

# 智力发展 与 数学学习

林崇德 著

## 内 容 简 介

本书是我国著名心理学家林崇德教授几十年来研究智力发展在中小学和幼儿园数学教学中运用的成果。

作者在书中深入浅出地介绍了其智力发展理论，然后通过大量的实例告诉数学教师，在教学中该如何运用智力发展理论来培养学生的思维能力、提高教学效果。

此外，作者还探讨了数据统计处理、数理逻辑和模糊数学等数学方法在智力发展研究中的应用，并通过实例为数学能力研究做出了研究方法上的示范。



咨询电话  
400-698-1619

www.wqedu.com

上架建议：心理·数学

ISBN 978-7-5019-8582-1



9 787501 985821 >

定价：50.00元

# 智力发展与数学学习

林崇德 著

 中国轻工业出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

智力发展与数学学习/林崇德著. —北京: 中国轻工业出版社, 2011.12

ISBN 978-7-5019-8582-1

I. ①智… II. ①林… III. ①中小學生—智力开发—关系—数学教学 IV. ①B848.5 ②G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第264950号

总策划: 石 铁

策划编辑: 吴 红

责任编辑: 吴 红

责任终审: 简延荣

责任监印: 吴维斌

出版发行: 中国轻工业出版社(北京东长安街6号, 邮编: 100740)

印 刷: 三河市鑫金马印装有限公司

经 销: 各地新华书店

版 次: 2011年12月第1版第1次印刷

开 本: 787×1092 1/16 印张: 27.50

字 数: 386千字

印 数: 1—5000

书 号: ISBN 978-7-5019-8582-1 定价: 50.00元

读者服务部邮购热线电话: 400-698-1619 010-65125990 传真: 010-65288410

发行电话: 010-65128898 传真: 85113293

网 址: <http://www.wqedu.com>

电子信箱: [wanjianedu@yahoo.com.cn](mailto:wanjianedu@yahoo.com.cn)

如发现图书残缺请直接与我社读者服务部(邮购)联系调换

111333Y1X101ZBW

## 前 言



1984年，我在科学出版社出版了《智力发展与数学学习》一书。可能是因为当时的出版物少，所以《智力发展与数学学习》第一年就印了78000册，并参加了德国的法兰克福书展。该书出版后得到了数学教育界、中小学教师、家长和教育理论工作者的肯定。数学教育的老权威魏庚人先生从西安到北京师范大学开会期间，特地到我恩师朱智贤先生府上要走一本《智力发展与数学学习》，并说了许多鼓励的话。我也用这本书的观点指导了我所主持的26个省、自治区和直辖市3000多个实验点的中小学生心理能力发展与培养的实验。

从20世纪90年代中开始，我以《智力发展与数学学习》的理念指导数学能力发展与培养方向的博士研究生，先后带出了章建跃、朱文芳、康武、连四清和赵继源等人。由于他们的数学天赋、原有的学术功底，加上勤奋，他们现在发展得很出色，都成了相关单位数学教育的学术带头人。本书的第五篇登载了他们的博士论文的摘要，从16000字到24000字不等（第十三章作者：章建跃；第十四章作者：朱文芳；第十五章作者：康武；第十六章作者：连四清；第十七章作者：赵继源）。本来是作为附录部分，但是为了与前四篇保持一致，经责任编辑建议，把他们的论文摘要改为五章。

由于教育部课程改革数学新课程标准的催促，由于不少原先参与我教育实验的高校数学老师邀请我去讲当年的智力发展与数学学习观，再由于年过七旬后想整理自己的文集，于是我就坐下来静静地思考，认真地修改起《智力发展与数学学习》这本当年的小册子。

在书稿的修订过程中，我坚持了1984年的基本观点，但是补充了一些新内容：第一，根据国际上对智力研究的新进展，结合我近30年来对中小学生心理能力特别是数学能力的发展与培养实验的成果，对全书的观点做了补充；第二，根据近30年的实验研究，不仅获得了大量的数据，而且也

