

國民中學選修科目

實用數學

下冊

解 方 程 式

$$\begin{aligned}\text{方程式：} & 2X + 3Y = 7 \\ & 4X + 5Y = 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解} & : X = 2 \\ & Y = 1\end{aligned}$$

<按 Enter 鍵繼續>

國立編譯館 主編

中華民國七十八年一月 正式本初版
中華民國八十年一月 三 版

國民中學
選修科目

實用數學教科書 下冊

定價：（由教育部核定後公告）

主 編 者 國 立 編 譯 館

編 審 者 國立編譯館國民中學數學科教科用書編審委員會

主任委員 陳 昭 地

委 員 方炎明 方稚芳 王振瀛 呂溪木

李烱輝 李恭晴 李嘉淦 易新鼎

翁正明 翁俊雄 陳冒海 陳俊生

屠耀華 郭生玉 曹博盛 黃敏晃

黃登源 葉見登 溫進興 蕭龍生

謝志雄 顏啟麟

編輯小組 呂溪木 李烱輝 翁正明 翁俊雄

陳昭地 黃敏晃 謝志雄 顏啟麟

總 訂 正 陳 昭 地

封面設計 莊 紋 岳

插圖繪製 耿 鴻 達

出 版 者 國 立 編 譯 館

地址：臺北市大安區 10770 舟山路二四七號

電話：三六二六一七一 傳真：三六二九二五六

印 行 者 九 十 一 家 書 局

經 銷 者 臺 灣 書 店

辦公地址：臺北市中正區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：三九二二八六一・三九二二八六七

門 市：臺北市中正區 10023 忠孝東路一段一七二號

電 話：三 九 二 八 八 四 三

郵撥帳號：○ ○ ○ 七 八 二 一 五

印 刷 者

內 文：僑興彩色印刷公司
封 面：

編 輯 大 意

- 一、本書是根據教育部在民國七十四年四月修訂公布的國民中學選修科目實用數學課程標準編輯而成。
- 二、本書共分二冊，每學期一冊，供國民中學第三學年選修科目實用數學教學之用。
- 三、本書旨在引導學生認識數學的實用價值，提供實用的數學知能，培養使用有關機具的能力，以適應實際生活及職業上的需要，並能幫助解決有關數量的問題。
- 四、本書的編輯，著重國民中學數學基本能力的培養；配合學生心智發展，循序漸進，盡量透過實際操作以獲得具體的經驗，並激發學習的動機與興趣，以增進教學效果。
- 五、本書每節中都安排有適當分量的隨堂練習，以供教師在課堂上指導學生模仿演練之用。
- 六、配合本書，另編有習作，供學生在課內或課外練習之用。
- 七、教師可視學生的需要與學習情況，斟酌減少教材單元。
- 八、配合本書，另編有教師手冊，供教師參考之用。
- 九、本書如有未盡妥善之處，請各校教師隨時提出改進意見，以供修訂時之參考。

國民中學 選修實用數學 (下冊)

目 次

第一章 相似形的應用

1-1 相似形·····	1
1-2 相似三角形的應用·····	8
1-3 三角函數與測量·····	13

第二章 電子計算機簡介

2-1 計算工具發展簡史·····	23
2-2 計算機的功能·····	27
2-3 計算機的結構·····	28

第三章 電子計算機的操作

3-1 電子計算機的操作方法·····	33
3-2 計算機應用實例·····	39

第一章

相似形的應用

1-1 相似形

小林想在自己夏天穿的白色T恤上設計一個獨特的圖案，於是先在紙上打草圖。試畫了好幾張草圖後，他終於畫出了一張自認為滿意的圖案如下：



圖 1-1

由於這個圖案在T恤上顯得太小了，所以小林想把它放大。怎樣放大呢？他想了想，想到習寫毛筆字的字帖和習字簿上都畫有格子，這個方法也許管用，試試看吧！於是在草圖上畫上格子，同時也在自己的T恤上畫上排列相同，格數一樣，但大得多的格子，並把草圖上每一格中的圖形，照樣畫在T恤上相對應的格子中，如圖1-2所示：

