·各个击破·

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

初中数学

·四边形·

周　赫　主编

双色亮丽版

东北师范大学出版社

名师视点 各个击破

名师视点

MINGSHI SHIDIAN

初中数学

·四边形·

周 赫 主编

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

名师视点．初中数学．四边形/周赫主编．—
长春：东北师范大学出版社，2002，6
ISBN 7-5602-3091-1

Ⅰ．名…　Ⅱ．周…　Ⅲ．数学课-初中-教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第033881号

MINGSHI SHIDIAN

□**出　版　人：贾国祥**　□策划创意：一编室
□责任编辑：刘兆辉　□责任校对：李健平
□封面设计：魏国强　□责任印制：张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街138号　邮政编码：130024
电话：0431—5695744　5688470　传真：0431—5695734
网址：WWW.NNUP.COM　电子函件：SDCBS@MAIL.JL.CN

东北师范大学出版社激光照排中心制版
黑龙江新华印刷二厂印刷
2002年6月第1版　2002年6月第1次印刷

开本：890mm×1240mm 1/32　印张：3　字数：96千
印数：00 001 — 50 000　册

定价：4.50元

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《名师视点》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场一度处于混乱状态，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难辨真伪。但无论各版别的教材如何更新、变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，创新精神，增添科技内涵，活跃思维，培养学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识版块、考查要点串连在一起的，不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“视点”之所在。

《名师视点》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段，以语文、英语、数学、物理、化学五个学科为线索，以各科可资选取的知识版块作为专题视点，精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学经验为图书的精髓，以专题为视点，抓住学科重点、知识要点，缓解学生过重的学习负担。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题特点分类，数学、物理、化学各科则以知识块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同版块，紧抓重点难点，参照国家课程标

准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以达“润物细无声”之功效。

三、双色印刷，重点鲜明

《名师视点》丛书采用双色印刷，不仅突破以往教辅图书单调刻板的局限，而且对重点提示及需要引起学生注意的文字用色彩加以突出，使其更加鲜明、醒目。这样，学生在使用时既可以方便地找到知识重点，又具有活泼感，增添阅读兴趣。

四、适用区域广泛

《名师视点》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得该套书在使用上适用于全国的不同区域，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，成功并不属于某一个人，它需要我们的共同努力，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

MINGSHI SHIDIAN

目录

名师视点

第一章 四边形及多边形

第一节 四边形

知识技能

1 四边形的定义

在平面内,由不在同一条直线的四条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做四边形. 其中,组成四边形的各条线段叫做四边形的边,每相邻两条边的公共端点叫做四边形的顶点. 我们用表示各个顶点的大写英文字母按逆时针或顺时针的顺序来表示四边形,如图 1-1 中的四边形 $ABCD$. 连结不相邻两个顶点的线段叫做四边形的对角线,如图 1-2 中的 AC 与 BD. 四边形相邻两边所组成的角叫做四边形的内角,简称四边形的角,如图 1-1 中的 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$.

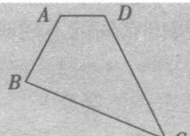


图 1－1

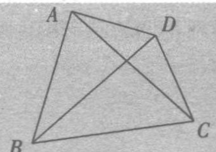


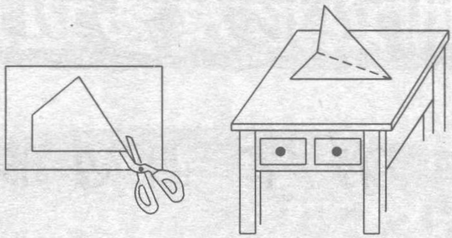
图 1－2

在上述有关四边形的概念中,对于四边的定义需加深理解,应特别注意以下几点:

(1)为什么要强调“在平面内”?

