高等学校精品课程建设规划教材
高等教育应用型本科规划教材

Calculus synchronous Teaching and Practice

微积分同步教练

主编 谢小良

湖南大学出版社

高等学校精
高等教育应用型本科规划教材

主 编
谢小良

校订者
（排名不分先后）
罗智明 段 玉 胡桔州
龙建新 姚落根 胡清洁
吴艳辉

微积分同步教练

Calculus synchronous Teaching and Practice

湖南大学出版社

内 容 简 介

本书在对经济数学（微积分）的学习要求、重点和难点进行科学梳理的基础上，设计了类型丰富、难度适中的同步训练题，注重知识的内在逻辑与前后衔接，能让学生通过深入浅出的训练过程提高学习效率、巩固知识水平。

本书适合高等学校财经类专业本科学生学习使用，也是教师丰富备课内容的重要参考资料。

图书在版编目（CIP）数据

微积分同步教练 /谢小良主编 .—长沙：湖南大学出版社.
2012.8
（高等教育应用型本科规划教材）
ISBN 978-7-5667-0241-8

Ⅰ.①微… Ⅱ.①谢… Ⅲ.①微积分—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 184918 号

微积分同步教练
WEIJIFENTONGBUJIAOLIAN

作　　者：谢小良　主编
责任编辑：丁　莎　**责任校对**：全　健　**责任印制**：陈　燕
印　　装：长沙瑞和印务有限公司
开　　本：787×1092　16 开　**印张**：13.5　**字数**：346 千
版　　次：2012 年 8 月第 1 版　**印次**：2012 年 8 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5667-0241-8/G·564
定　　价：29.00 元

出 版 人：雷　鸣
出版发行：湖南大学出版社
社　　址：湖南·长沙·岳麓山　　**邮　　编**：410082
电　　话：0731-88822559(发行部),88821691(编辑室),88821006(出版部)
传　　真：0731-88649312(发行部),88822264(总编室)
网　　址：http://www.hnupress.com　**电子邮箱**：dingsha008@126.com
主　　页：http://blog.sina.com.cn/hnup

高等学校精品课程建设规划教材
高等教育应用型本科规划教材
教材建设指导委员会

出 版 说 明

改革开放三十年来，我国高等教育的改革和发展实现了历史性的跨越，人才培养理念更加契合经济、社会发展的需要，针对本科教育的教学模式、课程体系和教学方法的教学改革越来越深入。特别是“十一五”期间实施的“高等学校本科教学质量与教学改革工程”建设，紧紧抓住影响本科人才培养的关键，有效推动了本科教育教学改革和人才培养质量提升，初步形成了国家级、省级、校级三级质量建设体系。

精品课程建设是高等学校教学质量与教学改革工程的重要组成部分。《教育部关于启动高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作的通知》从加强教学队伍建设、注重使用先进的教学方法与手段、重视教材建设等方面，对高等学校精品课程建设需要重点抓好的工作做了整体规划。要求高等学校整合各类教学改革成果，加大教学过程中使用信息技术的力度，加强科研与教学的紧密结合，鼓励主讲教师以建设系列化的优秀教材为目标，自行编写、制作相关教材。

为了贯彻落实胡锦涛总书记在庆祝清华大学建校 100 周年大会上的重要讲话精神和教育规划纲要，进一步深化本科教育教学改革，提高本科教育教学质量，大力提升人才培养水平，教育部、财政部决定在“十二五”期间继续实施“高等学校本科教学质量与教学改革工程”（简称“本科教学工程”）。旨在针对高等教育人才培养还不完全适应经济社会发展需要的突出问题，通过一段时间的改革建设，力争取得明显成效，更好地满足经济社会发展对应用型人才、复合型人才和拔尖创新人才的需要。

湖南大学出版社以“打造精品教材，促进教育发展”为理念出版了这套高等学校精品课程建设暨高等教育应用型本科规划教材，在选题设计思路上贯彻了教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展需要的“本科应用型高级专门人才”的指示精神，和建立各门类、专业“校、省、国家三级精品课程体系”的工作部署，邀请了全国多所高校的优秀师资和专家学者召开教材建设专题研讨会，经过深入调查研究，突出了教材建设与办学定位、教学目标的一致性与适应性。这套教材严格遵照学科体系的知识构成和教材编写的一般规律，精心设计写作体例，科学安排知识内容，表达了一批教育工作者和出版人“精心打造精品，教材服务教育”的工作意愿。