充实了原书的理论，所以原书的七章就扩展为现在的前九章；第三，为了强调数学在心理科学特别是在智力发展中的应用，于是就有了第四篇的三章，也就是数据统计、数理逻辑和模糊数学的应用。

本书前十二章的参考文献以页下注的形式标注，后五章的参考文献则分别放在各章后面。这后五章的参考文献，就作为修订后的《智力发展与数学学习》全书的参考文献。

在成书的过程中，我的弟子章建跃教授为本书中所涉及的数学知识和问题做了校订；弟子白学军教授、辛涛教授和赵继源教授为相关的章节提供了不少有价值的资料。中国轻工业出版社“万千教育”和“万千心理”总策划石铁先生对本书的重新出版给予了极大的支持；责任编辑吴红做了精心的编辑加工。全书手写稿由我们所办公室的陈若夷打字。于此，我一并表示感谢。

林崇德

2011年国庆

于北京师范大学发展心理研究所

# 目 录



前 言	I
-----	---

## 第一篇 智力的奥秘

第一章 智力的实质	3
一、从心理现象谈起	3
二、智力是什么	4
三、智力与知识、技能的关系	13
四、有关智力的主要观点	17
第二章 智力发展的规律与数学学习	27
一、先天与后天的关系	27
二、内因与外因的关系	34
三、教育与发展的关系	40
四、年龄特征与个体特点的关系	44
第三章 智力与创造力	49
一、创造性人才	50
二、创造性教育	55
三、创造性学习	61
四、在数学教学中培养学生的创造力	66

## 第二篇 数学是人类的思维体操

第四章 数学思维的完整结构	77
一、思维是一个整体结构	77

二、数学整体性的修养	86
三、学生的数学能力是一个整体性的思维结构	92
四、数学教学应从思维的整体性出发	103
<b>第五章 思维能力在运算中发展</b>	109
一、数学学习与概括能力的发展	109
二、数学学习与空间想象能力的发展	116
三、数学学习与命题能力的发展	121
四、数学学习与逻辑推理能力的发展	126
<b>第六章 运算中智力品质的差异及其培养</b>	135
一、运算中的深刻性	137
二、运算中的灵活性	141
三、运算中的创造性	145
四、运算中的批判性	149
五、运算中的敏捷性	152
六、研究思维品质的重要性	154

### 第三篇 学生数学能力的发展

<b>第七章 学龄前儿童运算思维能力与数学的早期教学</b>	159
一、0—7岁儿童思维特点与运算思维能力的发展概况	159
二、0—7岁儿童掌握数概念中思维活动水平的发展	167
三、数学的早期教学	172
四、从早期教育到早期数学教学	177
<b>第八章 小学生数学学习与智力发展</b>	183
一、小学生数学智力的发展	183
二、提高小学生解答应用题的能力	190
三、从“虫食算”到思维训练题	200
四、小学数学教学应注意的几点	209



第九章 中学生数学学习与智力发展	215
一、中学生的智力发展	215
二、重视智力成熟前数学能力的培养	223
三、引进一些现代数学有助于中学生抽象思维的发展	232
四、中学奥数与中学生的智力发展	238

#### 第四篇 智力发展的数学化研究

第十章 常用的数据统计处理	249
一、描述统计与相关分析	249
二、常用的显著性检验方法	252
三、一元统计分析	256
四、多元统计分析	262
五、智力发展研究中统计方法的新进展	266
第十一章 数理逻辑在智力发展中的应用	273
一、从皮亚杰的研究谈起	274
二、数理逻辑的联结词、真值、量词	280
三、合式公式	284
四、推理系统	286
第十二章 模糊数学的应用	291
一、模糊数学的基础——隶属度和模糊集合(子集)	292
二、心理模糊性	296
三、研究心理模糊性的方法	299
四、模糊数学在智力领域研究中的应用	305