三角形的定义是这样说的:“由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形”. 似乎只要把上述定义中的“三”字改成“四”,就应该得到四边形的定义了. 但却不是这样,偏偏还要多写四个字:“在平面内”,这是不是说,还有不是平面内的四边形呢? 对了! 请看下面的四边形:在纸上画一个四

边形，再把它剪下来(如图 1-3(1))．然后沿一条对角线将被对角线分割的一个三角形向上翻折，另一个三角形放置在桌面上(如图 1-3(2))．这样我们就得到了一个空间四边形——一部分平放在桌面上，另一部分立在空中．可见，四边形的定义中不能没有“在平面内”的限定，因为我们目前所研究的是平面图形．



(1) (2)

图 1 - 3

那么，为什么三角形的定义中没有“在平面内”四个字呢？将来我们在高中将会学到：不在同一直线上的三点确定一个平面．也就是说，三角形肯定是一个平面图形，因此，在定义中就没有必要再强调这一点了．

(2)为什么强调“不在同一直线上的四条线段”？

请你在纸上画四条线段首尾顺次相接，且其中有两条线段在同一条直线上．你构成四边形了吗？没有，得到的是一个三角形．

对于四边形的表示方法也要注意关于字母顺序的规定．图 1-1 中的四边形记作四边形 $ABCD$ 或四边形 $DCBA$ 等均可，却不能打乱顺序记为四边形 $ACBD$．不遵守这个规定，将给后来对四边形的研究带来混乱．

请看下面的两个四边形(图 1-4，图 1-5)，你能指出它们的不同吗？

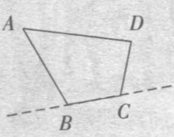


图 1 - 4

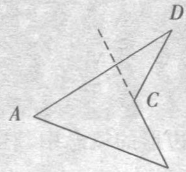


图 1 - 5

在图 1-4 中，当你画出 BC 边所在的直线，便会发现其他三边 BA，AD，DC 都在直线 BC 的同侧．请再画出 AB 边所在的直线，同样考查一下其他三边 AD、DC、CB 的位置，发现它们也均在直线 AB 的同一侧．类似地对于边 AD 所在直线，边 CD 所在直线都会得到相同的结论．

像这样不论延长哪条边，整个图形都在延长线同一侧的四边形叫做凸四边形.

而图 1–5 中的四边形 $ABCD$ 则不是这样，画出 BC 边所在的直线，发现 AB 边、CD 边分居在了直线 BC 的两侧. 像这样的四边形叫做凹四边形.

如果没有特殊声明，今后我们所谈的四边形均指凸四边形.

2 四边形的内角和

如图 1–6，连结四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，它把四边形分成了两个三角形，于是，我们得到 $\angle BAD+\angle B+\angle BCD+\angle D=\angle BAC+\angle DAC+\angle B+\angle BCA+\angle DCA+\angle D=(\angle BAC+\angle B+\angle BCA)+(\angle DCA+\angle D+\angle DAC)=180°+180°=360°$.

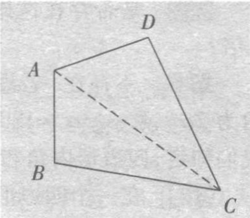


图 1 – 6

定理　四边形的内角和等于 360°.

与三角形类似，四边形的角的一边与另一边的延长线所组成的角叫做四边形的外角. 显然，四边形的外角是与它有公共顶点的内角的邻补角.

同样与三角形相类似，在四边形的每个顶点处取它的一个外角，这四个外角的和就是四边形的外角和.

我们知道，三角形的外角和等于 360°，那么四边形呢？

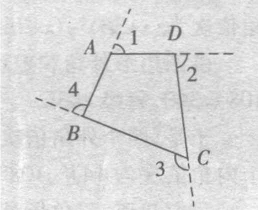


图 1 – 7

请你研究一下图 1–7 中 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=?$

由于 $\angle 1+\angle BAD=180°$,

$\angle 2+\angle ADC=180°$,

$\angle 3+\angle DCB=180°$,

$\angle 4+\angle CBA=180°$,

$\therefore (\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)+(\angle BAD+\angle ADC+\angle DCB+\angle CBA)=180°\times 4$.

而 $\angle BAD+\angle ADC+\angle DCB+\angle CBA=360°$，$\therefore \angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360°$.

