

TURING

图灵新知

# 神奇的数学

牛津教授给青少年的讲座



【英】Marcus du Sautoy 著

程玺 译

## The Number Mysteries



人民邮电出版社

POSTS & TELECOM PRESS

“本书字里行间流露着马库斯·杜·索托伊博士对数字的热爱。他真不愧为数学王国的史蒂夫·厄文。”

——理查德·道金斯

英国皇家科学院院士，牛津大学生物学教授，著名科普作家  
《上帝错觉》、《自私的基因》作者

“本书出自优秀的数学大师之手，是一部介绍数字、数学和密码的佳作。”

——阿米尔·卡采尔

《费马大定理》作者

“如果说数学是科学之皇后，那么本书就让你近距离亲近这位高贵的皇后。”

——达拉·欧布莱恩

知名BBC节目主持人

“神奇，有趣，实用！以前数学可没这么有趣！”

——阿兰·戴维斯

英国喜剧演员，曾与索托伊一起参与BBC科普节目

“这本书里有好玩的谜题可以解，有趣的数学练习可以做，还有好多好多惊喜！”

——西恩·怀特

8岁的小数学爱好者



9 787115 302410



9 787115 302410 >

图灵社区: [www.ituring.com.cn](http://www.ituring.com.cn)  
图灵微博: @图灵教育 @图灵社区  
反馈/投稿/推荐邮箱: [contact@turingbook.com](mailto:contact@turingbook.com)  
热线: (010) 51095186 转 604

分类建议 科普/数学

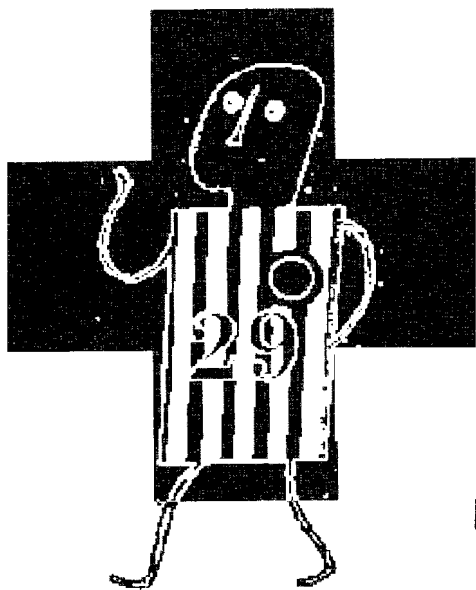
ISBN 978-7-115-30241-0

定价: 29.00元

人民邮电出版社网址: [www.ptpress.com.cn](http://www.ptpress.com.cn)

# 神奇的数学

牛津教授给青少年的讲座



【英】Marcus du Sautoy 著  
程玺 译

umber  
Mysteries

人民邮电出版社  
北京

## 图书在版编目(CIP)数据

神奇的数学：牛津教授给青少年的讲座 / (英) 索托伊 (Sautoy, M.) 著；程玺译. — 北京：人民邮电出版社, 2013. 1

(图灵新知)

The Number Mysteries

ISBN 978-7-115-30241-0

I. ①神… II. ①索… ②程… III. ①数学—青年读物②数学—少年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第293704号

## 内 容 提 要

本书是作者在一系列针对青少年的数学普及讲座内容基础上汇集整理的一本数学科普书,介绍了一些数学中很有神秘色彩的知识,内容浅显易懂,语言生动活泼,很容易激发读者尤其是青少年读者了解数学的兴趣。

本书适合所有对数学知识感兴趣的读者。

图灵新知

## 神奇的数学：牛津教授给青少年的讲座

---

◆ 著 [英] Marcus du Sautoy

译 程 玺

责任编辑 朱 巍

执行编辑 董瑞霞

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号

邮编 100061 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

◆ 开本：880×1230 1/32

印张：8.75

字数：232千字

2013年1月第1版

印数：1-5 000册

2013年1月河北第1次印刷

著作权合同登记号 图字：01-2011-7478号

ISBN 978-7-115-30241-0

---

定价：29.00元

读者服务热线：(010)51095186转604 印装质量热线：(010)67129223

反盗版热线：(010)67171154

# 译者序

---

音乐家认为音乐可以表达整个世界，作家认为文字可以描述整个世界，物理学家认为物理决定着所有一切，佛说一沙一世界，而本书作者则明显站在了数学一边。数学可以探索宇宙，可以预测未来，可以破解密码，可以判断足球飞行的轨迹，可以解释种群数量的走势，等等。总而言之，数学之中蕴含着神奇而美妙的能量。在翻译本书的过程中，我已经彻头彻尾变成了一个数学的信徒。