#### 第五篇 数学能力发展研究案例

第十三章 中学生数学学科自我监控能力的结构、发展与培养	315
一、引言	315

	二、研究方法·····	316
	三、结果与分析·····	318
	四、讨论与建议·····	333
<b>第十四章</b>	<b>函数概念的发展与数学能力的培养·····</b>	<b>345</b>
	一、引言·····	345
	二、研究方法·····	347
	三、结果与分析·····	350
	四、讨论与建议·····	357
<b>第十五章</b>	<b>数学问题提出的能力的发展与培养·····</b>	<b>365</b>
	一、引言·····	365
	二、研究方法·····	367
	三、结果与分析·····	370
	四、讨论与建议·····	375
<b>第十六章</b>	<b>工作记忆在数学认知中的作用·····</b>	<b>387</b>
	一、引言·····	387
	二、研究方法·····	391
	三、结果与分析·····	394
	四、讨论与建议·····	400
<b>第十七章</b>	<b>数学建模能力的发展与培养·····</b>	<b>409</b>
	一、引言·····	409
	二、研究方法·····	411
	三、结果与分析·····	413
	四、讨论与建议·····	420

## 第一篇



# 智力的奥秘

随着科学技术和生产的发展，开发智力成为人们越来越关心的课题。人类所创造的一切物质、精神财富，都是人类在实践中智慧活动的结晶。智力是人类创造发明的主观能源和内在基础，因此人们越来越渴望探索它的奥秘。

其实，大家对智力并不陌生。我们说一个人“聪明”或“愚笨”，就是对他的智力的评价。当然，对智力的科学论述就不那么简单了。在国际学术界，较为有名的智力定义就达一百四五十种之多，可见问题的复杂性。

学生，尤其是青少年与儿童的数学学习，离不开其智力活动。智力的核心成分是思维，而数学是思维的体操，这正是数学学习与智力活动相辅相成关系的形象阐述：数学学习必须以智力为基础；反之，数学学习又促进了智力的发展。



## 第一章 智力的实质

智力问题，主要是心理学问题，同时也和一些别的学科（如认识论、遗传学、神经生理学、教育学、逻辑学等）有密切联系。因此，心理学家应联系有关学科，从理论上和实践上对它进行探讨。探索智力的奥秘，必须要揭露其心理实质。

### 一、从心理现象谈起

智力是一种心理现象。要搞清智力问题，必须先弄明白什么是心理现象。其实，在日常生活中，我们对心理现象也十分熟悉。我们经常接触周围的事物，注意或记住某件事情，思考各种问题，想象未来的情景等。这里的感觉、注意、记忆、思维、想象等都是心理现象，是我们认识客观世界的心理活动，这叫做认识过程；我们在认识客观事物的同时，还会引起各种情绪体验，如喜、怒、哀、乐等，这就是情感过程；我们在认识客观事物时，出于某种需要而提出目标，制订计划，克服困难，直至完成任务，其中就包含着意志过程。人的这些认识过程、情感过程和意志过程，都有一个产生、发展和完成的过程，统称为心理过程。

一个人在社会生活条件和教育的影响下，会形成心理活动上的某些比较固定的特征。例如，有的人爱好文学艺术，有的人对数、理、化更感兴趣；有的人心怀世界、天下为公，有的人一切为己、自私自利。人的兴趣、爱好、动机、目的、理想、信念、愿望、价值观、人生观等，都是人的需要的表现形态，通常称为个性的意识倾向。有的人活泼热情，有的人安静

沉默；有的人性子急、脾气爆，有的人温柔可亲；有的人坚强勇敢，有的人怯懦畏缩；有的人办事果断，总是出色地完成任务，有的人优柔寡断，好事有时也办成坏事。这些是气质、性格、智力、能力的特征，通常叫做个性的心理特征。我们把人的个性意识倾向和个性心理特征的总和叫做个性（personality，又称人格）。通俗地讲，个性就是一个人的整体精神面貌。

实践活动中，人的心理过程和个性心理是各不相同的，它们不可分割地统一在人的活动中。个性心理通过心理过程而形成，并在心理过程中得到表现，同时又制约着心理过程。人的整个心理现象，就是对人的心理过程和个性而言的。