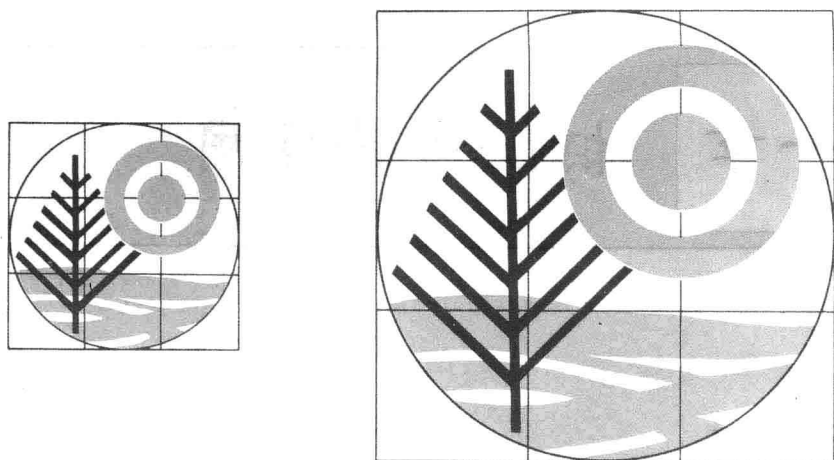


圖 1-2

你會不會仿照上述的方法，自己設計一個圖案，再把它放大呢？有沒有其他方法可以把一個圖案放大或縮小呢？

小玉照了一張非常得意的照片，決定去放大一張來欣賞。照相館是怎樣將一張照片放大的呢？想想看！

其實，放大一張照片的方法和放幻燈片的原理是一樣的，如圖1-3所示：

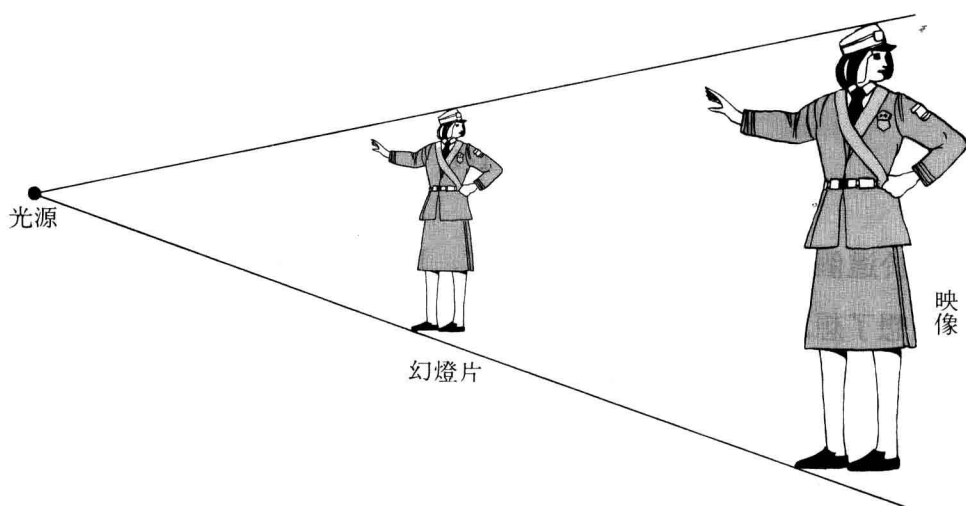


圖 1-3

像圖 1-3 那樣，當兩個圖形的形狀完全一樣時，我們就說這兩個圖形是相似形。圖 1-2 中的兩個圖形也是相似形。這裏提到的兩個相似形的例子，都是大小不同的。兩個大小相同的相似形，就是全等的圖形。

由於上述的兩組相似形的圖案太複雜，所以，我們在下面改用最單純的三角形，做為研究的對象。

圖 1-4 就是把 $\triangle ABC$ 放大成 $\triangle A'B'C'$ 的情形。所以， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似，或說 $\triangle ABC$ 相似於 $\triangle A'B'C'$ ，用符號記作

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

在圖 1-4 中，由光源 O 發出的光線，把 A 點映到 A' 點， B 點映到 B' ， C 點映到 C' 點，此時 A 與 A' ， B 與 B' ， C 與 C' 叫做對應頂點。仿照這種說法， $\overline{AB}$ 和 $\overline{A'B'}$ ， $\overline{BC}$ 和 $\overline{B'C'}$ ， $\overline{CA}$ 和 $\overline{C'A'}$ 叫做對應邊； $\angle A$ 和 $\angle A'$ ， $\angle B$ 和 $\angle B'$ ， $\angle C$ 和 $\angle C'$ 叫做對應角。