高等学校精品课程建设暨高等教育应用型本科规划教材的顺利出版，只是这项工作的开端，在丰富教材品种、提升教材品质等方面还有许多工作要做，希望有更多的优秀教师和专家学者参与进来，为中国高等教育持续、内涵发展和新的跨越而共同努力。

高等学校精品课程建设规划教材
高等教育应用型本科规划教材
教材建设指导委员会
2011 年 10 月

目 次

第一章

函数及其图像

函数是现代数学的基本概念之一，是高等数学的主要研究对象，为帮助同学们准确而深刻地理解函数的概念与性质，本章习题在中学内容的基础上进行了适当的拓宽，以求建立牢固的微积分学习基础.

一、要求与说明

1. 理解实数与实数绝对值的概念，掌握解简单绝对值不等式的方法.
2. 理解函数的概念，会求函数的定义域、表达式及函数值.
3. 会求分段函数的定义域、值域，会作简单分段函数的图像，掌握分段函数的表示方法.
4. 了解函数的几何特性并掌握各几何特性与函数性质之间的关系.
5. 了解反函数的概念，知道函数与其反函数的几何关系，对给定的函数会求其反函数.
6. 理解复合函数的概念，了解两个（或多个）函数能构成复合函数的条件，掌握将一个复合函数分解为较简单函数的方法.
7. 理解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性的定义与性质，并能描述其函数图像的几何特征.
8. 了解隐函数的概念，掌握隐函数的描述方法.
9. 掌握基本初等函数的性质及其图形.
10. 会建立简单应用问题的函数关系式.

二、重点与难点

1. 求各类函数定义域与值域.
2. 函数表达式与函数符号的确定.

3. 函数单调性、周期性和奇偶性的定义与判定.
4. 基本初等函数的概念与性质.
5. 函数图像及其应用.

三、拓宽与深化

1. 初等函数复合背景下的性质与应用.
2. 经济管理领域中实际问题的常用函数表达式的探求与分析.

四、同步训练

(一) 判断题(正确的在括号内打"√",错误的在括号内打"×")

1. 函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 是无穷小量. (　　)

2. 奇函数与偶函数的和是奇函数. (　　)

3. 设 $y=\arcsin u, u=\sqrt{x^2+2}$,这两个函数可以复合成一个函数:
$y=\arcsin\sqrt{x^2+2}$. (　　)

4. 函数 $y=\dfrac{1}{\lg\lg x}$ 的定义域是 $x>1$ 且 $x\neq 10$. (　　)

5. 函数 $y=\mathrm{e}^{-x^2}$ 在 $(0,+\infty)$ 内无界. (　　)

6. 函数 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ 在 $(0,+\infty)$ 内无界. (　　)

7. 函数 $f(x)=\dfrac{1-x^2}{\cos x}$ 是奇函数. (　　)

8. 函数 $f(x)=x$ 与 $g(x)=(\sqrt{x})^2$ 是相同函数. (　　)

9. 函数 $y=\mathrm{e}^x$ 是奇函数. (　　)

10. 设 $f(x)=\sin x$,且 $f[\varphi(x)]=1-x^2$,则 $\varphi(x)$ 的定义域是 $(0,1)$. (　　)

11. 函数 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$ 是同一函数. (　　)

12. 函数 $y=x^3+x+1$ 是奇函数. (　　)

13. 函数 $y=\arcsin\dfrac{x-1}{2}$ 的定义域是 $(-1,3)$. (　　)

14. 函数 $y=\cos 3x$ 的周期是 3π. (　　)

15. 函数 $y=x$ 与 $y=\dfrac{x^2}{x}$ 不是同一个函数. (　　)

(二) 充分判断题(本题要求判断给出的条件能否充分支持题干陈述的结论,阅读每小题中的条件(1)和(2)后选择)

A:条件(1)充分,但条件(2)不充分

B:条件(2)充分,但条件(1)不充分

C:条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和(2)联合起来充分

D:条件(1)充分,且条件(2)也充分

E:条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和(2)联合起来也不充分

1. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域为 $(-a,a)$ 且 $f(x)+g(x)$ 为奇函数.

