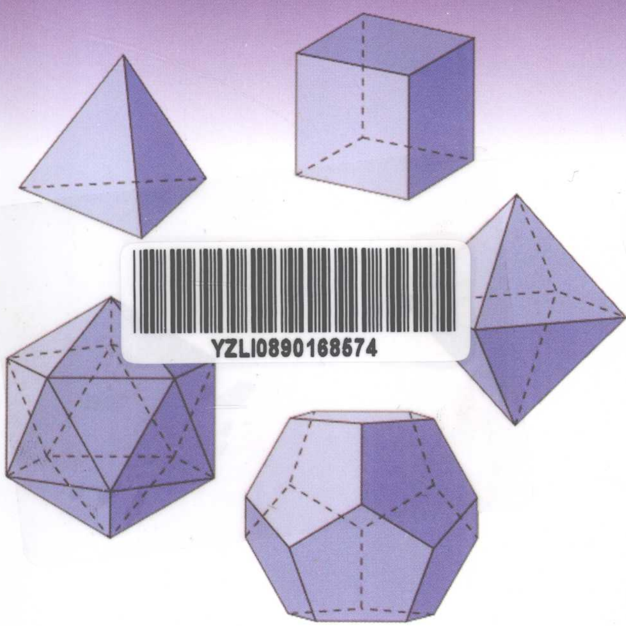
小企鹅趣味科学丛书

少年趣味几何学

陈永明 著



创于1897
商务印书馆
The Commercial Press

小企鹅趣味科学丛书

少年趣味几何学

陈永明 著

商務印書館
2012年·北京

图书在版编目(CIP)数据

少年趣味几何学/陈永明著.—北京:商务印书馆,2012

(小企鹅趣味科学丛书)

ISBN 978-7-100-03200-1

Ⅰ.①少… Ⅱ.①陈… Ⅲ.①几何学—少年读物
Ⅳ.①018-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第48558号

SHÀONIÁN QÙWÈI JǏHÉXUÉ

少年趣味几何学

陈永明 著

商 务 印 书 馆 出 版

(北京王府井大街36号 邮政编码100710)

商 务 印 书 馆 发 行

北京市白帆印务有限公司印刷

ISBN 978-7-100-03200-1

2012年11月第1版 开本880×1230 1/32

2012年11月北京第1次印刷 印张9¼

定价:22.00元

主编的话

优秀的富有趣味的科普读物，有时候会影响青少年一生的生活道路。北京大学数学系马希文教授，他常说自己是读科普读物成长起来的，多次提到他读初中时候看过的一本《数学万花镜》（波兰史泰因豪斯著、裘光明译），说这本书对他的启迪和帮助很大，尽管当时还没全部看懂。他说："看数学书不能像看小说那么轻松方便。一看就懂，一学就会，一算就得答案，未必就好。反复看不明白，有个印象，留串问题，也是一种收获。"就是这本《数学万花镜》，使他喜欢上了数学，以至终身献给了我国的数学科研和数学教学事业。中国科学院院士张景中，他也说少年时代读过的几种优秀的饶有趣味的科普读物给他印象很深，如前苏联著名科普作家伊林写的《十万个为什么》，山东大学数学系王峻岑教授写的《数学列车》，老一辈知名科普作家刘薰宇写的《马先生谈算学》、《数学的园地》等。"因为写得吸引人，我常常一本书看上几遍。懂了的觉得有趣，不懂的，好奇心驱使我进一步思考与学习。这些书吊了我的胃口，总想再找类似的书来看。"跟马希文一样，优秀的富有趣味的数学科普读物，使他喜欢上了数学，并终身献给

了我国的数学科研和数学教学事业。这两位数学家还从自己的亲身体验，深知科普读物对青少年健康成长的意义，由此产生了一种创作科普读物的责任感，所以十分热心从事科普创作，以回报社会。张景中院士写的《数学传奇》、《数学家的眼光》，马希文教授写的《数学花园漫游记》等，已成为社会公认的科普精品，深受少年读者喜爱，并在全国性科普作品评奖中获奖。

