



普通高等教育“十二五”规划教材

# 数学分析精读讲义 (下册)

杜其奎 陈金如  
谢四清 徐晓立 编著



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

# 数学分析精读讲义

## (下册)

杜其奎 陈金如 谢四清 徐晓立 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是以华东师范大学数学系所编的《数学分析(第三版)》内容为主线而编写教学辅导书，主要是为课程精读教师的教学及学生学习本课程的课后复习与提高之用，是在作者二十多年来讲授数学分析课程内容的基础上发展起来的。本书按章节编写，每节内容主要包括：内容精读、疑难解答、典型例题、巩固提高。本书切合实际，十分注意提高学生对数学分析的基本概念、基本定理、基本计算技巧的理解和应用，通过对一些典型例题的讲解与分析，由浅入深、分层次、分类型地介绍微积分学的解题思路，特别注重一法多用、一题多解，同时关注形象思维的培养。期望为读者更有效地掌握微积分学的基本功、打下数学分析坚实的基础，提供适当的帮助。

本书适合于正在学习微积分学的大学生和需要提高自己数学水平与能力的各类自学者，对于讲授数学分析或高等数学的教师及准备考研的广大同学也有极高的参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学分析精读讲义(上、下册)/ 杜其奎等编著. —北京：科学出版社，  
2012

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-034881-4

I. ①数… II. ①杜… III. ①数学分析-高等学校-教材 IV. ①O17

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012) 第 128444 号

责任编辑：王 静 房 阳 / 责任校对：林青梅

责任印制：阎 磊 / 封面设计：陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

保定市中画美凯印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2012 年 6 月第 一 版 开本：B5(720 × 1000)

2012 年 6 月第一次印刷 印张：51 1/4

字数：1 028 000

定价：85.00 元(上、下册)

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## 前　　言

数学分析是数学专业最重要的基础课程之一, 对数学专业后续课程的学习和研究影响甚大。它不但是众多学科分支的重要基础和有力工具, 而且对培养学生的思维能力、夯实学生的数学基础、加强学生的基本功训练都具有十分重要的功效。毫不夸张地说, 学生学好这门课程, 就奠定了大学阶段学好数学的坚实基础, 也是开创数学学习良好局面的关键。

当然, 数学分析对于初学者而言, 难以学深学透、融会贯通、真正掌握这门课程的精髓。因此, 有必要对其内容进行细嚼慢咽, 不断强化。一方面要充分发挥教师课堂教学的主导作用, 另一方面也要充分调动每位学生学习的积极性与主动性, 促使他们自觉地接受持之以恒、充分而严格的数学训练, 能真正地走近数学, 从而加深对数学内容的理解。

基于上述考虑, 南京师范大学数学科学学院对数学分析课程的教学进行了重大改革, 从 2006 年起, 将这门课程分为两门子课程, 即“数学分析原理”和“数学分析精读”。“数学分析原理”由数学专业学术带头人担任主讲, 主要向学生传授该课程的知识与科学思想; “数学分析精读”由具有该课程丰富教学经验的教授或副教授担任主讲, 带领学生学会如何预习、如何听课、如何做笔记、如何提问、如何做题、如何归纳、如何提高, 等等。为了配合数学分析精读课的教学, 我们在多年教学实践的基础上, 编写了《数学分析精读讲义》, 旨在使学生进一步巩固知识、加强训练, 掌握方法、开阔思路, 夯实基础、提高能力。

本书是以华东师范大学数学系编写的《数学分析(第三版)》的内容为主要依据而编写的, 参照其章节, 每节主要包含四部分的内容。

**一、内容精读:** 简要概述每节中的基本概念, 重要定理和公式, 并对要点与难点作适当分析。

**二、疑难解答:** 解答在数学分析学习过程中可能遇到的一些疑难问题, 主要涉及某些概念的理解, 重要定理的使用, 解题技巧的总结及某些模糊问题的辨析。

**三、典型例题:** 选取若干个紧扣内容的典型题目, 通过分析和求解, 使读者从中得到启发, 有助于提高分析问题和解决问题的能力。

**四、巩固提高:** 配套一定量的题目, 使学生所学的方法和技巧得以应用, 进而达到巩固知识, 提高能力之目的。

本书的编写, 受到国家精品课程主持人、江苏省教学名师及南京师范大学“数学类基础课程教学团队”带头人周兴和教授的鼓励和支持, 在此谨向他表示由衷的

感谢! 编写中, 参考了国内外一些专家学者编著的数学分析方面的书籍, 在此一并表示由衷的感谢!

由于编者受水平所限, 书中难免存在疏漏和不妥之处, 恳请同行和广大读者不吝赐教, 以利于今后对本书的修订.