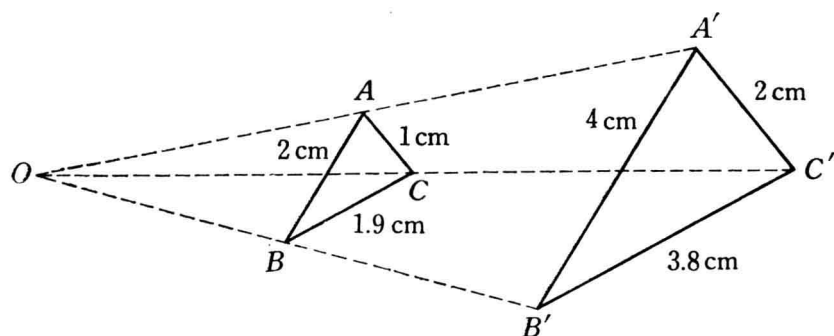


圖 1-4

在圖 1-4 中，我們可以用刻度尺和量角器量出下列結果：

$$\angle A = 70^\circ, \angle B = 30^\circ, \angle C = 80^\circ$$

$$\angle A' = 70^\circ, \angle B' = 30^\circ, \angle C' = 80^\circ$$

$$\overline{AB} = 2 \text{ 公分}, \overline{BC} = 1.9 \text{ 公分}, \overline{CA} = 1 \text{ 公分}$$

$$\overline{A'B'} = 4 \text{ 公分}, \overline{B'C'} = 3.8 \text{ 公分}, \overline{C'A'} = 2 \text{ 公分}$$

由此，我們可以得到下面的結果：

$$(1) \quad \angle A = \angle A', \quad \angle B = \angle B', \quad \angle C = \angle C';$$

$$(2) \quad \overline{A'B'} = 2\overline{AB}, \quad \overline{B'C'} = 2\overline{BC}, \quad \overline{C'A'} = 2\overline{CA}, \quad \text{或}$$