数学作为一门基础科学，其重要性的确不言而喻，不管是对于终极命题的探索，或对于生活常识的把握，还是对于国家实力的贡献，数学都居功至伟。本书作者从浩如烟海的数学宝库中挑选出五道价值高达百万美元的谜题（只要揭开任何一道谜题，就可获得一百万美元的奖励）。在描述每一道谜题时，作者都引述了大量有趣的故事、搭配实例或游戏，以轻松的笔调，深入浅出地娓娓道来。即使是那些对数学望而却步的读者，也不必担心书中的内容过于专业而无法把握。尽管这五道题目的确无比深奥，但作者并非以解决这些问题为目的，本书也并非为找到能解决这些问题的人们而写。相反，作者的写作目的更多是为了传播数学的知识，激发大众对数学的热情。

这些乐趣尤其体现在作者所引述的大量故事中，比如，在讲述质数

#### IV | 译者序

问题时，作者提到贝克汉姆著名的 23 号球衣，并分析了各种坊间推测；在讲述制胜秘方时，作者提到 2004 年在伦敦利兹赌场卷走巨额赌资的三个东欧人，有趣的是，三人被逮捕后又被宣判无罪释放，并得以保留全部赌资，这是为什么呢？而作者在讲述密码问题时则提到二战期间数学家所做的贡献，据称，这些数学家的破译工作使二战提前两年结束，他们发挥的作用真的有这么大吗？而在讲述预测未来的问题时，作者又以卡洛斯的神奇任意球为例来分析现象背后的陀螺效应及湍流问题等。那么为何所有这些故事都和数学有着千丝万缕的联系呢？答案尽在本书中。

另外，书中也涉及了许多中国元素，这一点颇令我感到意外。比如，在第一章中，作者带领我们巡视了各个古代文明中的数字写法，其中自然包括了中国的汉字数字系统，同时还介绍了一种较少有人提起的中国的算筹记数系统。而在讲述二进制问题时，作者则提到二进制发明者莱布尼茨受到中国《易经》及北宋易学家邵雍的影响；在讲述信息的传播方式时作者又屡次提到中国长城上的烽火台。此外还有一些，在此就不一一列举了。

在所有有趣的故事和游戏之中，作者潜移默化地向我们展示了几何的精巧、代数的严密、逻辑的美妙、拓扑的强大等种种数学学科的精髓之处。正如开篇所说，通过翻译本书，我已经深深地被数学吸引，相信读者也一定会在阅读过程中有所触动。

最后，感谢图灵编辑傅志红老师给我这次翻译机会，感谢岳新欣老师在中耕过程中耐心的修改和指正。本人翻译经验有限，译文难免有不到位之处，烦请各位多多批评指正，我会继续改进。

# 引言

---

气候变暖是真的吗？太阳系会突然解体吗？在网络上发送信用卡号码安全吗？如何才能在赌场赢钱？

人类自从能够交流以来，就不断地提出问题，试图预测未来，掌控环境。数学正是人类创造出来的最强大的工具，帮助我们应对所生存的这个狂野而繁杂的世界。

从测算足球的运行轨迹到确定旅鼠<sup>①</sup>的种群数量，从破译密码到在大富翁游戏中取胜，数学作为一种神秘的语言，正在为我们解密自然界中的各种谜团。但是，有些问题数学家也不知道答案，许多深层次和根本性的问题还有待破解。

本书的每一章都会带你穿越数学领域中的某些难题，而每章末尾都会揭密一个目前为止尚未破解的数学谜团。它们也是一直以来人类没有解决的一些大谜团。

揭开其中任何一个谜团不仅会在数学界扬名，而且还会赢得一笔极大的财富。美国商人兰登·克雷（Landon Clay）为其中的每个难题都悬赏一百万美金，征求解决方案。这一点或许让你觉得莫名其妙，为何一

