的测量结果为:

$$V = 428.3 \pm 0.6\ \text{mm}^3$$

**例 3** 用流体静力称衡法测量固体的密度,固体的密度为 $\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2}\rho_0$ ,测得:

$m_1=27.06\pm0.02$ g，$m_2=17.03\pm0.02$ g，$\rho_0=(0.999\,7\pm0.000\,3)\times10^3$ kg/m$^3$ 试求固体密度的测量结果。

**解**：由已知条件可得：

$$\rho=\frac{m_1}{m_1-m_2}\rho_0=\frac{27.06}{27.06-17.03}\times0.9997\times10^3=2.697\times10^3\ \text{kg/m}^3$$

再求 $\rho$ 的不确定度：

对函数式 $\rho=\dfrac{m_1}{m_1-m_2}\rho_0$ 先求对数，再求全微分：

$$\ln\rho=\ln m_1-\ln(m_1-m_2)+\ln\rho_0$$

$$\frac{d\rho}{\rho}=\frac{dm_1}{m_1}-\frac{dm_1-dm_2}{m_1-m_2}+\frac{d\rho_0}{\rho_0}$$

合并同一变量的系数可得：

$$\frac{d\rho}{\rho}=\frac{-m_2}{m_1(m_1-m_2)}dm_1+\frac{1}{m_1-m_2}dm_2+\frac{1}{\rho_0}d\rho_0$$

用不确定度替代微分，再用平方和根合成可得：

$$u_{\rho r}=\frac{u_\rho}{\rho}=\sqrt{\left[\frac{m_2}{m_1(m_1-m_2)}\right]^2u_{m1}^2+\frac{1}{(m_1-m_2)^2}u_{m2}^2+\frac{1}{\rho_0^2}u_{\rho_0}^2}$$

代入已知数据，得相对不确定度为：

$$u_{\rho r}=\frac{u_\rho}{\rho}=\sqrt{\left[\frac{17.03}{27.06(27.06-17.03)}\right]^2\times0.02^2+\frac{0.02^2}{(27.06-17.03)^2}+\frac{0.000\,3^2}{0.999\,7^2}}$$
$$=0.24\%$$

所以不确定度为

$$u_\rho=\rho u_{\rho r}=2.697\times10^3\times0.0024=0.007\times10^3\ \text{kg/m}^3$$

最后得固体密度的测量结果

$$\rho=(2.697\pm0.007)\times10^3\ \text{kg/m}^3$$

## 六、实验数据处理

实验数据及其处理方法是分析和讨论实验结果的重要依据。在物理实验中常用的数据处理方法主要有列表法、作图法、逐差法和最小二乘法(直线拟合法)等。

1. *列表法*

在记录和处理数据时，常常将所得数据列成表。数据列表后，可以简单明确、形式紧凑地表示出有关物理量之间的对应关系；便于随时检查结果是否合理，及时发现问题，减少和避免错误；有助于找出有关物理量之间规律性的联系，进而求出经验公式等。列表的具体要求如下：

(1) 要在表的上方写出所列表的名称，列表要简单明了，便于处理数据。

(2) 列表要标明符号所代表物理量的意义(特别是自定义的符号)，并写明单位。单位及量值的数量级写在该符号的标题栏中，不要重复记在各个数值上。

(3) 列表的形式不限，根据具体情况，决定列出哪些项目。有些个别的或与其他项