

初中毕业班代数综合练习册

江苏教育出版社



# 初中毕业班代数综合练习册

《初中毕业班代数综合练习册》编写组

江 苏 教 育 出 版 社

## 说 明

这本练习册，是为配合初中毕业班的毕业、升学复习教学，依据现行大纲和教材所确定的目的、要求，并结合我省的教学实际与教学研究的经验编写的。宗旨在于面向多数，重视基础，增强能力，提高素质。

本书将初中代数的教学内容重新组合，分别从基础知识、基本技能技巧和基本思想方法几方面，力求促成学生认知结构的进一步完善。

每一单元都由“学习要求”、“例题选析”和“练习”组成，每一大单元另提供“综合练习”和“单元测试”。

教学大纲中指出：大纲及课本中“标有‘\*’号的内容为选学内容，不属于毕业考试的命题范围，但可作为升学考试的内容。”本书中凡涉及上述内容的例习题也都相应地标有“\*”号。

对练习中有关题型的解答要求，仅在此统一说明，书中不再一一标注：“判断题”，凡认为结论正确（或要求鉴别是非而能肯定“是”的），均打“√”，否则打“×”；“选择题”，在给出的四个选项中，有且只有一个符合要求；部分“填空题”，要求已很明显，便不再注“填空”字样。

本书的编写，得到常州市教研室及有关同志的帮助与合作。参加编写工作的有吕听听、杨秋萍、陈志廉。全书由陈志廉校订。

1995年4月

# 目 录

<b>第一单元 数和式</b> .....	1
一 实数的概念.....	1
二 实数的运算.....	5
三 式和因式分解.....	6
第一单元综合练习 .....	12
第一单元测试题 .....	19
<b>第二单元 方程(组)和不等式(组)</b> .....	22
一 方程(组) .....	22
二 不等式(组) .....	36
第二单元综合练习 .....	39
第二单元测试题 .....	49
<b>第三单元 函数及其图象</b> .....	52
第三单元综合练习 .....	79
第三单元测试题 .....	92
<b>第四单元 统计初步</b> .....	94
第四单元综合练习 .....	99
第四单元测试题.....	104
<b>初中数学综合测试题</b> .....	107
<b>答案与提示</b> .....	114

# 第一单元 数和式

## 学习要求

理解数、式的有关概念，掌握它们的一些性质和运算法则，并能熟练、灵活地进行数、式的运算。

## 一 实数的概念

### 例题选析

例 1 下列各组数中，都是有理数的是

(D)

(A)  $\frac{2}{7}, \frac{1}{3}, -1.414, \pi;$

(B)  $1.010010001\dots, \sin 30^\circ, \sqrt{4}, \sqrt[3]{-64};$

(C)  $(-1)^0, \sqrt{\tan^2 60^\circ}, 3.1416, 0;$

(D)  $\operatorname{ctg} 45^\circ, \cos^2 45^\circ, \frac{1}{11}, 7.27\dot{3}.$

评析 判断一个数是无理数还是有理数，只需要看它是否为无限不循环小数。上例中， $\pi$ 、 $1.010010001\dots$ 、 $\sqrt{\tan^2 60^\circ}$ （即  $\sqrt{3}$ ）是无限不循环小数，是无理数。

例 2 判断：

(1) 任何实数  $a$  都有唯一的倒数  $\frac{1}{a}$ . (X)

(2) 无理数的平方是有理数. (X)

(3)  $\sqrt{x^2} + x$  是非负数. (✓)

(4) 如果  $a > b$ , 那么  $(a+b)(a-b) > 0$ . (X)

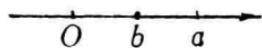
**评析** 1. 要说明某个命题是真命题, 必须用说理的方法予以证明; 要说明某个命题是假命题, 只需举出一个反例即可. 例如问题(1)的反例是  $a=0$ ; 问题(2)的反例, 可举无理数  $\sqrt[3]{2}$ .