于是，我们又得到四边形外角和定理：

定理　四边形的外角和等于 360°.

典型示例

例 1　已知四边形 $ABCD$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:4:6:7$. 求 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$ 的度数.

解析　设 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$ 的度数分别为 $3k°$，$4k°$，$6k°$，$7k°$，则

$3k+4k+6k+7k=360°$. 解得 $k=18°$. $\therefore$ $\angle A=54°$, $\angle B=72°$, $\angle C=108°$, $\angle D=126°$.

说明 本题也可以用算术方法解，如 $\angle A=360°\times\frac{3}{3+4+6+7}=54°$. 但本题采用了设参数 k 的方法，把问题转化为解方程. 这是解几何计算题的常用方法之一. 好处有两个：一是容易建立有关量的等式，从而建立了方程；二是计算不像分数运算那样繁杂.

例 2 是否存在这样的四边形：它的每个外角都是与它互为邻补角的内角的 2 倍？

解析 不存在. 若设这个四边形的一个内角为 $\alpha°$，则根据已知，其相邻的补角为 $2\alpha°$，那么 $3\alpha°=180°$，则 $\alpha=60°$. 这样该四边形的内角和为 $60°\times4=240°$. 而我们知道，四边形内角和等于 $360°$. 故这样的四边形是不存在的.

例 3 在一个四边形的四个顶点处各取一个外角，这些外角依次大 $36°$，求这个四边形的四个内角的度数.

解析 设四个外角中最小的为 $x°$，则其他三个外角依次为 $(x+36)°$，$(x+36\times2)°$，$(x+36\times3)°$.

由四边形外角和定理有 $x+(x+36)+(x+72)+(x+108)=360$，解得 $x=36$.

于是，四个外角依次为 $36°$，$72°$，$108°$，$144°$. 故四个内角依次为 $144°$，$108°$，$72°$，$36°$.

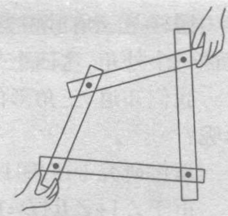


图 1 － 8

我们知道，三角形具有稳定性，那么四边形呢？请剪四个纸板条，用图钉做成一个四边形，再用手拉动相对的两个顶点，就会发现尽管四条边的长度没有变，但其形状却可变化，可见，四边形是不稳定的.

例 4 请用你学过的几何知识说明一下，活动拉门的设计原理（如图 1–9(1)），再说明一下为什么活动拉门上了锁就不能再活动了（如图 1–9(2)）？

解析 活动拉门是利用四边形的不稳定性设计的；用上锁来固定活动拉门是利用三角形的稳定性. 如图 1–9(2)，当上了锁时，点 A、B、C 的位置都被固定了，这样 $\triangle ABC$ 被确定，从而整个门被固定了.

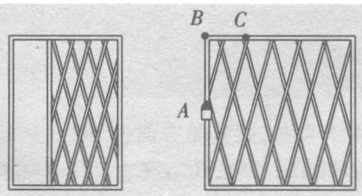


图 1 － 9

说明　生活中类似的例子还有很多，请你自己再举出一些来.

能力检测

A　组

一、填空题

1. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A$ 与 $\angle C$ 互补，如果 $\angle B=80°$，则 $\angle D=$________.
2. 四边形 $ABCD$ 的四个内角之比为 $1:2:3:4$，则其中最小的角的度数为________.
3. 已知在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B$、$\angle C$ 的外角分别是 $60°$ 和 $92°$，并且 $\angle A$ 比 $\angle D$ 大 $10°$，那么 $\angle A=$________，$\angle D=$________.
4. 四边形的三个内角分别为 $80°$，$86°$，$96°$，那么第四顶点处的外角等于________.

二、选择题

1. 一个四边形的四个内角中，钝角个数最多是（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 一个四边形，它的最小的内角一定不大于（　　）.