$$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CA} : \overline{C'A'}.$$

用數學的術語來說，就是相似三角形 ABC 與 $A'B'C'$ 的對應角相等，對應邊成比例。

【隨堂練習】

① 在方格紙上仿照圖 1-2 的方法，畫一個三角形的放大圖。

② 利用圖 1-4 的方法，畫一個三角形的縮小圖。（提示：假定先有 $\triangle A'B'C'$ ，再畫 $\triangle ABC$ 。）

③ 用刻度尺和量角器量出上述的兩組相似三角形的邊長和角度，並檢查它們的對應角是否相等，對應邊是否成比例。

我們在上面看到一些相似三角形的例子，它們的對應角都相等，對應邊也都成比例。所以我們得到一個結論：

兩個相似三角形的

(1) 對應角相等；

(2) 對應邊成比例。

反過來說，當兩個三角形滿足上述的兩個條件時，它們就是相似的三角形。

相似多邊形的情形又如何呢？首先，讓我們仿照圖 1-2 的方法，畫出兩個相似多邊形如下：

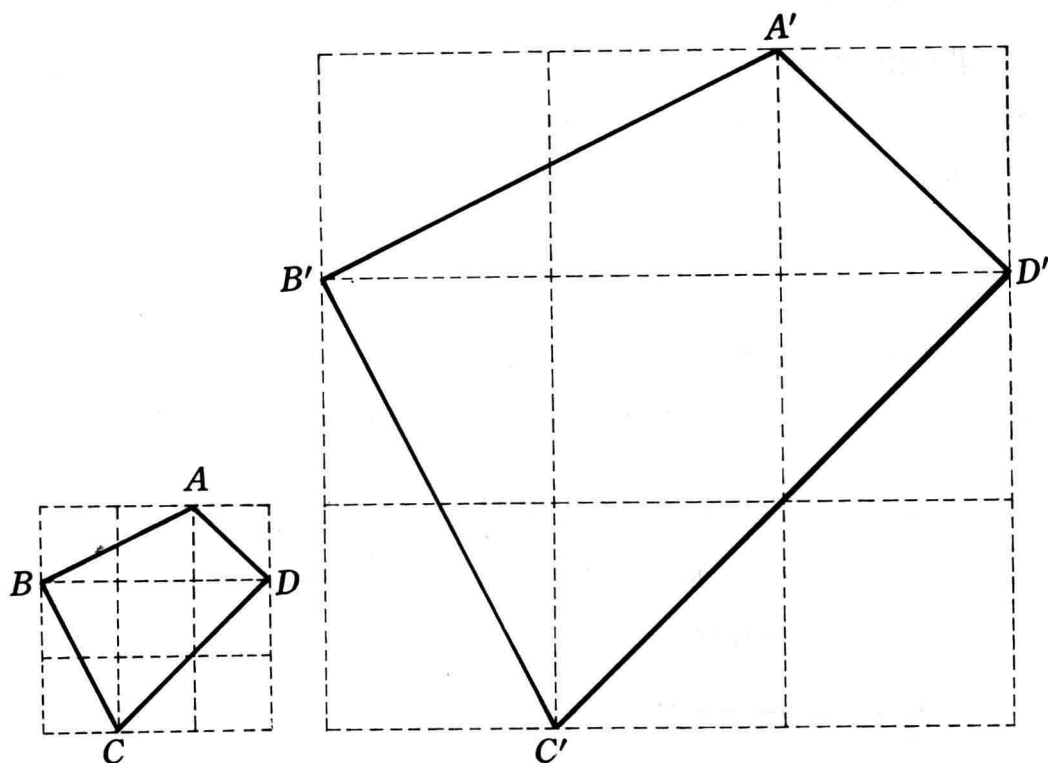


圖 1-5

在圖 1-5 中， $\angle A'$ 與 $\angle A$ ， $\angle B'$ 與 $\angle B$ ， $\angle C'$ 與 $\angle C$ ， $\angle D'$ 與 $\angle D$ 是對應角；而 $\overline{A'B'}$ 與 $\overline{AB}$ ， $\overline{B'C'}$ 與 $\overline{BC}$ ， $\overline{C'D'}$ 與 $\overline{CD}$ ， $\overline{D'A'}$ 與 $\overline{DA}$ 是對應邊。我們檢查後知道：

$$\angle A' = \angle A, \angle B' = \angle B, \angle C' = \angle C, \angle D' = \angle D$$

$$\overline{A'B'} = 3\overline{AB}, \overline{B'C'} = 3\overline{BC}, \overline{C'D'} = 3\overline{CD}, \overline{D'A'} = 3\overline{DA}, \text{ 或}$$

$$\overline{A'B'} : \overline{AB} = \overline{B'C'} : \overline{BC} = \overline{C'D'} : \overline{CD} = \overline{D'A'} : \overline{DA}$$