2. 问题(3)、(4)需要用“分类”的方法来思考. 问题(3)只涉及一个实数  $x$ , 对待这样的问题, 往往可以根据情况把实数  $x$  先分类(如按“正数、零、负数”分成三类, 或按“有理数、无理数”分成两类, 等等), 再逐类讨论; 问题(4)涉及了两个实数  $a, b$ , 对待两个数的分类, 除上述对一个数的分类方法外, 往往更需要从两数关系的角度来考虑. 例如按两数“同号、异号、至少有一个为零”分成三类, 或按“ $a>b, a=b, a<b$ ”分成三类, 以及按  $|a|, |b|$  的大小分类等.

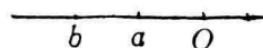
**例 3**  $a, b$  是两个实数, 图 1 中哪些图形能得到:

$$(1) |a+b| = -a-b? \quad (2) |a-b| = a-b? \quad (1)(2)(4)$$

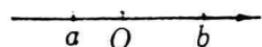
(1)(4)



(1)



(2)



(3)



(4)

图 1

**评析** 判断  $a+b$  的值为正还是为负, 只要根据图形, 并运用有理数的加法法则; 判断  $a-b$  的值为正还是为负, 只要看图形中表示  $a$  的点在表示  $b$  的点的右边还是左边.

**例 4** (1) 若  $|a| = -a$ , 化简  $\sqrt{a^2} + |1-a|$ .

(2) 根据下列已知条件化简  $|x-2| + \sqrt{(x+3)^2}$ .

若  $x < -3$ , 则原式 =  $2-x-x-3 = -2x-1$ ;

若  $-3 \leq x < 2$ , 则原式 =  $2-x+x+3 = 5$ ;

若  $x \geq 2$ , 则原式 =  $x-2+x+3 = 2x+1$ .

(3) 化简  $|a+2| + |a-5|$ .

**评析** 在问题(1)中, 要化去绝对值符号, 必须先设法判明绝对值符号内的数是不是负数, 然后根据绝对值的定义进行化简、求解. 分析题设:  $|a| = -a \Rightarrow a \leq 0 \Rightarrow -a \geq 0 \Rightarrow 1-a > 0$ , 即  $|1-a| = 1-a$ ; 问题(2)中给出的三个不同的已知条件, 实质上就是对“ $x-2$ ”和“ $x+3$ ”这两个数按“都是负数, 有一个是负数, 都不是负数”分成三类, 即  $\begin{cases} x-2 < 0, \\ x+3 < 0, \end{cases}$   $\begin{cases} x-2 < 0, \\ x-2 \geq 0, \\ x+3 \geq 0, \end{cases}$  并按它们所对应的  $x$  取值范围逐类解答; 问题(3)的题设中没有给出可以判明“ $a+2$ ”和“ $a-5$ ”是不是负数的条件, 就必须与问题(2)类似地, 对“ $a+2$ ”和“ $a-5$ ”作全面的考虑, 即首先进行正确分类, 然后逐一解答.

**\*例 5** 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + m - 1 = 0$  的两实根为  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 > x_2$ , 求一个关于  $x$  的一元二次方程, 使它的两根分别为  $|x_1|$  和  $|x_2|$ .

**解** ∵ 方程  $x^2 + 2x + m - 1 = 0$  有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 4 - 4(m-1) = 8 - 4m > 0, \text{ 即 } m < 2.$$

(1) 当  $1 < m < 2$  时, 由韦达定理,  $x_1 x_2 > 0$ , 即  $x_1, x_2$  同号.

$$\text{又} \because x_1 + x_2 = -2 < 0, \quad \therefore x_1 < 0, x_2 < 0.$$

$$\therefore |x_1| + |x_2| = -x_1 - x_2 = -(x_1 + x_2) = 2,$$

$$|x_1| \cdot |x_2| = (-x_1) \cdot (-x_2) = x_1 x_2 = m - 1.$$

$$\therefore \text{所求的方程为 } x^2 - 2x + m - 1 = 0.$$

(2) 当  $m < 1$  时,  $m - 1 < 0$ , 由韦达定理,  $x_1 x_2 < 0$ , 即  $x_1, x_2$  异号.