A. $90°$　　B. $120°$　　C. $60°$　　D. $179°$

3. 一个四边形如果有锐角，那么它的锐角的个数最多有（　　）.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

4. 在四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB\perp BC$，$CD\perp AD$，则 $\angle A$ 与 $\angle C$ 的关系是（　　）.

A. $\angle A>\angle C$　　B. $\angle A<\angle C$　　C. $\angle A=\angle C$　　D. 互补

三、解答题

1. 已知四边形 $ABCD$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:4:5:6$，求 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$，$\angle D$ 的度数.
2. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90°$，$\angle B=\dfrac{2}{7}\angle D$. 求 $\angle B$ 的度数.
3. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=\angle C$，$\angle D$ 的外角的度数为 $78°$. 求 $\angle A$ 的度数.

B　组

一、填空题

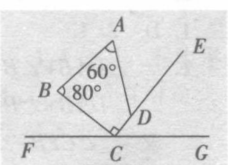


图 1－10

1. 一个四边形的内角比是 $1:2:3:4$，则相应外角比是________.
2. 如图 1–10，________是四边形的外角，度数是________.
3. 四边形最多有________个钝角，最多有________个

直角，最多有 ________ 个锐角，最少有 ________ 个钝角，最少有 ________ 个锐角.

二、选择题

1. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90°$，$\angle C=60°$，则 $\angle D$ 的度数为（　　）.

A. 70°　　B. 80°　　C. 90°　　D. 120°

2. 如果一个四边形的四个内角之比是 $2:2:3:5$，那么这四个内角中（　　）.

A. 有两个钝角　　B. 有两个直角

C. 只有一个直角　　D. 只有一个锐角

三、解答题

1. 如图 1-11，已知：在四边形 $ABCD$ 中，$AD\perp DC$，$BC\perp AB$，AE 平分 $\angle DAB$，CF 平分 $\angle DCB$，AE 交 CD 于 E，CF 交 AB 于 F. 求证：$AE/\!/CF$.

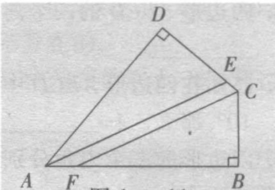


图 1 － 11

2. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle C$，求证：$AD/\!/BC$.

3. 四边形 $ABCD$ 中，$\angle A$，$\angle B$ 的平分线交于点 P.

请问：$\angle APB$ 与 $\angle D$，$\angle C$ 有怎样的数量关系？并证明你的结论.

4. 如图 1-12，P 是四边形 $ABCD$ 内的任意一点，求证：$PA+PB+PC+PD\geqslant AC+BD$，并说明在什么条件下取等号.

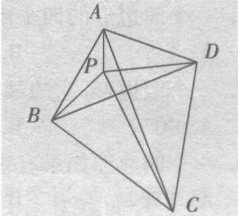


图 1 － 12

5. 某四边形的四边长度依次为 3，7，x，5，求 x 的取值范围.

参考答案

KEY

A 组

一、**1.** 100°　**2.** 36°　**3.** 81°，71°　**4.** 82°

二、**1.** C　**2.** A　**3.** C　**4.** D

三、**1.** 60°，80°，100°，120°　**2.** 40°　**3.** 86°

B 组

一、**1.** $4:3:2:1$　**2.** $\angle ADE$，50°　**3.** 三，四，三，零，零

二、**1.** D　**2.** C

三、**1.** $\because\ \angle DAB+\angle B+\angle BCD+\angle D=360°$，$\angle B+\angle D=180°$.

$\therefore\ \angle DAB+\angle BCD=180°$，$\therefore\ \angle EAB+\angle FCB=90°$.

又 $\because\ \angle CFB+\angle FCB=90°$，$\therefore\ \angle EAB=\angle CFB$，$\therefore\ AE/\!/CF$.

2. $\because\ \angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，而 $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle C$，$\therefore\ 2(\angle A+\angle B)=360°$，

$\therefore \angle A+\angle B=180^\circ$，$\therefore AD /\!/ BC$.

3. $\angle APB=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)$. 利用四边形内角和为 360°证明.