---

① 旅鼠是一种生活在北极的哺乳动物，是世界上已知的所有动物中繁殖力最强的。

一个商人要为数学谜团的解决而慷慨解囊呢？原因就在于他明白，全部的科学、技术、经济，甚至是地球的未来，都要依托数学。

本书将依次介绍以下 5 个价值百万美元的谜题。

第 1 章以最基本的数学元素（数字）为主题，介绍了其中最重要同时也是最神秘的一种数字——质数。谁能揭开质数的神秘面纱，谁就能领走一百万美元的奖金。

第 2 章带你领略自然界中各种神奇怪异的形状：从骰子到气泡，从茶包到雪花等。最后，我们来看一下其中最具挑战性的一个难题：宇宙是何形状？

第 3 章介绍数学界中的逻辑和概率是如何在游戏中助人一臂之力的。不管你正在玩大富翁游戏还是在用真金白银赌博，数学都是你获胜的法宝。不过，有时候某些十分简单的游戏却能迷惑天下最聪明的人。

第 4 章介绍的是无法破译的密码。数学一向是用来破解秘密信息的关键学问。不过，本章将会介绍如何利用巧妙的数学方法创造出新的密码，以确保你能在网络上安全地与他人交流，在网络空间中传递各种信息，甚至解读朋友的所思所想。

第 5 章讲述的是每个人都希望能够做到的事情：预测未来。我会向大家解释为何数学等式才是世上最好的算命师。它们能够预测日食月食，解释为何回旋镖能够飞回来，还能够告诉我们地球的未来是什么样子。但是，还有一些我们解不出的等式。本章以湍流问题结尾，该问题的影响无处不在，从贝克汉姆的任意球到飞机的飞行，但它依然是数学界中最大的谜团之一。

书中包含的数学问题有难有易，每章结尾处的百万美元谜题无疑都十分复杂，至今无人能解。不过我强烈认为人们应该多接触这些伟大的数学思想。我们初次阅读莎士比亚或斯坦贝克的作品时会感到兴奋，初次聆听莫扎特或迈克尔·戴维斯的弹奏时，会感觉音乐是有生命的。虽



然我们很难将莫扎特的乐曲弹奏得韵味十足，就算是经验丰富的读者也会觉得莎翁的作品很难读，但这并不表示我们因此就可以将这些伟大思想家的作品束之高阁。同样的道理也适用于数学。如果你觉得有些数学问题很难，那就先试着“欣赏”你能理解的那一部分，并且要记住初次拜读莎士比亚作品时的感觉。

上学的时候，老师教导我们说数学是我们从事一切行为的基础。本书的 5 章内容试图赋予数学生命，并向读者介绍迄今为止人类所孕育出的一些最伟大的数学思想。但是，在介绍那些未解之谜时，我希望能给大家一个和史上智力超群的人们一决高低的机会。最后，我希望读者能够体会到，数学是我们一切所见和所为的核心所在。

# 致 谢

---

首先，要感谢帮助本书诞生的人。感谢 4th Estate 的编辑罗宾·哈尔维，他对于超级马拉松的热爱让他始终处于稳健的状态。感谢格林内与希顿经纪公司（Greene & Heaton）的经纪人安东尼·托平，他就像一位私人教练一样协助我完成这一程书写的马拉松。感谢文字编辑约翰·伍德德拉夫，他放弃了退休的念头，帮助我将本书敲打成型。感谢我的两位插图作者：乔·麦克拉伦，他为我《泰晤士报》的专栏所创作的插图让我每个周三的早晨都如沐春风；雷蒙德·特维，不管我将多么复杂的草图交给特维，他总能完美捕捉到其中的意涵。

本书的写作材料来源于我参与过的一系列工作项目。

2006 年，我受邀在皇家学会主持圣诞讲座。该活动创始自 1825 年，1966 年开始通过电视播出。组织者致力于向普罗大众传播科学知识，尤其鼓励年轻观众亲身参与到科学中来。1978 年，我有幸前往聆听该活动所举办的首场数学讲座，讲者为克里斯托弗·齐曼。当年我只有 13 岁。齐曼在讲座中介绍了一系列吸引人的话题，我也因此在那个圣诞节立下了自己的志向：成为一名像他一样的数学家。皇家学会的这项活动激发了我的梦想，所以，能够受邀在 2006 年登上这一讲堂，提供给我一个完美的机会来回馈他们。有机会激发新一代数学家们的志趣对我来说实在是此生大幸。