即兩圖形的對應角相等，對應邊成比例。

【隨堂練習】

- ① 仿照圖 1-5 的方法，畫一個四邊形的放大圖。
- ② 量出由上題得到的兩個四邊形的各角與各邊長，檢查它們的對應角是否相等，對應邊是否成比例。

我們由上面相似多邊形的例子看出：兩個相似多邊形的對應角一定相等，而且它們的對應邊成比例。一般說來，如果邊數相同的兩個多邊形，同時滿足下列兩條件：

- (1) 對應角相等；
- (2) 對應邊成比例。

則這兩個多邊形是**相似多邊形**，簡稱**相似形**。但如果只滿足上述兩個條件中的任何一個時，則這兩個多邊形並不一定是相似形。

例 1. 如圖 1-6，四邊形 $ABCD$ 是正方形，四邊形 $A'B'C'D'$ 是長方形，它們的四個角對應相等，但四邊並不對應成比例，所以它們不是相似形。

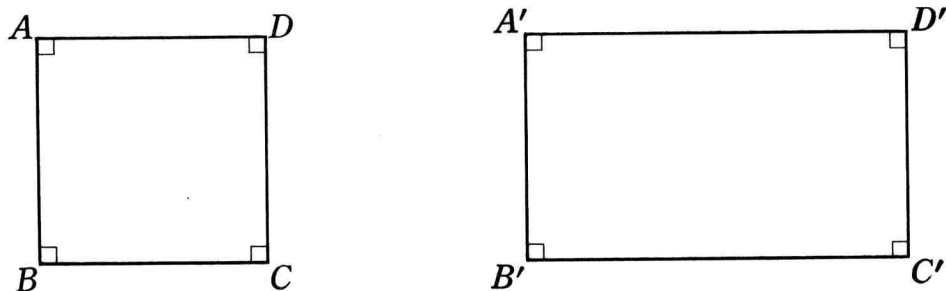


圖 1-6

例 2. 如圖 1-7，四邊形 $ABCD$ 是正方形，四邊形 $A'B'C'D'$ 是菱形，它們的四邊對應成比例，但四個角無法對應相等，所以它們不是相似形。

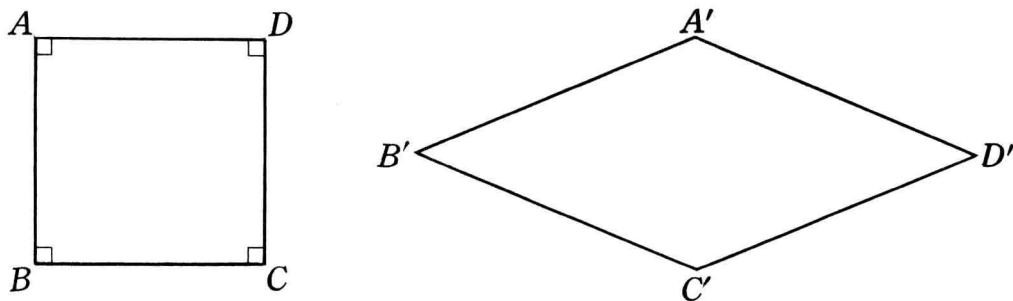


圖 1-7

【隨堂練習】

① 用刻度尺量出例 1 中二個四邊形的邊長，驗證 $\overline{AB} : \overline{A'B'} \neq \overline{BC} : \overline{B'C'}$ 。

② 用量角器量出例 2 中二個四邊形的內角，驗證 $\angle A \neq \angle A'$ ， $\angle B \neq \angle B'$ 。

我們由上面的說明可知，當兩個多邊形相似時，它們滿足下列的兩個條件：

- (1) 對應角相等；
- (2) 對應邊成比例。

反過來說，如果兩個多邊形滿足上面的兩個條件，則它們就是相似形。我們也知道：當兩個四邊形只滿足上述條件之一時，它們不一定會滿足另一條件；換句話說，它們不一定是相似形。但是，當兩個三角形滿足上述條件之一時，它們一定也滿足另一條件，即它們必為相似形。因此我們有下列的兩個定理：

定理 1. 如果兩個三角形的三內角對應相等，則這兩個三角形為相似形。

定理 2. 如果兩個三角形的三邊對應成比例，則這兩個三角形為相似形。

由於這兩個定理的證明有點麻煩，所以這裏不寫出來，下面我們只做一些實際的驗證。

【隨堂練習】

- ① 作兩個大小不同的三角形 ABC 與 $A'B'C'$ ，使得

$$\angle A = 65^\circ = \angle A', \quad \angle B = 85^\circ = \angle B', \quad \angle C = 30^\circ = \angle C',$$

$\overline{AB} = 5$ 公分, $\overline{A'B'} = 2.5$ 公分; 然後再測出其他各邊長, 看看是否有下列的關係:

$$\overline{BC} = 2\overline{B'C'}, \quad \overline{CA} = 2\overline{C'A'}$$

② 作兩個大小不同的三角形 ABC 與 $A'B'C'$, 使得 $\overline{AB} = 3\overline{A'B'}$, $\overline{BC} = 3\overline{B'C'}$, $\overline{CA} = 3\overline{C'A'}$, 然後用量角器量各內角, 看看是否有下列關係:

$$\angle A = \angle A', \quad \angle B = \angle B', \quad \angle C = \angle C'$$

1-2 相似三角形的應用

我們由上節的討論可知道當兩個三角形的三內角對應相等時, 它們就是相似形。因此, 它們的三邊也對應成比例。在測量長度時常常用到這樣的知識。現在讓我們用下面的幾個例子來說明。