又  $\because x_1 > x_2$ ,  $\therefore x_1 > 0, x_2 < 0$ .

$$\begin{aligned}\therefore |x_1| + |x_2| &= x_1 - x_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} \\ &= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \\ &= \sqrt{4 - 4(m-1)} = \sqrt{8 - 4m} = 2\sqrt{2-m}. \\ |x_1| \cdot |x_2| &= -x_1 x_2 = 1 - m.\end{aligned}$$

$\therefore$  所求的方程为  $x^2 - 2\sqrt{2-m}x + 1 - m = 0$ .

(3) 当  $m = 1$  时, 原方程为  $x^2 + 2x = 0$ ,

解得  $x_1 = 0, x_2 = -2$ .

$\therefore |x_1| + |x_2| = 2, |x_1| \cdot |x_2| = 0$ .

$\therefore$  所求的方程为  $x^2 - 2x = 0$ .

**评析** 解本题的关键是化去绝对值符号, 所以求解本题, 必须在判明原方程的两根  $x_1, x_2$  是否为负的基础上进行.

本题没有给出  $x_1, x_2$  是什么数, 但是根据一元二次方程的根与系数的关系, 可以预料,  $x_1, x_2$  的符号与字母  $m$  的取值有关. 因此必须对  $m$  分类讨论.

怎样对“ $m$ ”分类呢? 由题意可知  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \text{ ①}, \\ x_1 x_2 = m - 1 \text{ ②}. \end{cases}$  ①式不

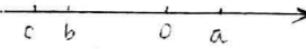
仅给出了两根的和, 其实还揭示了  $x_1, x_2$  的可能情况有三种:  $x_1 < 0, x_2 < 0; x_1 > 0, x_2 < 0; x_1 = 0, x_2 < 0$ . 再由②式可知, 与  $x_1, x_2$  三种可能情况相应的  $m$  的取值应分为三类:  $1 < m < 2$ ;  $m < 1; m = 1$ .

### 参考例题

- 如果  $|x| = x$ , 那么  $x \geq 0$ ; 如果  $|x| \neq x$ , 那么  $x < 0$ ;  
如果  $|x+3|=1$ , 那么  $x = -2$  或  $-4$ ; 如果  $|x-2|=x-2$ , 那么

- $x \geq 2$ .  
2. 如果  $|a|=8, |b|=2, |a-b|=b-a$ , 那么  $a+b=$  -10或-6

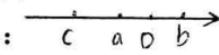
3. (1) 已知实数  $a, b, c$  在数轴上的

对应点如图 2 所示. 化简 

$$\sqrt{(a+b)^2} - |c-b| + |a+c| = -a-b+b-c-b-a-c = -2a-2b$$

图 2

- (2) 已知互不相等的三个数  $a, b, c$  满足  $abc > 0$ , 且  
 $b > a, b+c < 0, a > c$   
 $\sqrt{(a-b)^2} + |b+c| - \sqrt{(a-c)^2} = b-a-b-c-a+c = -2a$ . 在数轴上表示出  $a, b, c$  的相对位置.

- (3) 根据(2), 判断下列各对数的大小:   
 $|a| < |c|; |b| < |c|; -a > -b;$   
 $ab < ac; a^3 < b^3; ab^2 < ac.$

- \*4. 已知  $\alpha, \beta$  是方程  $x^2 - 3x - 1 = 0$  的两个根, 不解方程求  $|\alpha| + |\beta|, |\alpha| \cdot |\beta|$  的值.

$$|\alpha| + |\beta| = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{3^2 - 4(-1)} = \sqrt{13}$$

$$|\alpha| \cdot |\beta| = |\alpha\beta| = |-1| = 1$$

## 二 实数的运算

### 例题选析

- 例 1 下列式子中, 正确的是

(D)

- (A)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ; (B)  $a^3 a^2 = a^6$ ;  
 (C)  $(a^3)^2 = a^5$ ; (D)  $a^2 b^2 = (ab)^2$ .