皇家学会的要求是以 11 ~ 14 岁的孩子为目标受众提供 5 场讲座。圣诞讲座都是介绍爆炸、干冰的，同时要不时请人上台一起做展示。而给出不用钱的刺激，或凭空想出各种有趣的游戏来展示数学的确是一件有趣的挑战。而整个项目最后看起来仿佛是我进行了五场单人的数学哑剧表演。为打造出这些讲座，皇家学会为我安排了一个十分专业的团队，同时，我也得到了来自电视制作团队第五频道和 Windflass 制片公司的协助。在此，我要特别感谢马丁·高斯特、蒂姆·爱德华兹以及爱丽丝·琼斯，在他们的帮助下，我才找到了如此充满想象力的方式来将数学活灵活现地呈现出来。我还要感谢安迪·马玛丽、凯瑟琳·德·兰奇、大卫·杜干以及大卫·科尔曼，他们都在整个项目中发挥了关键作用。

我们在很多学校进行了试讲，在此我想特别感谢犹太自由小学，这家学校十分配合我们的工作，我们在学生们面前测试了各种各样的讲课思路。虽然圣诞节和犹太教似乎是个奇怪的搭配，不过我想，我们的努力证实了数学的确是一门世界语言。只有亲眼看到孩子们对讲座的反应，我们才能确知哪些内容适合或不适合。我们为这些讲座所做的所有测试和调查也为本书取材贡献了力量。

制作数学相关的电视节目的过程，让我受益匪浅，帮我认清了哪些课题是能够面向更广大受众的。在此我要感谢埃罗姆·沙哈，我们一起制作了好几部影片，包括四部为教师频道制作的专题片《用数字作画》，以及一部关于欧几里得证明质数无穷的影片，后一部还拍摄了我们的星期日联赛球队——维尔瓦哈克尼。在制作这些影片的过程中所研究的内容对于打造圣诞讲座都助益良多。

我和 BBC 合作的四集专题片《数学故事》为本书中的许多故事提供了扎实的史实依据。为此，我要感谢 BBC 的执行制作人 大卫·欧奎夫纳，他对于数学的热爱催生了整个项目。而英国公开大学则为该项目提供了宝贵的资金和学术支持，使该项目得以顺利推出。而一旦开始拍摄，整

个项目便成为真正的团队协作的成果，在此，我要特别感谢凯伦·麦克甘、克里希亚·德雷基、罗宾·戴什伍德、克里斯蒂娜·罗莉、大卫·贝利以及凯米·马杰克敦米。

写书，制作电视节目，打造活灵活现的数学讲座，这些都要花费时间。对于那些促成这些工作顺利完成的人，我深怀感激。查尔斯·西蒙尼比其他人更早认识到，一个在公众科学领域中有一席之地的人，是有机会也有空间来激发公众的科学兴致的。牛津大学向来支持我向公众层面传播数学知识的工作。而英国工程和自然科学研究委员会下属的启发人心的“资深媒体研究员”项目也为我提供了大量的宝贵支持。如果没有所有这些支持，我永远无法做出现在的这一切。

我还要感谢牛津的学生团体“数学魔术师”，他们在社会中播撒了数学的乐趣，也在各方面为我提供了大量帮助。其中许多学生都阅读了本书的前期版本，提出了许多关于配套 App 的精彩建议。托马斯·武雷则帮助打造了许多本书搭配的复杂的分形插图。

任何阅读此书的人大概都猜得到我非常热爱足球运动。而为星期日联赛球队维尔瓦哈克尼（请见 <http://recreativofootballclub.blogspot.com>）效力，则让我在每个周日得以畅快地出上一身汗（虽然因踢球造成的右手第五掌骨的骨折以及左手手腕多处损伤的手术的确造成了本书出版上的一些延误）。我支持的球队则是阿森纳，尽管他们已经有一段日子没有赢得奖杯了。观看他们的比赛，就像在眼前展开一场复杂的棋局。我相信他们球队的长椅上一定坐着一位数学家。而撰写本书，也为我带来了意料之外的足球红利：英格兰作家足球队竟打来电话邀请我加盟（请见 <http://writersteam.co.uk>）。