例 1. 設 $\triangle ABC$ 相似於 $\triangle A'B'C'$, $\overline{AB}$ 對應於 $\overline{A'B'}$, 如圖 1-8 所示。已知 $\overline{AB} = 5$ 公分, $\overline{BC} = 6$ 公分, $\overline{CA} = 8$ 公分, $\overline{A'B'} = 2$ 公分, 求 $\overline{B'C'}$ 和 $\overline{C'A'}$ 的長。

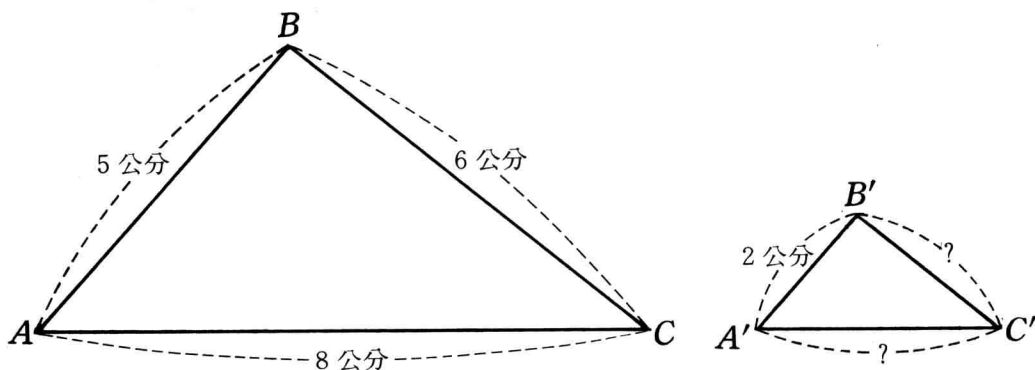


圖 1-8

解： 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，所以

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}}$$

設 $\overline{B'C'} = x$ 公分，由上式得

$$\frac{2}{5} = \frac{x}{6}$$

$$\text{因此 } x = 6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5} = 2.4,$$

即 $\overline{B'C'} = 2.4$ 公分。

$$\text{同理 } \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}}。$$

設 $\overline{C'A'} = y$ 公分，由上式得

$$\frac{2}{5} = \frac{y}{8}$$

$$\text{因此 } y = 8 \times \frac{2}{5} = \frac{16}{5} = 3.2,$$

即 $\overline{C'A'} = 3.2$ 公分。

【隨堂練習】

設在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle A'B'C'$ 中， $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $\overline{AB} = 3$ 公分， $\overline{BC} = 4$ 公分， $\overline{CA} = 5$ 公分， $\overline{A'B'} = 6$ 公分，求 $\overline{B'C'}$ 和 $\overline{C'A'}$ 。

例 2. 如圖 1-9， A 、 B 兩點間有湖泊，爲了求 $\overline{AB}$ ，我們先找一點 C ，量得 $\overline{AC} = 100$ 公尺。在 $\overline{AC}$ 上取 $\overline{AE}$ 爲 20 公尺，過 E 點作 $\overline{ED} \parallel \overline{CB}$ ，使 A 、 D 、 B 三點成一直線，並量得 $\overline{AD} = 38$ 公尺，求 $\overline{AB}$ 。

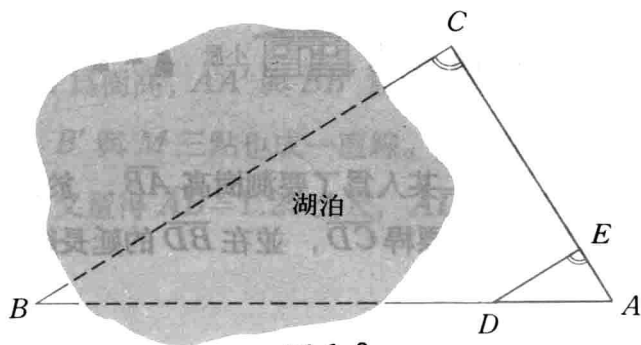


圖 1-9

解： 因爲 $\overline{ED} \parallel \overline{CB}$ ，所以 $\angle AED = \angle C$ ， $\angle ADE = \angle B$ ；另
 $\angle A = \angle A$ ，故