科学应该为大众所了解，而且应该从孩子开始。少年科普读物跟成人科普读物的不同之处，在于它更加注意读物的趣味性、可读性。“科学往往不是那么好懂，因为它讲的是事物的本质和事物运动的规律，而本质和现象就往往不那么一致，规律也不是一眼就看得出来的。所以给少年普及科学知识，首先要特别致力于培养他们学科学的兴趣。”发掘科学本身的魅力和趣味，培养少年对科学的兴趣，要比塞给他们一堆知识更重要。少年科普读物的一个重要功能，就是把小读者引导到科学殿堂的门口，让他们看到科学世界是多么瑰丽多彩。只有那些从小对科学怀有极大的兴趣，愿意献出毕生精力钻研科学的人，才有希望攀登科学的顶峰，为祖国和全人类作出创造性的贡献。

《小企鹅趣味科学丛书》以小学高年级与初中学生为主要服务对象，约请国内资深科研和科普工作者撰稿。作者中有中国科普研究所前副所长郭正谊教授，中国科学院

地理研究所《地理知识》原主编郑平研究员等。我们编撰这套小丛书，旨在培养读者学科学的兴趣，提高青少年科学文化素养；配合学校从应试教育转向素质教育，为学生提供优秀的课外读物；响应党中央“科教兴国”的号召，为社会主义祖国培养新世纪合格建设人才做点儿力所能及的事情。

陈天昌

目录

Mulu

目录

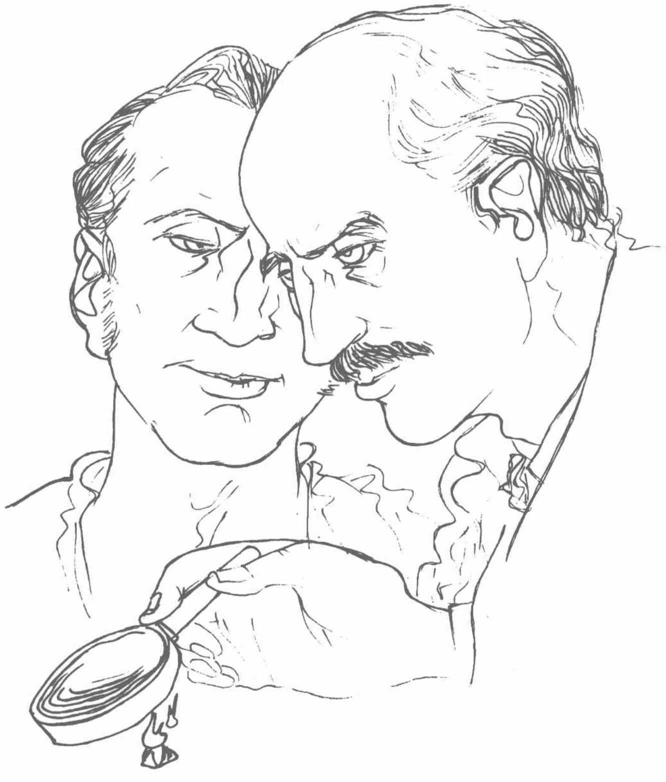
Mulu

目录

Mulu

ZHIXIANXING

直　　线　　形



为了实验烧光金刚石的科学家

陈省身语惊四座

CHENXINGSHEN YU JING SI ZUO

1980 年，美籍华人，当代数学界的领袖级的人物陈省身，到北大做一次学术报告。报告一开场，陈教授就语惊四座。他说：

“人们都说‘三角形的内角和等于 180°’，这是不对的！”场内的听众被他的话惊呆了。

“是陈教授口误了，还是自己听错了？”人们在交头接耳议论着。

此时，陈教授又开腔了：

“说‘三角形的内角和等于 180°’不对，不是说这个结论不对，而是说这种看问题的方法不对。应该说‘三角形的外角和等于 360°’才对头。”