虽然大家对心理现象都很熟悉，但要正确解释它却并不容易。辩证唯物主义认为，心理现象是脑的机能，是对客观现实的反映。所谓心理是脑的机能，就是说，人脑是心理活动的器官。没有脑就没有心理活动，脑受了损伤，心理活动就受到了严重的破坏，即使有完好的耳目，也可以变成全聋全瞎的人。心理是客观现实的反映，就是说，客观现实是心理的源泉。如果没有客观世界，就没有客观现实的印象，也就没有人的心理。心理来源于客观现实，反映客观现实，但人的心理反映是一种能动的反映。人的反映活动是人在社会实践中，在人的言语参与下进行的，因此人的心理、意识具有社会性和自觉能动性。心理、意识一旦形成，就能在人的活动中起调节、定向作用。人们根据自己对客观现实的认识（认知），通过自己的实践活动去改造客观现实。因此，人的心理在实践、活动中产生，同时又反作用于实践。

总之，人的心理活动，就其产生方式来说，是客观事物作用于人的大脑而产生的高级神经活动；就其内容来说，是人脑对作用于人的客观现实的能动反映，又以行为表现出来。

智力活动，就是心理活动的一种。

## 二、智力是什么

国内外学者对智力有不同的理解。我是从智力与能力的关系上来认识

智力的。我认为，智力与能力不能绝对分开，它们既有一定的区别，又有很强的内在联系。

### （一）什么叫智力与能力

智力与能力是成功地解决某种问题（或完成任务）所表现出的、具有良好适应性的个性心理特征。

怎样解释这个定义呢？

首先，智力与能力同属个性范畴，它们是个性心理特征。把智力与能力理解为个性的东西，说明其实质是个体的差异。这不仅是心理学家的观点，毛泽东在《纪念白求恩》这篇传世佳作中也提到，“一个人能力有大小……”（1939）。能力有大有小，不就是个体的差异吗？可见，能力是一种个性心理特征。在批判“天才论”时，毛泽东指出，“天才者，无非就是聪明一点……”（1971），显然他是承认这种个体智力差异的，因为智力在本篇引言中已通俗地解释为“聪明”与“愚笨”。可见，智力也是一种个性心理特征。

其次，智力与能力定义的第一个定语是“成功地解决某种问题（或完成任务）”。为什么要这么说呢？作为个性心理特征的智力与能力，与个性心理特征的另一一些因素（如气质、性格等）有何区别呢？我认为，区别在于智力与能力的根本功能是成功地解决问题或完成任务。所以，在一定意义上，智力与能力的高低首先要看解决问题的水平。毛泽东说，“在学校里，应培养学生分析问题与解决问题的能力”（1964）<sup>①</sup>，其道理就在这里。

最后，智力与能力定义的第二个定语是“良好适应性”。这出自智力与能力的任务，即主动积极地适应，使个体与环境取得协调，达到认识世界、改造世界的目的。皮亚杰（J. Piaget, 1896—1980）始终坚持心理的机能是适应，智力是对环境的适应的思想。也就是说，智力与能力的本质就是适应，目的是使个体与环境取得平衡。<sup>②</sup> 今天，这几乎已成为国际心理学界的