$$\triangle AED \sim \triangle ACB$$

因此

$$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

又已知 $\overline{AD} = 38$ 公尺， $\overline{AE} = 20$ 公尺， $\overline{AC} = 100$ 公尺，故

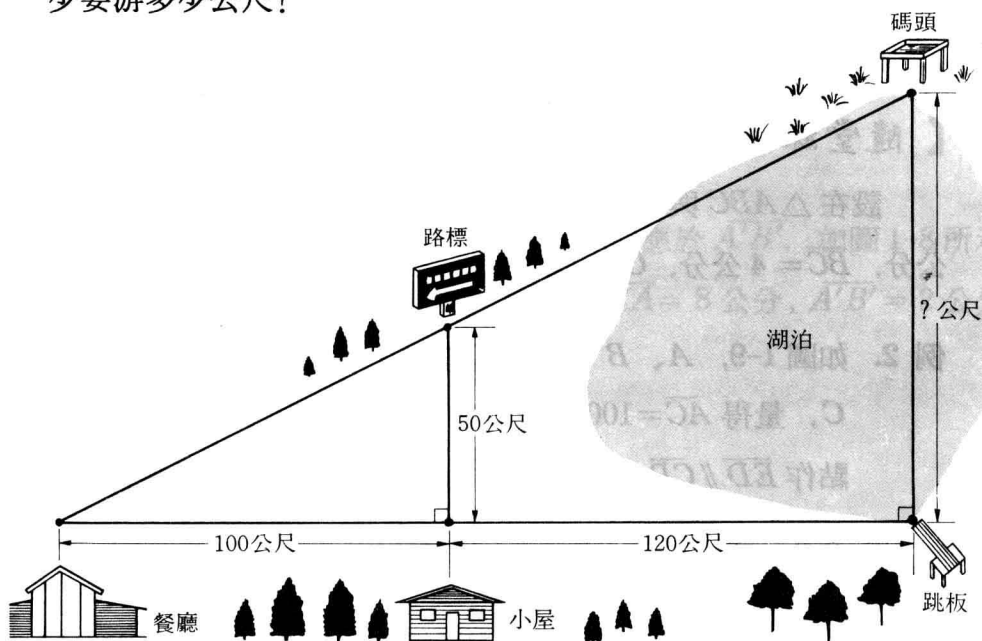
$$38 : \overline{AB} = 20 : 100$$

所以

$$\overline{AB} = \frac{38 \times 100}{20} = 190 \text{ (公尺)}$$

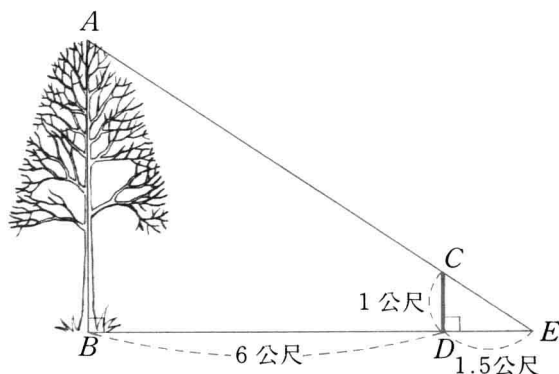
【隨堂練習】

下圖所示是兩個相似三角形，小強想從跳板處游到碼頭，問他至少要游多少公尺？



例 3. 如圖 1-10，某人爲了要測樹高 $\overline{AB}$ ，於離樹根 6 公尺的 D 點處打了一根標桿 $\overline{CD}$ ，並在 $\overline{BD}$ 的延長線上找到一點 E ，使 A 、

C 、 E 三點成一直線。已知 $\overline{CD} = 1$ 公尺，又測得 $\overline{DE}$ 為1.5公尺，求樹高 $\overline{AB}$ 。



解： 已知 $\angle ABE = \angle CDE = 90^\circ$ ， $\angle E = \angle E$ ，所以 $\angle A = \angle DCE$ ，
故

$$\triangle ABE \sim \triangle CDE$$

因此

$$\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$$

而 $\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 7.5$ 公尺， $\overline{CD} = 1$ 公尺， $\overline{DE} = 1.5$ 公尺，
代入上式得