(1) $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数　　(2) $g(x)=-f(-x)$

2. $f(x)+f[\varphi(x)]$ 单调递减.

(1) $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 都是单调递增　　(2) $f(x)$ 单调递减, $\varphi(x)$ 单调递增

3. $f(x)=\dfrac{b-\mathrm{e}^{-x}}{a+\mathrm{e}^{-x}}$ 的值域为 $(-1,1)$.

(1) $a>0$　　(2) $a=b$

4. $y=f(x)$ 定义域为 $(-\infty,\infty)$,其图形对称于直线 $x=a$.

(1) 对于任意的 t，$f(a-t)=f(a+t)$　　(2) $f(x)=f(2a-x)$

5. 函数 $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ 在定义域 X 内是奇函数.

(1) X 和函数 $h(x)=\lg\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}$ 的定义域相同

(2) X 和函数 $g(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x}$ 的定义域相同

(三) 选择题(每小题只有一个正确答案，将你认为正确的答案序号填在括号内)

1. 设 C 是常数，$x\in(-1,1)$，则 $f(x)=C$ 是(　　).

A. 偶函数　　B. 无界函数　　C. 周期函数　　D. 单调函数

2. 设 $f(x)$ 的定义域是 $[0,4]$，则 $f(x^2)$ 的定义域是(　　).

A. $[0,4]$　　B. $[-2,2]$　　C. $[0,16]$　　D. $[0,2]$

3. 函数 $f(x)=x^4+x^2+1, x\in[-3,7]$ 是(　　).

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 既是奇函数又是偶函数　　D. 非奇非偶函数

4. 下面四对函数中，相同的是(　　).

A. $f(x)=|x+1|$，　$g(x)=|x|+1$

B. $f(x)=2\ln(1-x)$，　$g(x)=\ln(1-x)^2$

C. $f(x)=x-2$，　$g(x)=\dfrac{x^2-4}{x+2}$

D. $y=\sqrt{(1-x)^2}+x$，　$g(x)=\begin{cases}1, & x<1\\ 2x-1, & x\geqslant 1\end{cases}$

5. 设 $y=\sqrt{1-x^2}$　$x\in[-1,0]$，则其反函数及其定义域分别为(　　).

A. $y=\sqrt{1-x^2}$　$x\in[0,1]$　　B. $y=-\sqrt{1-x^2}$　$x\in[0,1]$

C. $y=\sqrt{1-x^2}$　$x\in[-1,0]$　　D. 以上都不对

6. 函数 $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的反函数是(　　).

A. 偶函数　　B. 奇函数　　C. 既是奇函数，又是偶函数　　D. 非奇非偶函数

7. 下列命题正确的是(　　).

A. f,g 在 $(-\infty,+\infty)$ 上都为单调增(减)函数，则 $f+g, f-g, f\cdot g, \dfrac{f}{g}(g\neq 0)$ 都为单调增(减)函数

B. f,g 在 $(-\infty,+\infty)$ 上都为单调增(减)函数，则 $fg, \max(f,g), \min(f,g)$ 都为单调增(减)函数

C. 若 $f(x), g(x), \varphi(x)$ 在其公共定义域上均为单调增函数，且满足：$g(x)\leqslant\varphi(x)\leqslant f(x)$，又设 $g[g(x)], \varphi[\varphi(x)], f[f(x)]$ 均有意义，则必有：$g[g(x)]\leqslant\varphi[\varphi(x)]\leqslant f[f(x)]$

D. 若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为奇函数，且在 $[0,+\infty)$ 上是严格单调增加的，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上一定是严格单调增加的

8. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\lg|x-5|}$ 的定义域是(　　).

A. $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$　　B. $(-\infty,6)\cup(6,+\infty)$

C. $(-\infty,4)\cup(4,+\infty)$　　D. $(-\infty,4)\cup(4,5)\cup(5,6)\cup(6,+\infty)$

9. 设 $\varphi(x)=\begin{cases}1, & |x|\leqslant 1\\ 0, & |x|>1\end{cases}$，那么 $\varphi(\varphi(x))=$(　　).