评析 同底数幂的乘法  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  和幂的乘方  $(a^m)^n = a^{mn}$ , 其中指数的运算都比原来幂的运算降了一级, 上述(2)、(3)两式的错误在于指数运算都不是比原来幂的运算降一级; 积的乘方  $(ab)^n = a^n b^n$ , 表示乘方对比它低一级的乘法运算, 如同乘法对比它低一级的加法运算一样, 也可以“分配”, 但对比它低两级的运算就不能“分配”了, 上述(1)式的错误就

在于此. 但上述(4)式, 是逆向应用积的乘方, 所以(4)式是正确的.

**例 2** 计算:  $\sqrt{75^2 + 25^2 - 2 \times 75 \times 25 \cdot \cos 60^\circ}$ .

解 原式 =  $\sqrt{(3^2 + 1^2 - 2 \times 3 \times 1 \times \frac{1}{2}) \times 25^2} = 25 \sqrt{7}$ .

**评析** 本例的解答利用了“巧法”, 从而避免了繁复的计算. 其实, 这种方法来源于“换元”思想, 根据算式的具体特点, 把“25”看成“1”, “75”就可以看成“3”, 这与换元法解方程异曲同工.

**例 3** 计算:  $\frac{(\sqrt{2}-1)^4(3+2\sqrt{2})^2}{0.25^{12} \times 2^{23}}$ .

解 原式 =  $\frac{(3-2\sqrt{2})^2(3+2\sqrt{2})^2}{(\frac{1}{2})^{24} \times 2^{23}} = \frac{[(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})]^2}{(\frac{1}{2})^{23} \times 2^{23} \times \frac{1}{2}} = 2$ .

**评析** 对运算性质、运算法则等知识的应用, 包括顺向和逆向两个方面, 而且逆向应用往往会获得“别开生面”的效果.

### 三 式和因式分解

#### 例题选析

**例 1** 下列分式的值能否为零? 如果能, 求出对应的  $x$  值; 如果不能, 说明理由:

$$(1) \frac{x+1}{2x+1}; \quad (2) \frac{2x+1}{x^2-x-1};$$

$$(3) \frac{x^2-9x+6}{x^2+x-12}; \quad (4) \frac{|x|-1}{x^2+1}.$$

**评析** 由于分式的分母含有字母,因此研究分式的值能否为零,应注意字母的取值必须满足分子值为零且分母的值不为零.

**例 2** (1)化简 $(x-y)\sqrt{\frac{1}{y-x}+\frac{1}{2}\sqrt{x^2-2xy+y^2}}$ ;

(2)把代数式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 根号外的因式移入根号内.

**评析** 根据二次根式的定义,由 $\sqrt{\frac{1}{y-x}}$ 可知 $y-x>0$ ,所以化简 $\sqrt{x^2-2xy+y^2}$ 应得 $-(x-y)$ ,即 $y-x$ .同样地,由 $\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 可知 $x<0$ ,所以把 $x$ 从根号外移入根号内应得 $-\sqrt{(-x)^2}$ .

**\*例 3** 求证:不论 $x$ 取什么实数, $x^2-6x+10$ 的值总是正数.

**评析** 判断一个代数式的值是正(或负)数,常常采用配方的方法,再运用 $a^2 \geq 0$ 这一结论.

其实,本例还可以说明方程 $x^2-6x+10=0$ 无解;二次函数 $y=x^2-6x+10$ 的图象与 $x$ 轴没有交点.

**例 4** (1)已知 $a^b-a^{-b}=2(a>0)$ ,求 $a^b+a^{-b}$ 的值.

(2)已知 $(x^a+x^{-a}+4)^2+(x^{2a}+x^{-2a}+m)^2=0$ ,求 $m$ .