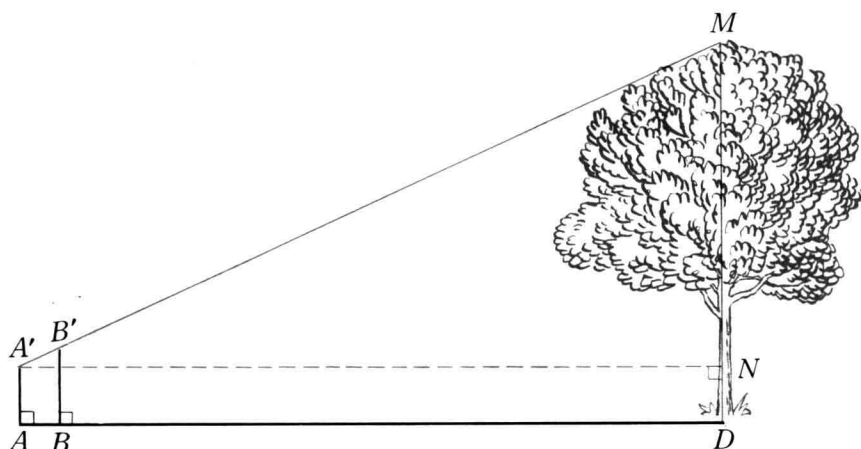
$$\overline{AB} : 1 = 7.5 : 1.5$$

所以

$$\overline{AB} = \frac{7.5 \times 1}{1.5} = 5 \text{ (公尺)}$$

【隨堂練習】

如下頁圖， $\overline{DM}$ 為樹高， $\overline{AA'}$ 與 $\overline{BB'}$ 為兩根標桿， A 、 B 與 D 三點成一直線， A' 、 B' 與 M 三點也成一直線。設已知 $\overline{AA'} = 1.75$ 公尺， $\overline{BB'} = 2.55$ 公尺，又量得 $\overline{AB} = 1.25$ 公尺， $\overline{AD} = 22.5$ 公尺，求樹高。



例 4. 如圖 1-11 所示，小華的身高為 1.62 公尺，在同一時間內測得他的影子長為 1.86 公尺，樹影長為 15.5 公尺，問樹高多少公尺？

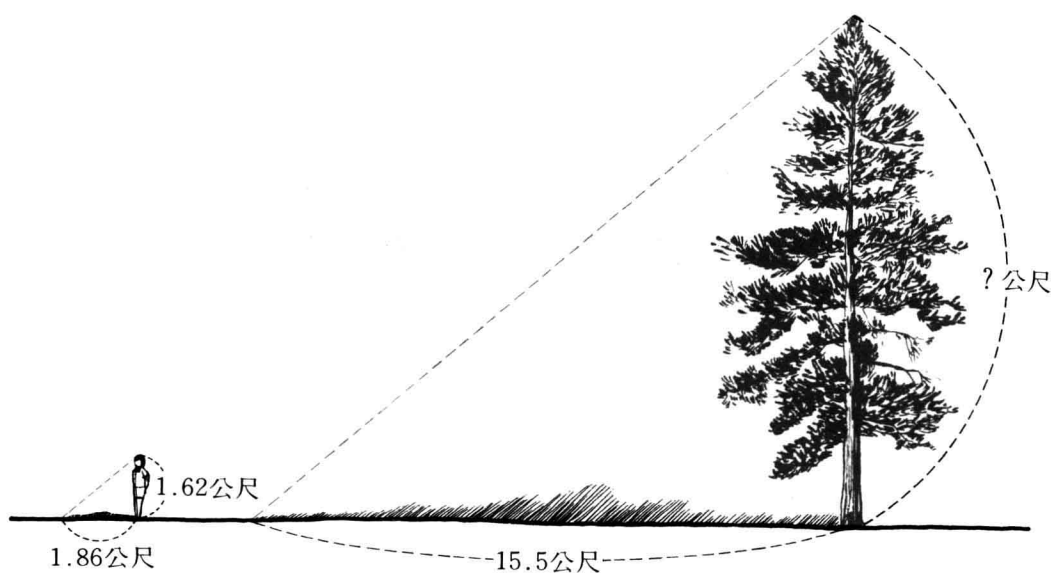


圖 1-11

解： 因為人與樹都垂直於地面，而我們又可以把光線視為平行，所以上圖中的兩個三角形是相似三角形，因此樹高為

$$15.5 \times \frac{1.62}{1.86} = 13.5 \text{ (公尺)}$$