A. $\varphi(x),x\in(-\infty,+\infty)$　　B. $1,x\in(-\infty,+\infty)$

C. $0,x\in(-\infty,+\infty)$　　D. 不存在

10. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$，则 $g(x)=f(2x)+f(x-2)$(　　).

A. 无意义　　B. 在$[0,2]$上有意义

C. 在$[0,4]$上有意义　　D. 在$[2,4]$上有意义

11. 设 $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$，当 $x\neq 1$ 且 $x\neq 0$ 时，$f\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)=$(　　).

A. $\dfrac{x-1}{x}$　　B. $\dfrac{x}{x-1}$　　C. $1-x$　　D. $\dfrac{1-x}{2x-1}$

12. 设 $y=f(x)$ 的定义域是$[0,1]$，则 $f\left(x+\dfrac{1}{4}\right)+f\left(x-\dfrac{1}{4}\right)$ 的定义域是(　　).

A. $\left[-\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}\right]$　　B. $\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{5}{4}\right]$　　C. $\left[\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}\right]$　　D. $\left[-\dfrac{1}{4},\dfrac{5}{4}\right]$

13. 函数 $y=\sqrt{5-x^2}\ln(x+|x|)$ 的定义域是(　　).

A. $[-\sqrt{5},0]\cup(0,\sqrt{5})$　　B. $(0,\sqrt{5}]$　　C. $[-\sqrt{5},\sqrt{5}]$　　D. $[-\sqrt{5},0]$

14. 若 $f(\sin x)=3-\cos 2x$，则 $f(\cos x)=$(　　).

A. $3-\sin 2x$　　B. $3+\sin 2x$　　C. $3-\cos 2x$　　D. $3+\cos 2x$

15. 设 $f(u)=\begin{cases}u+1, u<0\\ u-1, u\geqslant 0\end{cases}$，而 $u=\varphi(x)=\lg x$，则 $f(\varphi(10))=$(　　).

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

16. 设 $f(x)$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$，则 $g(x)=f(x)-f(-x)$ 是(　　).

A. 偶函数　　B. $g(x)\equiv 0$　　C. 非奇非偶函数　　D. 奇函数

17. 反函数保持原来函数的(　　)性质.

A. 单调性　　B. 奇偶性　　C. 周期性　　D. 有界性

18. 设 $f(x)$ 为奇函数，$g(x)$ 为偶函数，则(　　)为奇函数.

A. $f[g(x)]$　　B. $g[f(x)]$　　C. $f[f(x)]$　　D. $g[g(x)]$

19. $y=\sin x$ 在$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$上的反函数是(　　).

A. $x=\arcsin y$　　B. $x=\pi-\arcsin y$

C. $x=\pi+\arcsin y$　　D. $x=-\pi-\arcsin y$

20. $y=\cos x$ 在$[-\pi,0]$上的反函数是(　　).

A. $x=\arccos y$　　B. $x=-\arccos y$

C. $x = 2\pi + \arccos y$　　D. $x = 2\pi - \arccos y$

21. 设 $f(x)$ 为定义在$(-\infty, +\infty)$的任何不恒等于零的函数，则(　　)必是偶函数.

A. $F(x) = f(x) - f(-x)$　　B. $F(x) = f(x) + f(-x)$

C. $F(x) = f(-x) - f(x)$　　D. $F(x) = f(-x) + f(-x)$

22. 设 $f(x)$,$\varphi(x)$ 都是偶函数，且它们的定义域、值域均为$(-\infty, +\infty)$，则(　　).

A. $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是偶函数

B. $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是奇函数

C. $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是非奇非偶函数

D. $\varphi[f(x)]$ 是偶函数，$f[\varphi(x)]$ 是非奇非偶函数

23. 设 $f(x)$ 在$(0, +\infty)$上定义，$a > 0$，$b > 0$，若$\dfrac{f(x)}{x}$单调减少，则(　　).