4. 在$\triangle APC$中，$AP+PC>AC$；在$\triangle PBD$中，$PB+PD>BD$（三角形中任两边之和大于第三边）. $\therefore AP+PB+PC+PD>AC+BD$.

而当 P 点是对角线 AC，BD 的交点时，$AP+PB+PC+PD=AC+BD$.

$\therefore PA+PB+PC+PD\geqslant AC+BD$.

5. 根据“两点之间线段最短”可得$\begin{cases}7+3+5>x,\\7+x+5>3,\\7+x+3>5,\\5+3+x>7.\end{cases}$解得$-1<x<15$.

又因为 x 是线段的长，故 $x>0$，$\therefore x$ 的取值范围是 $0<x<15$.

第二节 多边形

知识技能

学习了三角形，四边形后，就可以把三角形，四边形的有关概念推广到多边形. 因为三角形，四边形是两种最简单的多边形. 多边形的顶点、内角、外角、对角线的意义和四边形相同. 多边形有几条边就叫几边形.

1 多边形的内角和

我们知道，三角形的内角和为 180°，四边形的内角和等于 360°，那么 n 边形（n 为大于或等于 3 的正整数）的内角和是多少呢？

对于四边形的内角和，我们是通过连结对角线，将四边形的内角和转化为三角形的内角和问题来解决的，那么对于 n 边形的内角和是否也可以用同样的方法解决呢？下面就让我们来试一试：

在图 1–13(1)~(4)中，都是从一个顶点 A_1 分别引四边形 $A_1A_2A_3A_4$、五边形 $A_1A_2A_3A_4A_5$、六边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ 以及 n 边形 $A_1A_2A_3A_4A_5\cdots A_{n-1}A_n$ 的所有对角线. 从而把这些多边形分别分割为若干个三角形，请你边观察边填写下表:

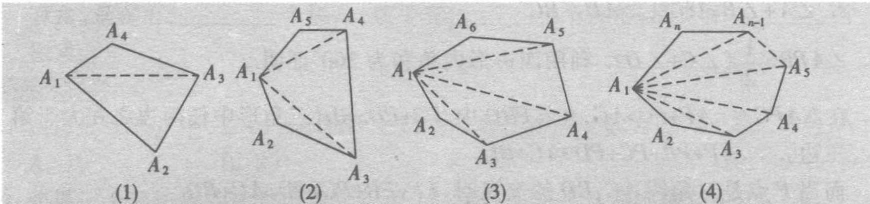


图 1 - 13

多边形名称	边数	所分成的三角形的个数	内角和
三角形	3	1	180°×1
四边形	4	2	180°×2
五边形	5	?	180°×?
六边形	6	?	180°×?
……	…	……	……
n 边形	n	?	180°×?

当你填完上表后，就得出了一个重要的定理：

定理　n 边形的内角和等于 $180°\cdot(n-2)$.

对于多边形内角和定理的证明，除了上述方法外，是否还有其他方法呢？让我们再回过头来重新审视一下上面的方法：引过多边形一个顶点的所有对角线．我们也可以换一个角度来理解这种方法：设有一个动点 P，目前与顶点 A_1 重合，连结点 P 与不相邻的各顶点所成的线段，即 PA_3、PA_4，…，PA_{n-1}(如图 1–14(1))．在这种情况下，我们已经证得了 n 边形的内角和定理．

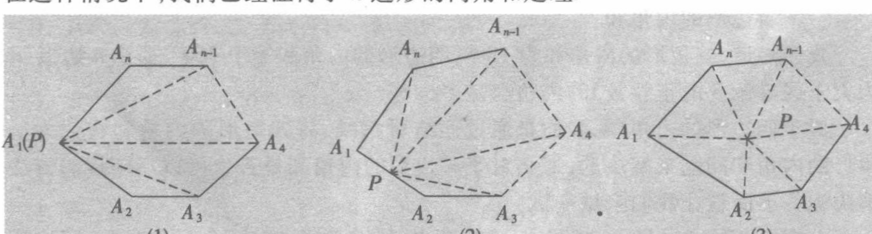


图 1 - 14

如果我们让动点 P 离开 A_1，运动到 A_1A_2 边上，连结线段 PA_3，PA_4，…，PA_{n-1}，PA_n，还能不能证出 n 边形的内角和定理了呢？请你试一试．

有了成功的经验，你一定会进一步大胆地猜想到：如果继续让点 P 运动，干脆离开边 A_1A_2，让它运动到 n 边形的内部，连结 $PA_1,PA_2,PA_3,\cdots,PA_{n-1},PA_n$，也应该能证出 n 边形内角和定理！

你的猜想是正确的.