**评析** 若把问题(1)中的 $a^b$ 、 $a^{-b}$ 分别看作 $x$ 、 $y$ ,由题设和幂的运算性质实质给出了关于 $x$ 、 $y$ 的两个条件:

$\begin{cases} x-y=2, \\ xy=1. \end{cases}$  所以求解这个二元二次方程组就可以求得 $a^b$ 、 $a^{-b}$

的值.

但是,仔细观察 $a^b+a^{-b}$ 与题设 $a^b-a^{-b}=2(a>0)$ 的联

系,不难看出,可以把 $a^b+a^{-b}$ 变形为 $\sqrt{(a^b-a^{-b})^2+4a^ba^{-b}}$ ,所以不先求出 $a^b,a^{-b}$ 的值,而直接利用题设求解更为简捷.

**例 5** 已知 $x=\frac{4ab}{a+b}$ ( $a\neq 0,b\neq 0,a+b\neq 0$ ),求 $\frac{x+2a}{x-2a}+\frac{x+2b}{x-2b}$ 的值.

**评析** 若把 $x$ 的值直接代入待求式化简求值,显然较为复杂.根据所求代数式的特点及题设条件,可先作变形,由 $x=\frac{4ab}{a+b}$ 得 $\frac{x}{2a}=\frac{2b}{a+b}$ 或 $\frac{x}{2b}=\frac{2a}{a+b}$ ,再用比例性质或再将待求式按“ $\frac{x+2a}{x-2a}=1+\frac{-4a}{x-2a}=1-4\times\frac{a}{x-2a}$ 或 $1-2\times\frac{1}{\frac{x}{2a}-1}$ ”变

形,都能有助于运算过程的简化.

**例 6** (1)根据下列已知条件求 $\frac{2x^2+xy+5y^2}{x^2-xy+2y^2}$ 的值:

$$\textcircled{1} x=4, y=3. \quad \textcircled{2} x=4k, y=3k(k\neq 0).$$

$$\textcircled{3} \frac{3}{y}-\frac{4}{x}=0. \quad \textcircled{4} 9x^2+16y^2=24xy.$$

**评析** 通过求解可以看出:

1. 把已知条件②代入原式,最后 $k$ 可以约去.所以 $k$ 取不等于零的任意实数原式的值不变.

2. 已知条件②、③、④实际上是用三种不同的形式给出了同一个表达式 $\left(y=\frac{3}{4}x\right)$ ,而已知条件①则是 $y=\frac{3}{4}x$ 的特例.

3. 由于分子和分母的各项次数都相同(本例中都是关于 $x,y$ 的二次式),因此只要给出 $x,y$ 的一个正比例函数关系式 $y=kx(k\neq 0)$ ,代入后都能约去 $x$ 而求得原式确定的值.对于不具备上述特点的分式(例如 $\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$ ),就做不到这一点.

(2) 已知  $\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 3\sqrt{y}(\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$ , 求  $\frac{2x + \sqrt{xy} + 2y}{x - 2\sqrt{xy} - y}$  的值.

(3) 已知  $x + 2y + 7z = 3x + 4y + 11z = 0$  ( $xyz \neq 0$ ), 求  $\frac{3x^2 + 4y^2 - 2z^2}{5x^2 + 3y^2 + 5z^2}$  的值.

**例 7** 把  $x^2 + xy - 6y^2 + 2x + 11y - 3$  分解因式.

**解法一**

$$\begin{aligned}\text{原式} &= x^2 + (xy + 2x) - (6y^2 - 11y + 3) \\&= x^2 + (y + 2)x - (2y - 3)(3y - 1) \\&= [x - (2y - 3)][x + (3y - 1)] \\&= (x - 2y + 3)(x + 3y - 1).\end{aligned}$$