我想，作家球队中的每个人应该都会同意，他们亏欠最多的便是支持他们的家人。在此，我要感谢我的妻子沙妮及三个孩子托莫、马佳丽及伊纳，谢谢你们。还有我的猫，弗雷迪·永贝里，不幸的是，它因无法承受压力而离开了家，它最后现身的地点应该是在西汉姆附近。

# 目 录

---

<b>第 1 章 奇事之永不终止的质数</b> .....	1
1.1 贝克汉姆为何选择 23 号球衣? .....	2
1.2 皇马守门员是否应身披 1 号战袍? .....	6
1.3 为何美洲蝉中意 17 这个质数? .....	6
1.4 为何质数 17 和 29 对时间的终结发挥着关键作用? .....	10
1.5 科幻小说作家们为何钟情质数? .....	14
1.6 古希腊人如何用筛子来虚构质数? .....	27
1.7 写下全部质数需要多少时间? .....	30
1.8 为何我的两个女儿的中名分别叫 41 和 43? .....	31
1.9 质数跳房子游戏.....	34
1.10 兔子和向日葵能帮助我们找到质数吗? .....	38
1.11 如何利用大米和棋盘找到质数? .....	42
1.12 质数吉尼斯纪录.....	44
1.13 如何用龙须面穿过整个宇宙? .....	48
1.14 电话号码为质数的概率有多大? .....	49
1.15 关于质数的百万美元难题.....	52
<b>第 2 章 不可捉摸的形状之谜</b> .....	53
2.1 气泡为何是球形? .....	54
2.2 如何造出世上最圆的足球? .....	57
2.3 阿基米德如何改进柏拉图的足球理论? .....	60

2.4	你喜欢哪种形状的茶包? .....	63
2.5	为何二十面体会要人的命? .....	66
2.6	水立方稳固吗? .....	68
2.7	雪花为何有6瓣? .....	76
2.8	英国的海岸线有多长? .....	79
2.9	闪电、花椰菜和股票三者之间有何共通之处? .....	84
2.10	形状如何具有1.26的维度? .....	86
2.11	我们能仿造一幅杰克逊·波洛克的画吗? .....	90
2.12	如何看到四维空间? .....	93
2.13	在巴黎什么地方可以看到四维立方体? .....	95
2.14	在计算机游戏《爆破彗星》中,宇宙是何形状? .....	99
2.15	如何确定我们不是生活在一个圆环体的地球上? .....	103
2.16	宇宙是什么形状的? .....	107
2.17	答案 .....	110
<b>第3章 连胜秘诀 .....</b>		<b>113</b>
3.1	如何成为剪刀石头布游戏的世界冠军? .....	113
3.2	你的随机能力如何? .....	117
3.3	怎样才能中大奖? .....	119
3.4	如何利用这个价值百万美元的质数问题出老千和变魔术? .....	125
3.5	赌场数学:翻倍还是赔光? .....	128
3.6	最早的骰子有几个面? .....	132
3.7	龙与地下城游戏是否囊括了一切骰子? .....	134
3.8	数学如何帮助我们在大富翁游戏中取胜? .....	138
3.9	“数字之谜”有奖竞猜 .....	140
3.10	如何在巧克力-辣椒轮盘赌中取胜? .....	142
3.11	为何幻方是助人分娩、防范洪水及赢得游戏的关键? .....	145
3.12	谁发明了数独? .....	149
3.13	数学如何帮忙打破吉尼斯纪录? .....	152
3.14	英超联赛如何帮助你赢取百万数学奖金? .....	158
3.15	答案 .....	165