既然点 P 在顶点上，在边上，在多边形内部都能使问题得证，如果把点 P“拉”到多边形的外部又如何呢？

这时，你做起来就不那么顺利了. 实际上，点 P 在多边形外部时，情况要复杂得多. 若当线段 PA_3，$PA_4,\cdots,PA_n$ 都与 A_1A_2 边相交时（如图 1–15），我们是可以证出多边形内角和定理的.

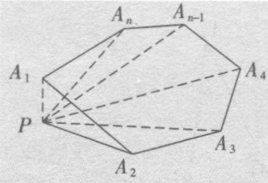


图 1 – 15

2 多边形的外角和

研究完了内角和性质，自然要想到研究 n 边形的外角和.

所谓 n 边形的外角和，与四边形的外角和的定义是一样的：在 n 边形的每个顶点处取一个外角，这 n 个外角的和叫做这个 n 边形的外角和.

怎样计算 n 边形的外角和呢？请回忆一下三角形的外角和，四边形的外角和定理是怎样推导出来的？仿照三角形、四边形外角和定理的推导思路，不难推出 n 边形的外角和定理：

如图 1–16，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{n-1},\alpha_n$ 是 n 边形的 n 个内角，$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_{n-1},\beta_n$ 是分别与 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{n-1},\alpha_n$ 相邻的 n 个外角，则 $(\alpha_1+\beta_1)+(\alpha_2+\beta_2)+\cdots+(\alpha_{n-1}+\beta_{n-1})+(\alpha_n+\beta_n)=\underbrace{180°+180°+\cdots+180°+180°}_{n\text{个}}=n\cdot180°$.

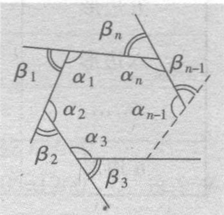


图 1 – 16

又 $(\alpha_1+\beta_1)+(\alpha_2+\beta_2)+\cdots+(\alpha_{n-1}+\beta_{n-1})+(\alpha_n+\beta_n)$

$=(\alpha_1+\alpha_2+\cdots\alpha_{n-1}+\alpha_n)+(\beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{n-1}+\beta_n)$

$=(n-2)\cdot180°+(\beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{n-1}+\beta_n)$，

$\therefore\ \beta_1+\beta_2+\cdots+\beta_{n-1}+\beta_n=n\cdot180°-(n-2)\cdot180°=360°$.

多边形外角和定理 多边形的外角和等于 360°.

多边形的内角和等于 $180°\cdot(n-2)$，表明其内角和是与边数有关的，边数增加，其和随之增加. 而多边形的外角和则与其边数无关，它是一个定值，不管是几边形，其外角和都是 360°，这也是多边形的一个很有趣的性质.

3 多边形的对角线

研究了多边形的内、外角和之后，让我们再来研究一下多边形的对角线.

问题：一个 n 边形共有多少条对角线？

对于复杂的问题,我们不妨采取简化的方法,先来研究从一个顶点出发可画多少条多边形的对角形. 这种简单的情景研究明白了,再进一步考虑过 n 个顶点共可画多少条对角线.