A. $f(a+b) < f(a)$　　B. $f(a+b) \leqslant f(a) + f(b)$

C. $f(a+b) \leqslant a + b$　　D. A,B,C 均不成立

24. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为$[0,2]$，$a > 0$，则函数 $y = f(x+a) + f(x-a)$ 的定义域为(　　).

A. $[-a, 2-a] \cap [a, 2+a]$

B. $\varnothing$

C. 当 $a \leqslant 1$ 时，定义域：$a \leqslant x \leqslant 2-a$；当 $a > 1$ 时，$\varnothing$

D. $[-a, 2-a] \cup [a, 2+a]$

25. 若 $Z = \sqrt{y} + f(\sqrt[3]{x} - 1)$，且已知当 $y = 1$ 时，$z = x$. 则 $f(x) =$ (　　).

A. $(x+1)^3 - 1$　　B. $x - 1$

C. $(t+1)^3 - 1$　　D. $t - 1$

26. 下列不正确的是(　　).

A. 周期函数不一定存在最小周期

B. 若 f 为周期函数，则$|f|$必为周期函数

C. 若$|f|$为周期函数，则 f 必为周期函数

D. 若函数 $f(x)$ 满足：$f(x) = f(2a - x)$，$f(x) = f(2b - x)$，$(b > a)$，则 $f(x)$ 必为周期函数

27. 设 $f(x)$，$g(x)$ 为定义在$(-\infty, +\infty)$的单调增加函数，则下列函数中，在$(-\infty, +\infty)$内必定单调增加的是(　　).

A. $f(x) + g(x)$　　B. $f(x) - g(x)$

C. $f(x)g(x)$　　D. $f(x)/g(x)$

28. 设 n 是整数，则 $f(x) = x^n - x^{-n}$ 是(　　).

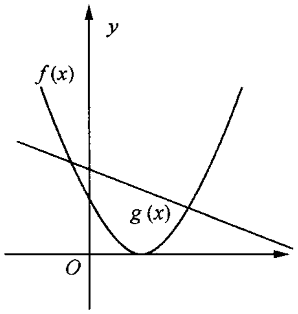
A. 偶函数　　B. 既是奇函数又是偶函数

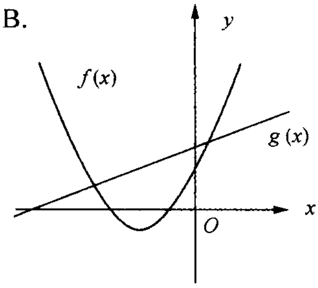
C. 奇函数　　D. 非奇非偶函数

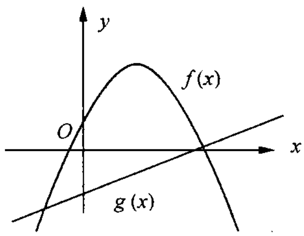
29. 函数 $y = \sin\dfrac{1}{x}$ 在定义域内是(　　).

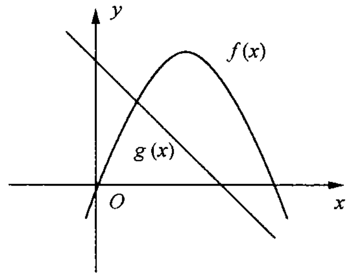
A. 单调函数　　B. 周期函数　　C. 无界函数　　D. 有界函数

30. 若 $f(x)=ax^2+bx$ 和 $g(x)=ax+b$，其中 $a\cdot b\neq 0$，其图形只能是(　　).

A.


B.


C.


D.


31. 设 $x\neq 0$，$f(x)$ 满足关系式 $2f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{a}{x}$（$a$ 为常数），则 $f(x)$ 为（　　）.

A. 单调函数　　B. 奇函数

C. 偶函数　　D. 周期函数

32. 下列命题不正确的是(　　).

A. 若存在反函数，则反函数一定唯一

B. 设 f,g 定义在 R 上，且 $f\circ g=g\circ f$，则 f,g 互为反函数

C. 单调函数必有反函数，但不单调函数也可能存在反函数

D. 设函数 $y=\begin{cases}2x, & x\leqslant 0\\ 2^x, & 0<x\leqslant 2\end{cases}$，则反函数为 $y=\begin{cases}\frac{x}{2}, & x\leqslant 0\\ \log_2 x, & 1<x\leqslant 4\end{cases}$

33. 若 $y=f(x)$ 与 $x=f^{-1}(y)$ 互为反函数，则关系式(　　)成立.