陈省身为什么非要把这句话改过来呢？因为，这样说更有普遍性。你看：

三角形内角和等于 180°，外角和等于 360°；

（凸）四边形内角和不等于 180°，但外角和仍等于 360°；

（凸）五边形内角和不等于 180°，但外角和仍等于 360°；

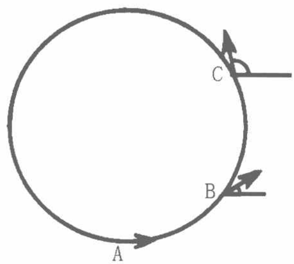
……

而且，这个结论还可以推广。

设想有一只小虫，沿四边形的边界爬行。当它爬到某一个顶点时，就要转过一个角度。然后继续爬。到第二个顶点时，又要转过一个角度……当它爬回到原处的时候，它转过的角度的改变量的总和就是 360°。

即使是凹的四边形，这个结论还是成立，不过，是它转过的角度的改变量的“代数和”就是 360°。

设想小虫沿着一个圆周爬行。这时，爬行的方向随时随地在改变。譬如，开始时，小虫在 A 点处，绕逆时针的方向爬行。它开始时是面朝东的，慢慢地面朝东北方向了，朝北了，朝西北了……最后回到 A 处时，面又朝东了。所以，它的方向的改变量是 360°。



把眼光从内角和转向外角和，就可以把“外角和是 360°”推广为“方向改变量是 360°”。陈教授在此基础上还研究了绕曲面上的一个封闭曲线“爬行”，譬如绕地球上的赤道，或者北回归线“爬行”时的方向改变量。1944 年，陈省身找到了一般曲面上封闭曲线方向改变量总和的公式，这就是“高斯—比内—陈公式”，并在此基础上发展出“陈氏类”理论，这个理论在物理方面有重要的应用，被称为是划时代的贡献。而这个理论始于转换一下眼光——把注意力从内角和转到外角和！

科学家的眼光就是与众不同！

陈省身是当代的大数学家，在“纤维丛理论”的研究等方面，取得了重要的成果。1954 年，物理学家、诺贝尔奖获得者杨振宁创立了规范场理论，直到 1974 年，杨振宁在同陈省身交谈中，发现纤维丛理论正好是他想表达规范场的数学工具。并且他得知，纤维丛理论 30 多年前就有了。这时候，杨振宁感叹地说：“这令人惊奇，又令人困惑，你们数学家能够无中生有地幻想出这些概念来。”陈省身回

答说:“非也,非也,这些概念并不是幻想出来的,它们是自然的,又是真实的。”

纤维丛的概念是怎么产生的?杨振宁说是由数学家“无中生有”幻想出来的。陈省身认为是有真实背景的。不管怎样,没有数学家锐利的眼光,这是不可能产生的。有真实背景是如此,没有真实背景,“无中生有”的话,更是如此。

直角竟然等于钝角!

ZHIJIAO JINGRAN DENGYUDUNJIAO!

我国的名画“清明上河图”有过不少的仿冒作品。有些仿冒作品简直可以以假乱真,要想鉴别出来,可真不容易。

据说,有一幅“清明上河图”的赝品是这样被鉴别出来的:在这幅画上有一个细节,是好多市民在掷骰子:一个老兄正将6颗骰子掷出,其中5颗已经转停,都是6点;还有一颗还在转,结果还没有见分晓。围在四周的赌徒和看客们都很激动。

从这一个片断,鉴别人员说,这是幅假画。

画的主人请教其详。鉴别人员说:“掷6颗骰子,5颗已经知道是6点,还有1颗还在转。这时,掷骰子的那位老兄的心情是怎么样的?”

主人说:“当然希望还有1颗骰子也是6点啦!”

“那么,这位老兄的嘴,应该是发‘6’这个音的形状。然而,您看,他的嘴是紧闭着的。”

“是啊!”

“所以这是幅假画!”