请观察图 1–17,并填下面的表格:

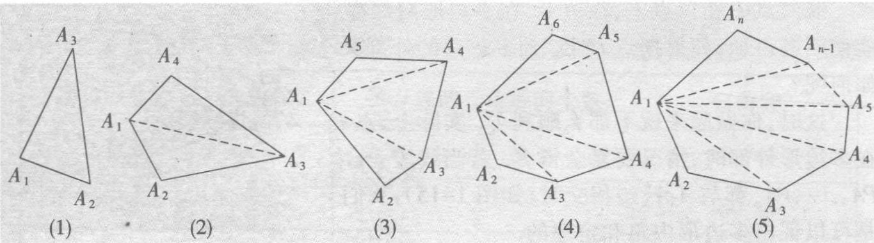


图 1 – 17

多边形名称	顶点的个数	从一个顶点所画的对角线的条数
三角形	3	0
四边形	4	1
五边形	5	2
六边形	6	?
……	…	……
n 边形	n	?

观察"顶点的个数"与"从一个顶点所画的对角线的条数"有怎样的规律,猜一猜,六边形的情形会怎样? n 边形呢?

不难猜想:从一个顶点所画的对角线的条数=顶点的个数$-3=n-3$.

这个猜想对不对呢? 请看图 1–17(5)中的 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$. 它共有 n 个顶点. 现在,若从 A_1 向其他各顶点连结线段,显然,应可连结$(n-1)$条,即 $A_1A_2,A_1A_3,A_1A_4,\cdots,A_1A_{n-1},A_1A_n$. 而在$(n-1)$条线段中,$A_1A_2$ 和 A_1A_n 是边,不是对角线. 这样应是$(n-3)$条对角线.

这样,我们知道了:过 n 边形的每个顶点都可向其他顶点连$(n-3)$条对角线.

那么,过 n 个顶点共可连多少条对角线呢? 是不是 $n(n-3)$条呢?

不是的! 如果是 $n(n-3)$的话,就是把所有的对角线都重复计数一次了. 比如:我们从 A_1 出发所连的$(n-3)$条对角线中有 A_1A_3 这一条;从 A_3 出发所连的$(n-3)$条

对角线中有 A_3A_1 这一条，而 A_1A_3 与 A_3A_1 是同一条对角线. 因此，一个 n 边形的对角线应共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条. 请记住这个结论.

典型示例

例 1 一个多边形的每个内角的度数都为 150°，求它的边数.

分析 由于每个内角都相等，可以运用多边形内角和确定边数 n，也可以利用外角和确定边数 n.

解法 1：设这个多边形的边数为 n，则根据题意得

$(n-2)\cdot180°=150n$，解得 $n=12$.

解法 2：由于每个内角为 150°，故每个外角为 $180°-150°=30°$，则

$360\div30=12$，$\therefore n=12$.

例 2 已知一个多边形共有 27 条对角线，这个多边形的内角和是多少？

分析 应先求出多边形的边数，再根据边数求出其内角和.

解：设这个多边形的边数为 n，则

$$\frac{n(n-3)}{2}=27,$$

$\therefore n^2-3n-54=0$，$\therefore (n-9)(n+6)=0$.

两个因式的积为 0，则至少其中一个因式为 0. $\therefore n-9=0$ 或 $n+6=0$.

则 $n=9$ 或 $n=-6$（不合题意，舍去），$(n-2)\cdot180°=(9-2)\times180°=1260°$. $\therefore$ 这个多边形的内角和为 1260°.

例 3 一块长方形木板，求锯掉一个角后所剩下的多边形木板的内角和.

分析 锯法不同，所剩的多边形的边数是不同的.

解：若如图 1-18(1)那样锯，所剩下的是三角形，则其内角和为 180°.

若如图 1-18(2)那样锯，所剩下的是四边形，其内角和为 360°.

若如图 1-18(3)那样锯，所剩下的是五边形，其内角为 $(5-2)\times180°=540°$.

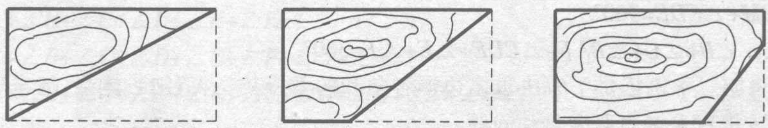


图 1 - 18