**解法二**

$$\begin{aligned}\text{原式} &= -6y^2 + (xy + 11y) + (x^2 + 2x - 3) \\&= -6y^2 + (x + 11)y + (x + 3)(x - 1) \\&= [-2y + (x + 3)][3y + (x - 1)] \\&= (x - 2y + 3)(x + 3y - 1).\end{aligned}$$

**解法三**

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (x^2 + xy - 6y^2) + (2x + 11y) - 3 \\&= (x - 2y)(x + 3y) + (2x + 11y) - 3 \\&= (x - 2y + 3)(x + 3y - 1).\end{aligned}$$

**评析** 多项式的“因式分解”与“多项式的乘法”是两种互逆的变形. 因此它们有着密切的内在联系. 本例解法一、二是按  $x$  (或  $y$ ) 的次数分组, 即把原式看成是  $x$  (或  $y$ ) 的二次三项式, 解法三则按项的次数分组, 然后都是用十字相乘法分解因式. 逆向观察三种解法, 不难发现它们是多项式乘法的三种不同计算方法:

$$\begin{aligned}
 (x-2y+3)(x+3y-1) &= [x-(2y-3)][x+(3y-1)] \\
 &= [(x+3)-2y][(x-1)+3y] \\
 &= [(x-2y)+3][(x+3y)-1].
 \end{aligned}$$

可见,多项式乘法有多种计算方法,这决定了因式分解也有多种方法.

**例 8** 在有理数范围内分解因式 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$ .

### 解法一

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= [(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)]+1 \\
 &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1 \\
 &= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24+1 \\
 &= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+25=(x^2+5x+5)^2.
 \end{aligned}$$

### 解法二

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1 \\
 &= (x^2+5x+4)^2+2(x^2+5x+4)+1 \\
 &= [(x^2+5x+4)+1]^2=(x^2+5x+5)^2.
 \end{aligned}$$

### 解法三

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1 \\
 &= (x^2+5x+6)^2-2(x^2+5x+6)+1 \\
 &= [(x^2+5x+6)-1]^2=(x^2+5x+5)^2.
 \end{aligned}$$

### 解法四

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+1 \\
 &= [(x^2+5x+5)-1][(x^2+5x+5)+1]+1 \\
 &= (x^2+5x+5)^2-1+1=(x^2+5x+5)^2.
 \end{aligned}$$

**评析** 本例的多种解法,都是通过灵活、恰当的“换元”,从而使解题明显地化繁为简.

解法一是把“ $x^2+5x$ ”看成一个数,解法二是把“ $x^2+5x+$

4”看成一个数,解法三是把“ $x^2+5x+6$ ”看成一个数,使原式变形成与完全平方公式一致的形式.解法四比解法一、二、三更“别具一格”,把“ $x^2+5x+5$ ”看成一个数,于是原式变形成与平方差公式一致的形式.

**例 9** (1)在实数范围内分解因式  $2x^2-2x-1$ ;

(2)已知多项式  $x^3-3x^2+ax+b$  能被  $(x+2)(x-4)$  整除,求  $a,b$ .

**评析** 多项式的因式分解与解方程互相依赖,相互联系:如果  $x=m$  时,多项式  $ax^2+bx+c$  的值是零,那么多项式就有因式  $(x-m)$ ;反过来,如果多项式  $ax^2+bx+c$  有因式  $(x-m)$ ,那么  $x=m$  是方程  $ax^2+bx+c=0$  的一个根.所以本例(1)可以利用解方程来分解因式.本例(2)中“已知原多项式能被  $(x+2)(x-4)$  整除”,实质上给出了“ $x+2$  和  $x-4$  都是原多项式的因式”,所以  $x=-2$  和  $x=4$  是方程  $x^3-3x^2+ax+b=0$  的两个根.解方程组  $\begin{cases} -2a+b=20, \\ 4a+b=-16, \end{cases}$  可得  $a=-6, b=8$ .