这位假画作家落笔不慎,出了纰漏。

生活中如此,数学中又何曾不是如此呢?在几何题证明中,也要画图,如果图画得不正确,也会出现纰漏。

你们看,下面的“直角等于钝角”的几何诡辩就是一例。

题目是这样的:取线段AB,作直角$\angle BAC$,再作钝角$\angle ABD$,

则$\angle BAC=\angle ABD$。

“证明”：截$AC=BD$，连接CD。作CD的中垂线m交CD于E，作AB的中垂线n交AB于F，m与n交于点O，连接AO，BO，CO，DO（图 1）。

在$\triangle AOC$、$\triangle BOD$中，

因为　$AC=BD$，（所作）

$OC=OD$，$OA=OB$。（中垂线到线段两端距离相等）

所以　$\triangle COA\cong\triangle BOD$。（边、边、边）

所以　$\angle OAC=\angle OBD$。

又因为　$OA=OB$，

所以　$\angle OAB=\angle OBA$，

所以　$\angle BAC=\angle ABD$。（等量减等量，差相等）

这样就“证明”了“直角＝钝角”。

错误在哪里呢？既然在证明文字中找不出错，问题恐怕是出在作图上。m和n的交点可能不在AB的下侧，而在AB的上侧。

重新画一个图（图 2），设m和n交于点O，O在AB上侧、CD下侧。

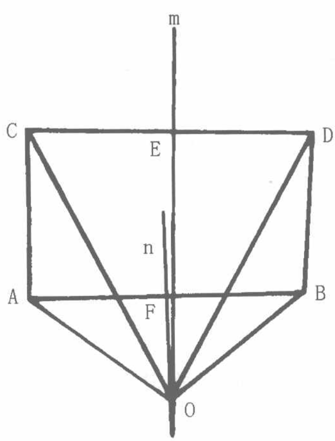


图 1

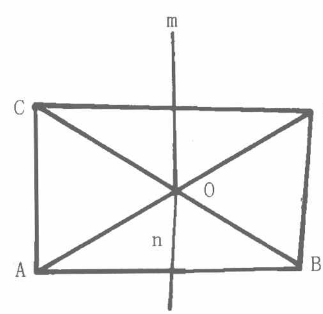


图 2

这时，仍有：

$\triangle AOC \cong \triangle BOD$。

∴ $\angle OAC = \angle OBD$，

而 $\angle OAB = \angle OBA$，

所以 $\angle BAC = \angle ABD$。（等量加等量，和相等）

一点也没有改变错误结论。

大概 O 应该在 CD 上面？大概应该在 AC 的左边？大概在右边？……当然不能老是猜下去。让我们按尺规作图法仔仔细细地作个图，作出两中垂线的交点 O 点位于 AB 下侧，DB 延长线的右侧（图 3）。我们用几何方法证明的时候，再也无法证出 $\angle BAC = \angle ABD$ 了。于是，“直角等于钝角”的谬论就不攻自破了。

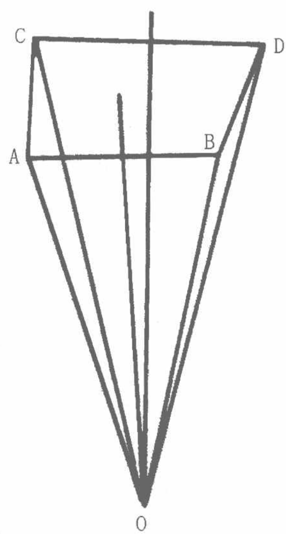


图 3

诱人的“三分角”问题

YOURENDE SANFENJIAO WENTI

2400 多年前，古希腊人提出了 3 个作图问题：三等分一个任意角、立方倍积和化圆为方，被称为几何三大“难”题。但是，我们在“难”字上加了个引号。这是为什么呢？

首先因为，如果不限制作图工具，这些问题并不难，可以说都解决得了。

其次，对使用的作图工具，古希腊的恩诺皮德斯提出过十分苛刻的条件，后来经过柏拉图、欧几里得等人提倡和修改，最后形成尺规作图的要求。按照尺规作图的要求，这 3 个作图问题不仅仅“难”，实质上是不可能的问题。仅仅是古人以为能解，但又解不出，所以称为难题。

可见无论从哪个角度，“难”字上都应该打个引号。

当时，恩诺皮德斯提出的条件是：

画图的时候只能用直尺和圆规，不能用其他工具；而且不能利用直尺上的刻度或者任何记号，甚至不能利用直尺的端点；更不许将直尺、圆规合并使用或者把几支尺钉在一起使用。

有了这些限制条件后，直尺只能画下列几种图形：经过已知的两点作一条直线；无限制地延长一直线。

圆规可画的图形是：以任意一点为圆心、过其他任意一点画一个圆。或者说成是以任意一点为圆心、任意给定的长为半径画一个圆或一段弧。