<b>第 4 章 不可破解之密码</b> .....	167
4.1 如何用鸡蛋传递机密讯息? .....	168
4.2 如何通过计数来破解印度《爱经》密码? .....	169
4.3 数学家如何帮助打赢二战? .....	175
4.4 讯息的传递 .....	180
4.5 贝多芬第五交响曲中的加密讯息是什么? .....	185
4.6 酷玩乐队第 3 张专辑的名称是什么? .....	188
4.7 0521447712 和 0521095788 哪一个是书籍条形码? .....	193
4.8 密码读心术? .....	195
4.9 如何在互联网中实现硬币的公平投掷? .....	200
4.10 为何破解数字等同于破解密码? .....	203
4.11 何为时钟计数器? .....	205
4.12 如何利用时钟在网上发送秘密讯息 .....	210
4.13 百万美元难题 .....	214
4.14 答案 .....	218
<b>第 5 章 预测未来</b> .....	219
5.1 数学是如何搭救丁丁的? .....	220
5.2 同时抛下一片羽毛和一只足球, 哪个会先着地? .....	224
5.3 为何说鲁尼每次接应射门成功, 就解出了 1 个二次 方程呢? .....	226
5.4 为何回旋镖会飞回来? .....	231
5.5 为何钟摆不再像最初那样容易预期? .....	235
5.6 太阳系会分崩离析吗? .....	238
5.7 一只蝴蝶如何能造成千上万人的死亡? .....	243
5.8 正面还是反面? .....	244
5.9 谁杀死了所有旅鼠? .....	247
5.10 如何踢出贝克汉姆或卡洛斯那样的弧线球? .....	254
<b>相关网络讯息</b> .....	260
<b>图片授权说明</b> .....	262

## 第 1 章

# 奇事之永不终止的质数

---

1,2,3,4,5,……这些数字看上去非常简单，只要为前一个数字加上 1，就可得出后一个数字。但如果数字不存在，我们就很迷茫。阿森纳对阵曼联，谁赢谁输，我们无从知晓，两个队都有机会。想在本书的索引中查询些什么吗？好吧，在书的中间部分找到某个数字就能中彩票，但具体在哪里无法确知。而彩票本身呢？如果没有数字的话，彩票本身便失去了存在的可能。数字这门语言在我们了解世界的过程中发挥着根本性的重要作用，这一点的确是非常神奇的。

即使在动物王国中，数字也是至关重要的。一群动物会基于他们对敌群数量的判断来决定是迎战还是逃离。它们的求生本能部分取决于一种数学能力，不过，在数字显而易见的简洁性背后，还隐藏着一个巨大的谜团。

2,3,5,7,11,13,……这些数字都是质数，即不可分解因子的数字。质数是所有其他数字的基石，就像是数学世界里的氢元素和氧元素。作为数字中的主要角色，它们就像是镶嵌在无穷无尽的数字链条之上的一颗颗闪烁的宝石。

尽管质数十分重要，但仍是人类追求知识的道路上最难解的谜团之一。我们至今无法找到所有质数，因为没有能逐个算出质数的神奇公式。它们就像是埋在地底的宝藏，但无人握有藏宝图。



## 2 第1章 奇事之永不终止的质数

本章将介绍人类已经掌握的质数知识，看看世界各地的不同文化是如何尝试对质数进行研究和记录的，以及音乐家们如何用其探索切分音的节奏。我们还要弄清楚，人类为何利用质数与外星人沟通，以及质数为何有助于确保互联网信息的安全等。在本章的结尾，我会介绍一个关于质数的数学谜团，如果你能破解这一谜团，就会得到一百万美金的奖励。不过，在了解这个数学大难题之前，我们先来看一下这个时代最热门的一个数字谜团。

### 1.1 贝克汉姆为何选择 23 号球衣？

当大卫·贝克汉姆在 2003 年转会至皇家马德里时，对于他为何选择身披 23 号球衣这件事，坊间有很多猜测。大家都认为这是个很怪的选择，因为他之前在英格兰国家队和曼联队穿的都是 7 号球衣。但问题是，皇家马德里的 7 号球衣已经披在劳尔身上，而且这位西班牙斗牛士并不打算把 7 号战衣让给英国帅小伙。

贝克汉姆选择 23 号球衣这事儿催生了很多理论，其中最广为人知的是迈克尔·乔丹理论。皇马希望打入美国市场，从此就可以向美国庞大的人口销售大量的球衣。然而，足球（美国人喜欢称其为“英式足球”）在美国并不普及，美国人喜欢打篮球和棒球，这些比赛一场可以打到 100 比 98 分而且一定会分出胜负，而足球这种一场打满 90 分钟却可能以 0 比 0 结束或不分输赢的比赛，美国人认为毫无意义。

根据这个理论，皇马特意做了调查，结果发现，世界上最著名的篮球运动员当属芝加哥公牛队中得分最多的迈克尔·乔丹。而乔丹在整个球员生涯中身披的正是 23 号战袍，皇马只需将这个号码印在足球球衣的背后，然后双手合十，祈求与乔丹的这一点关联能够发挥它的魔力，帮助他们成功打入美国市场。