**例 10** 化简(1)  $\frac{a^{-1}-b^{-1}}{\sqrt{a^{-3}+a^{-1}b^{-2}}} + \frac{ab^{-1}}{a^{-2}+b^{-2}}$ ;

(2)  $\left( \frac{\sqrt{b^3}-\sqrt{a^3}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \sqrt{ab} \right) \div \left( \frac{b-a}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} \right)^2$ .

**解** (1) 原式  $= \frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-1}(a^{-2}+b^{-2})} + \frac{ab^{-1}}{a^{-2}+b^{-2}}$   
 $= \frac{a^{-1}-b^{-1}+b^{-1}}{a^{-1}(a^{-2}+b^{-2})}$   
 $= \frac{a^{-1}}{a^{-1}(a^{-2}+b^{-2})} = \frac{1}{a^{-2}+b^{-2}}$ .

(2) 原式  $= \left[ \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(b+\sqrt{ab}+a)}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} + \sqrt{ab} \right]$

$$\begin{aligned} & \div \left[ \frac{(\sqrt{b} + \sqrt{a})(\sqrt{b} - \sqrt{a})}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} \right]^2 \\ & = (b + 2\sqrt{ab} + a) \div (\sqrt{b} + \sqrt{a})^2 = 1. \end{aligned}$$

**评析** 式的概念扩充后,仍遵循着原有的运算性质、运算法则,因此本例的化简和分式运算类似.

**例 11** 化简  $\frac{2\sqrt{x+2} + 3\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}$ .

**解** 原式  $= \frac{2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}$   
 $= 2 + \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}} = 2 + \frac{\sqrt{x^2-4}-x+2}{4}$   
 $= \frac{10-x+\sqrt{x^2-4}}{4}$ .

**评析** 本例中分子、分母所含根式相同,求解时先把原式化为一个整式与另一分式的和(这种变形实际上是分式通分相加的逆向变形),这样比直接把原式分母有理化简捷得多.

## 第一单元综合练习

### A 组

#### 1. 判断:

- (1) 任何实数的绝对值都是正数. (  )
- (2) 无限小数都是无理数. (  )
- (3) 任何实数的平方都不是负数. (  )
- (4) 对于任何实数  $a, b$ , 都有  $a+b > a-b$ . (  )
- (5) 两个无理数的和一定是无理数. (  )

#### 2. 选择:

(1) 如果  $ab=0$ , 那么 (D)

(A)  $a=0$ ; (B)  $b=0$ ;

(C)  $a=b=0$ ; (D)  $a=0$  或  $b=0$  或  $a=b=0$ .

(2) 如果  $a^3b^2 < 0$ , 那么 (C)

(A)  $a < 0, b < 0$ ; (B)  $a < 0, b$  为任何实数;

(C)  $a < 0, b \neq 0$ ; (D)  $b < 0, a \neq 0$ .

(3) 下列命题中, 正确的是 (A)

(A) 两个有理数的和一定是有理数;

(B) 带根号的数一定是无理数;

(C) 若两个数互为相反数, 则这两个数中一定有一个是正数, 另一个是负数;

(D) 两数和的绝对值一定不小于这两数的差.

(4) 下列命题中, 错误的是 (A)

(A) 如果一个数的相反数不小于它本身, 那么这个数必为负数;

(B) 无理数都是无限小数;

(C) 如果  $x < y < 0$ , 那么  $|x| > |y|$ ;

(D) 一个数的绝对值是它倒数的相反数, 这个数必定是  $-1$ .

(5) 实数  $a, b$  在数轴上的对应位置 

如图所示, 则  $|a-b| - \sqrt{a^2} =$   
 $b-a + a$  (B) (第 2(5)题)

(A)  $-b$ ; (B)  $b$ ; (C)  $2a-b$ ; (D)  $b-2a$ .

(6) 下列各式中, 正确的是 (C)

(A)  $\frac{x^6}{x^3} = x^2$ ; (B)  $\frac{a+x}{b+x} = \frac{a}{b}$ ;

(C)  $\frac{2x}{2x+2y} = \frac{x}{x+y}$ ; (D)  $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$ .