<sup>①</sup> 张健，主编．毛泽东教育思想研究 [M]．杭州：浙江教育出版社，1993．

<sup>②</sup> 皮亚杰．教育科学与儿童心理学 [M]．傅统先，译．北京：文化教育出版社，1981：37．

共识。我国教育界不也在为某些毕业生走上社会时适应能力不强而大为感叹吗？这说明“良好适应性”在人们心目中占据着重要地位。

怎样看待智力与能力的区别和联系？

智力与能力是有一定区别的。一般地说，智力偏于认识（认知），它解决的是知与不知的问题，是保证有效地认识客观事物的稳固心理特征的综合；能力偏于活动，它着重解决会与不会的问题，是保证顺利地进行实际活动的稳固心理特征的综合。但是，认识和活动总是统一的，认识离不开一定的活动基础，活动又必须有认识的参与。所以，智力与能力是一种互相制约、互为前提的交叉关系。从国外的智力与能力观点来看，有人持“从属说”，认为智力从属于能力，是偏于认识的一种能力；有人持“包含说”，认为智力包含着诸如感觉、知觉、思维、记忆和注意等各种能力。我们认为，智力与能力的交叉关系，既体现“从属”关系，又体现“包含”关系。教学的实质就在于认识和活动的统一，在教学中发展智力和培养能力是分不开的。我们提出的数学教学中的“智能训练”，既包括智力的训练，又包括能力的训练。因为能力中有智力，智力中有能力。

智力与能力的总称叫智能。正因为智力与能力的联系如此密切，我国古代思想家一般把智与能看做既有区别又有联系，互相转化、共同提高的两个概念。例如，在《吕氏春秋·审分》、《九州春秋》、《论衡·实知》等名篇中，均将两者结合起来称为“智能”，其实质都是把智力与能力结合起来作为考察人才的标志。

## （二）智力的组成

智力的构成是一个完整的结构。它是由哪些成分组成的呢？一般来说，它包括：言语、感知、记忆、想象、思维和操作技能等因素（见图 1.1）。思维是智力的核心。

### 1. 言语

在日常生活中，“语言”和“言语”往往是通用的。但科学地说，“语言”和“言语”是两个不同的概念。两者既有联系，又有区别。语言是交



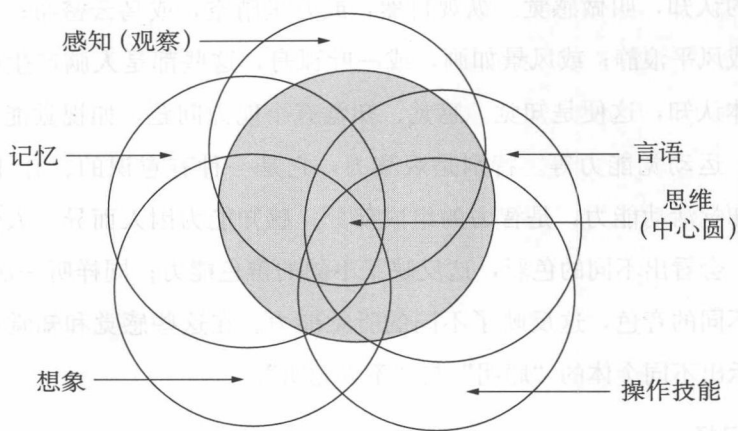


图 1.1 智力结构成分模型

际的工具，是一种社会历史现象，它是人民群众创造的，是随着社会的产生而产生，随着社会的发展而发展的。语言由声音（语音）、词汇和语法三个部分构成。语言在实现它的交际功能时，需要综合应用其三个构成部分。言语是指个体对语言的掌握和运用的过程，是一种心理现象。儿童在和成人交际过程中掌握言语，从而学会在言语中运用语言。言语是语言在交际过程中的运用，利用同一种语言，可以说出大量的、各种不同的言语。语言的体系保存在多种多样的言语交际形式中，这种形式分为三类：①口头言语，即说出的言语，听到的言语。②书面言语，即书写的言语，看到的言语。口头言语和书面言语都是外部言语，都是能通过分析器官被别人所感知的言语。③内部言语，即未发出声音的言语。隐蔽是内部言语的特点。在我们不出声地思考（思维）时，正是这种言语成为我们思想的物质外壳。这三种言语既可区分，又有密切联系。这三类言语的水平都是因人而异的，不同的言语能力水平，是个体“聪明”与“不太聪明”的具体表现。

## 2. 感知

我们眼睛看到的红、黄、蓝、白、黑等颜色，耳朵听到的高低、强弱不同的声音，身体感到的冷、热、痛、痒的感受，舌头尝到的甜、酸、苦、辣等味道，鼻子嗅到的香、臭、霉、腥等气味，都是人脑对事物的某些个