A. $x=f^{-1}(f(x))$　　B. $y=f^{-1}(f(x))$

C. $x=f(f^{-1}(y))$　　D. 以上都不对

34. 狄利克雷(Dirichlet)函数：

$f(x)=\begin{cases}1, & 当\ x\ 为有理数\\ 0, & 当\ x\ 为无理数\end{cases}$，$x\in(-\infty,+\infty)$　(　　).

A. 是奇函数　　B. 是偶函数

C. 是周期函数　　D. A，B，C 均不正确

35. 若 $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$，则 $f_n(x)=\underbrace{f\{f[\cdots f(x)]\}}_{n\text{ 个 }f}$ 等于(　　).

A. $\frac{x^n}{(1+x^2)^{n/2}}$　　B. $\frac{x^n}{(n+x^2)^{n/2}}$

C. $\dfrac{x^n}{(1+nx^2)^{n/2}}$ D. $\dfrac{x}{(1+nx^2)^{1/2}}$

36. $\forall x\in(-\infty,+\infty)$,若函数 f 满足 $f(f(x))=x$,则满足上述条件的 f( ).

A. 只有一个 B. 一个都没有 C. 有有限个 D. 有无穷多个

37. 函数 $f(x)=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ x^2, & 1\leqslant x\leqslant 4\\ 2^x, & 4<x<+\infty\end{cases}$ 的反函数是( ).

A. $y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 4\\ \ln x, & 4<x<+\infty\end{cases}$ B. $y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 16\\ \ln x, & 16<x<+\infty\end{cases}$

C. $y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 4\\ \log_2 x, & 4<x<+\infty\end{cases}$ D. $y=\begin{cases}x, & -\infty<x<1\\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 16\\ \log_2 x, & 16<x<+\infty\end{cases}$

38. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-x+1, & 0\leqslant x<1\\ -10, & x=1\\ x+1, & 1<x\leqslant 2\end{cases}$ 在闭区间$[0,2]$上( ).

A. 没有最大值也没有最小值

B. 只有最小值,没有最大值

C. 只有最大值,没有最小值

D. 有最大值,也有最小值

39. 设 $f(x)$ 在区间 I 上无界,且 $f(x)\neq 0$. 则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 在该区间上( ).

A. 无界 B. 有界

C. 有上界或有下界 D. 可能有界也可能无界

40. 设 $y=f(x)$ 为$(-\infty,+\infty)$上的奇函数,且 $f(1)=a$,对任意 x 有 $f(x+2)=f(x)+f(2)$,则 $f(2)$ 为( ).

A. $-a$ B. a C. $2a$ D. $-2a$

41. 若函数 $f(x)=\log_a(\sqrt{x^2+1}-x)$,且 $a>0,a\neq 1$,则该函数的图形( ).

A. 对称于 x 轴 B. 对称于 y 轴

C. 对称于原点 D. 不是以上三种情形

42. 每一个定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的函数一定能表示为( ).

A. 一个奇函数与另一个奇函数之和

B. 一个偶函数与另一个偶函数之和

C. 一个奇函数与一个偶函数之和

D. A、B、C 均不正确

43. 函数 $y=\dfrac{\arccos\lg(3-x)}{\sqrt{28-3x-x^2}}$ 的定义域为 ( ).

A. $[-7,3)$ B. $(-7,3)$

C. $(-7,2.9]$　　D. $(-7,2.9)$

44. 设 $b>a$，若 $f(x)$ 以 $x=a$ 及 $x=b$ 为对称轴，则 $f(x)$ 为(　　).

A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 周期函数且周期为$(b-a)$　　D. 周期函数且周期为 $2(b-a)$

45. 下列函数中是周期函数的是(　　).

A. $\sin\sqrt{x}$　　B. $\sin x^2$　　C. $\sin|x|$　　D. $[x]-3\left[\frac{x}{3}\right]$

46. 已知 $g(x)=1-e^{-x}$，$(0\leqslant x<1)$，$f(x)$ 是以 2 为周期的奇函数，且在$[0,1)$ 上有：$f(x)=g(x)$，在$[-2,2)$ 上，$f(x)$ 的表达式为(　　).