作 者

2012 年 2 月

于南京师范大学随园

## 符 号 说 明

本书中凡用文字符号表示的数，除特别说明外均为实数。书中涉及符号的具体含义如下。

$\mathbb{N}_+$	表示“所有正整数构成的集合”。
$\mathbb{N}$	表示“所有非负整数构成的集合”。
$\mathbb{Z}$	表示“所有整数构成的集合”。
$\mathbb{Q}$	表示“所有有理数构成的集合”。
$\mathbb{R}$	表示“所有实数构成的集合”（或用于表示无限区间 $(-\infty, +\infty)$ ）。
$\mathbb{R}_+$	表示“所有正实数构成的集合”（或用于表示半无限区间 $(0, +\infty)$ ）。
$\mathbb{R}_-$	表示“所有负实数构成的集合”（或用于表示半无限区间 $(-\infty, 0)$ ）。
$\mathbb{C}$	表示“所有复数构成的集合”。
$\emptyset$	表示“空集”。
$A \cup B$	表示“A与B的并集”，即 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。
$A \cap B$	表示“A与B的交集”，即 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。
$A \setminus B$	表示“A与B的差集”，即 $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 。
$E^c$	表示“集合E的补集”。
$E^d$	表示“集合E的导集”，即E的全部聚点的集合。
$\text{int} E$ 或 $E^\circ$	表示“集合E的内部”，即E的全部内点的集合。
$\overline{E}$	表示“集合E的闭包”，即 $\overline{E} = E \cup E^d$ 。
$\partial E$	表示“集合E的边界”，即E的所有界点构成的集合。
$\text{meas}(E)$	表示“E的Lebesgue测度”。
$C(D)$	表示“区域D上连续函数的全体”。
$C^k(D)$	表示“区域D上有直到k阶连续偏导函数的函数全体”。
$\mathcal{R}(D)$	表示“D上Riemann可积的函数全体”。
$\Leftrightarrow$	表示“等价关系”的记号。 $A \Leftrightarrow B$ 表示A与B等价。 如 $ x  < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$ 。
$\Rightarrow$	表示“A蕴涵B”之意，如 $A \Rightarrow B$ 即为由A推出B。
$\approx$	表示“近似”符号。如 $\sqrt{3} \approx 1.732$ 。
$\equiv$	表示“恒等”之意。
$\forall$	表示“对任意”、“对所有”、“对任何”或“对每一个”之意。
$\exists$	表示“存在”或“有”之意。
$\ni$	表示“使得”之意。
$C_n^k$	表示“组合数”，即 $C_n^k = \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ 。
$\max \{a, b\}$	表示“a与b中最大者”。如 $\max \{12, -1\} = 12$ 。
$\min \{a, b\}$	表示“a与b中最小者”。如 $\min \{12, -1\} = -1$ 。

---

$\sum$	表示“求和”记号. 如 $\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$
$\prod$	表示“连乘积”记号. 如 $\prod_{k=1}^n a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n.$
$\Rightarrow$	表示“一致收敛”. 如 $f_n(x) \Rightarrow f(x) (n \rightarrow \infty), x \in D.$
$\text{grad } u$ 或 $\nabla u$	表示“函数 $u$ 的梯度”.
$\text{div } A$ 或 $\nabla \cdot A$	表示“向量函数 $A$ 的散度”.
$\text{rot } A$ 或 $\text{curl } A$	表示“向量函数 $A$ 的旋度”.
■	表示“一个证明或求解的结束”.

# 目 录

(下册)

## 前言

## 符号说明

<b>第 12 章</b>	<b>数项级数</b>	401
12.1	级数的收敛性	401
12.2	正项级数	411
12.3	一般项级数	428
<b>第 13 章</b>	<b>函数列与函数项级数</b>	441
13.1	一致收敛性	441
13.2	一致收敛函数列与函数项级数的性质	459
<b>第 14 章</b>	<b>幂级数</b>	473
14.1	幂级数	473
14.2	函数的幂级数展开	488
<b>第 15 章</b>	<b>Fourier 级数</b>	495
15.1	Fourier 级数	495
15.2	以 $2\ell$ 为周期的函数的展开式	506
15.3	收敛定理的证明	515
<b>第 16 章</b>	<b>多元函数的极限与连续</b>	526
16.1	平面点集与多元函数	526
16.2	二元函数的极限	536
16.3	二元函数的连续性	546
<b>第 17 章</b>	<b>多元函数微分学</b>	559
17.1	可微性	559
17.2	复合函数微分法	570
17.3	方向导数与梯度	579
17.4	Taylor 公式与极值问题	584
<b>第 18 章</b>	<b>隐函数定理及其应用</b>	595

---

18.1 隐函数	595
18.2 隐函数组	606
18.3 几何应用	615
18.4 条件极值	622
<b>第 19 章 含参量积分</b>	<b>633</b>
19.1 含参量正常积分	633
19.2 含参量反常积分	640
19.3 Euler 积分	651
<b>第 20 章 曲线积分</b>	<b>659</b>
20.1 第一型曲线积分	659
20.2 第二型曲线积分	667
<b>第 21 章 重积分</b>	<b>675</b>
21.1 二重积分概念	675
21.2 直角坐标系下二重积分的计算	684
21.3 Green 公式·曲线积分与路径的无关性	695
21.4 二重积分的变量变换	703
21.5 三重积分	712
21.6 重积分的应用	725
*21.7 $n$ 重积分	734
*21.8 反常二重积分	742
<b>第 22 章 曲面积分</b>	<b>751</b>
22.1 第一型曲面积分	751
22.2 第二型曲面积分	761
22.3 Gauss 公式与 Stokes 公式	774
*22.4 场论初步	785
<b>参考文献</b>	<b>792</b>
<b>名词索引</b>	<b>794</b>

(O-4791.0101)



普通高等教育“十二五”规划教材

## 数学分析精读讲义(下册)

高等教育出版中心 数理出版分社  
联系电话: 010-64034725  
E-mail: mph@mail.sciencep.com

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

ISBN 978-7-03-034881-4

A standard barcode representing the ISBN 978-7-03-034881-4. The barcode is oriented vertically and has a series of vertical bars of varying widths.

定价: 85.00 元(上、下册)