A. $f(x)=\begin{cases}1-e^{-(x+2)}, & -2\leqslant x<-1\\ -(1-e^{x}), & -1\leqslant x<0\\ 1-e^{-x}, & 0\leqslant x<1\\ -(1-e^{x-2}), & 1\leqslant x<2\end{cases}$　B. $f(x)=\begin{cases}1-e^{-(x+2)}, & -2\leqslant x<-1\\ -(1-e^{x}), & -1\leqslant x<0\\ 1-e^{x}, & 0\leqslant x<1\\ -(1-e^{x+2}), & 1\leqslant x<2\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}1-e^{-(x-2)}, & -2\leqslant x<-1\\ -(1-e^{x}), & -1\leqslant x<0\\ 1-e^{-x}, & 0\leqslant x<1\\ -(1-e^{x+2}), & 1\leqslant x<2\end{cases}$　D. $f(x)=\begin{cases}1-e^{-(x-2)}, & -2\leqslant x<-1\\ -(1-e^{x}), & -1\leqslant x<0\\ 1-e^{x}, & 0\leqslant x<1\\ -(1-e^{x-2}), & 1\leqslant x<2\end{cases}$

47. 设 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x-1, & x\geqslant 1\\ 1-x, & x<1\end{cases}$，则 $g(f(x))=$(　　).

A. $1+f(x)$　　B. $1-f(x)$　　C. $f(x)-1$　　D. $f(x)$

48. 设 $b>a$，若 $f(x)$ 以 $x=a$ 及 $x=b$ 为对称轴，则 $f(x)$ 为(　　).

A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 周期函数且周期为$(b-a)$　　D. 周期函数且周期为 $2(b-a)$

49. 若 $f(x)$ 是$(-\infty,+\infty)$ 中的单调增函数，又 $\forall x, g(x)\geqslant f(x)$，则以下结论中(　　)是不成立的.

A. $\forall x,\ f(f(x))\leqslant g(g(x))$　　B. $\forall x, f(-f(1-x))\leqslant f(-g(1-x))$

C. $\forall x, f(f(x))\leqslant g(f(x))$　　D. $\forall x, f(f(x-1))\leqslant g(f(x))$

50. 函数 $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ 的值域是(　　).

A. $-1\leqslant y\leqslant 1$　　B. $-1\leqslant y<1$　　C. $-1<y\leqslant 1$　　D. $0\leqslant y\leqslant 1$

51. 函数 $f(x)=xe^{-|\sin x|}$　$(-\infty<x<+\infty)$ 是(　　).

A. 有界函数　　B. 单调函数　　C. 周期函数　　D. 奇函数

52. 设 $x\in(-1,1)$，则函数 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$(　　).

A. 既是奇函数，又是单调减函数　　B. 既是奇函数，又是单调增函数

C. 既是偶函数，又是单调减函数　　D. 既是偶函数，又是单调增函数

53. 设函数 $f(x)=\begin{cases}e^{x^2}-x, & -\pi<x<0\\ e^{x^2}+x, & 0\leqslant x<\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 在其定义域内为(　　).

A. 无界函数　B. 周期函数　C. 单调函数　D. 偶函数

54. 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,\infty)$ 上单调减，则下列函数中单调增的是(　　).

A. $f^2(x)$　B. $\dfrac{1}{f(x)}$　C. $f(-x)$　D. $xf(x)$

55. 已知函数 $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 且函数 $g(x)$ 的图像与 $f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称，则 $g(x^2)$ 是(　　).

A. 奇函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递减　B. 偶函数在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

C. 奇函数在 $(-\infty,0)$ 上单调递减　D. 偶函数在 $(-\infty,0)$ 上单调递增

(四) 填空题

1. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{\ln(x+2)}$，则 $f(\ln x)$ 的定义域为__________.

2. 函数 $f(x)=\begin{cases} x-2, & x\leqslant 0 \\ -\sqrt{4-x^2}, & 0<x<2 \\ \ln x-\ln 2, & x\geqslant 2 \end{cases}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$__________.

3. 设函数 $f(x)$ 满足 $2f(x)+x^2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x}{x+1}$，则 $f(x)=$__________.

4. 设 $f\left(\sin\dfrac{x}{2}\right)=\cos x+1$，则 $f\left(\cos\dfrac{x}{2}\right)=$__________.

5. 定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 均可以表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和. 如果 $f(x)=\lg(10^x+1)$，$x\in(-\infty,+\infty)$，那么 $g(x)=$__________.

(五) 计算题

1. 已知 $f(x)=2\ln x$，$f(\varphi(x))=\ln(1-\ln x)$，求 $\varphi(x)$ 的表达式及其定义域.

2. 设 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=x^2(1+\sqrt{1+x^2})$，求 $f(\sqrt{x})$.

3. 求 $f(x)=2+3\sin x$ 的值域.

4. 求 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数.

5. 下列函数是由哪些基本初等函数或简单函数复合而成的?

(1) $y=\log_a\sin e^{x+1}$；

(2) $y=\arccos\sqrt{\ln(x^2-1)}$.

6. 求函数 $y=\begin{cases} x^2, & 0<x\leqslant 1 \\ \dfrac{1}{2}, & x=0 \\ 1-x, & -1\leqslant x<0 \end{cases}$ 的定义域和值域，并画出其函数图像.

7. 求下列函数的定义域，并画出定义域的图形：

(1) $f(x,y)=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{y^2-1}$；

(2) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$；

(3) $f(x,y)=\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}}$;

(4) $f(x,y,z)=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$.

8. 设 $f(x,y)=xy+\frac{x}{y}$,求 $f(-x,-y)$,$f\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$,$f\left(xy,\frac{x}{y}\right)$,$\frac{1}{f(x,y)}$.

(六) 证明题

1. 设:$f(x,y)=\ln x\ln y$,证明:$f(xy,uv)=f(x,u)+f(x,v)+f(y,u)+f(y,v)$.

2. 试证定义在同一个数集上且周期是可通约的(即两个函数周期之比能化为一个既约分数)两个周期函数之和与积也是周期函数.

(七) 应用题

1. 已知需求函数与供给函数分别为 $Q_d=\frac{100}{3}-\frac{2}{3}P$,$Q_s=-20+10P$,求市场的均衡价格.

2. 某商品供给量 Q 是价格 P 的函数:$Q=Q(P)=a+b\cdot c^P$,若 $P=2$ 时 $Q=30$;若 $P=3$ 时 $Q=50$;若 $P=4$ 时 $Q=90$;求供给量 Q 对价格 P 的函数关系.

答案与提示

(一) 判断题

除第 4、第 15 题正确外,其余均错.

(二) 充分判断题

1. B　2. B　3. C　4. D　5. A

(三) 选择题

1 ~ 10: ABDDB; BDDBA　11 ~ 20: DCBDB; DACBB　21 ~ 30: BADCC; CADDD

31 ~ 40: BCACD; DDDDC　41 ~ 50: CCCDD; CBDBC　51 ~ 55: DADCD

(四) 填空题

1. $(e^{-2},e^{-1})\cup(e^{-1},e^3)$

2. $f^{-1}(x)=\begin{cases}x+2, & x\leqslant -2\\ \sqrt{4-x^2}, & -2<x<0\\ 2e^x, & x\geqslant 0\end{cases}$

3. $f(x)=\frac{2x-x^2}{3(x+1)}$　4. $1-\cos x$　5. $g(x)=\frac{x}{2}$

(五) 计算题

1. $\varphi(x)=\sqrt{1-\ln x}$, $D_\varphi=(0,e)$　2. $f(\sqrt{x})=\frac{1}{x}\left(1+\sqrt{\frac{1}{x}+1}\right)$

3. $[-1,5]$　4. $y=\log_2\frac{x}{1-x}$　5. (1) $y=\log_a u$, $u=\sin v$, $v=e^w$, $w=x+1$　(2) $y=\arccos u$, $u=\ln w$, $w=t-1$, $t=x^2$

6. 定义域为$[-1,1]$,值域为$[0,2]$,其函数图像如下: