

174-

全国各类成人高考

# 数学科考前自测训练题及题解

广西高等学校开发服务联合公司

教学资料编辑部

一九八六年二月

编这本习题，是为了给参加全国各类成人高等学校招生考试的同志，作考前训练之用。编者根据《一九八六年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》及人民教育出版社出版的复习丛书《数学》一书所规定的范围和要求，精选了能帮助应考者系统深入掌握数学基础知识，富于启发性的习题。使应考者通过练习，能提高应考的水平 and 能力。习题是按《大纲》所定的内容先后顺序进行安排；每个习题后面随附有解答，以供参考。

由于编写时间匆促，不妥之处定所难免，敬请批评指正。



江南大学图书馆



11197519

# 目 录

|                  |       |
|------------------|-------|
| 函数               | (1)   |
| (一) 集合           | (1)   |
| (二) 不等式和不等式组     | (7)   |
| (三) 指数和对数        | (16)  |
| (四) 函数           | (23)  |
| 三角函数             | (33)  |
| (一) 三角函数及有关概念    | (33)  |
| (二) 三角函数式的变换     | (39)  |
| (三) 三角函数的图象与性质   | (56)  |
| (四) 反三角函数与简单三角方程 | (64)  |
| (五) 解三角形         | (79)  |
| 三角综合练习(一)        | (87)  |
| 三角综合练习(二)        | (96)  |
| 空间图形             | (104) |
| (一) 直线与平面        | (104) |
| (二) 棱柱、棱锥、棱台     | (125) |
| (三) 圆柱、圆锥、圆台、球   | (134) |
| 曲线和方程            | (144) |
| (一) 基本问题和直线      | (144) |
| (二) 圆            | (152) |

|                |       |
|----------------|-------|
| (三)圆锥曲线        | (158) |
| (四)极坐标和参数方程    | (167) |
| 数例、数例的极限、数学归纳法 | (183) |
| (一)数例          | (183) |
| (二)数例的极限       | (202) |
| (三)数学归纳法       | (211) |
| 排列、组合、二项式定理、复数 | (218) |
| (一)排列、组合和二项式定理 | (218) |
| (二)复数          | (223) |
| 附综合练习          | (236) |

# 函 数

## (一) 集 合

### 1、填空题

(1) 在下列各题的 \_\_\_\_\_ 处填上适当的符号

( $\in$ 、 $\notin$ 、 $=$ 、 $\subset$ 、 $\supset$ )

①  $\phi$  \_\_\_\_\_  $\{a\}$

②  $a$  \_\_\_\_\_  $\{a\}$ ; ③  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a\}$

④  $\{a\}$  \_\_\_\_\_  $\{a, b\}$

⑤  $a$  \_\_\_\_\_  $\{b, c, d\}$

(2)  $A = \{0, 1, 2\}$  的所有子集是 \_\_\_\_\_

(3) 已知  $I = \{x \mid -1 < x < 4\}$ ,

$$A = \{x \mid |2x - 3| < 5, x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \mid x^2 - 3x - 4 < 0, x \in \mathbb{R}^-\}$$

① 用适当的符号填空 ( $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subset$ 、 $\supset$ 、 $=$ )

①  $0$  \_\_\_\_\_  $A$ ;

②  $\{0\}$  \_\_\_\_\_  $B$ ;

③  $A \cap B$  \_\_\_\_\_  $A$ ;

④  $A \cup B$  \_\_\_\_\_  $B$ ;

⑤  $B \cup A$  \_\_\_\_\_  $B \cap A$ ;

②填空:

①  $\bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

②  $A \cap \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

③  $\overline{A \cap B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(4) 已知:  $A = \{x \mid x^2 - 3x \leq 0\}$ ,  
 $B = \{x \mid x^2 - 5x + 4 < 0\}$ ,  $I = R$ , 那么: ①  $A \cap B$   
 $= \underline{\hspace{2cm}}$ ; ②,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

③  $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$ ; ④  $\bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

⑤  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ; ⑥  $A \cap \bar{B} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(5)、已知  $A = \{\text{奇数}\}$ ,  $B = \{\text{偶数}\}$ ,  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{\text{正数}\}$ ,  $B = \{\text{负数}\}$ ,

则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{\text{三角形}\}$   $B = \{\text{钝角三角形}\}$ ,

则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{\text{整式}\}$   $B = \{\text{分式}\}$ ,

则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{\text{正数}\}$   $B = \{\text{非负数}\}$

则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{3 \text{ 的倍数}\}$   $B = \{12 \text{ 的约数}\}$

则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{x \mid 2x + y = 4\}$ ,  $B = \{x \mid x - 3y$   
 $= 5\}$  则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

已知:  $A = \{\text{平面P上的点}\}$ ,  $B = \{\text{与平面P不平行的平面Q的点}\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

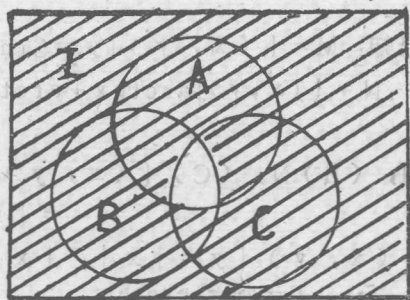
2、选择题(把选择结果填到括号内)



(1) 设  $I = \{ \text{不大于10的非负整数} \}$ ,  $A = \{ 2, 5, 8 \}$ ,  $B = \{ 3, 4, 5, 9 \}$ , 则  $\overline{A \cup B}$  是

- (A)  $\{ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 \}$   
 (B)  $\{ 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 \}$   
 (C)  $\{ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, \}$   
 (D)  $\{ 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, \}$

(2) 如图:  $I$  表示全集, 阴影部份用  $A$ 、 $B$ 、 $C$  表示出来是



- (A)  $B \cup (A \cap C)$   
 (B)  $A \cap (B \cap C)$   
 (C)  $\overline{A \cap (B \cap C)}$   
 (D)  $B \cap (A \cap C)$

(3) 已知:  $M = \{ \text{长方体} \}$ ,  $N = \{ \text{正四棱柱} \}$ ,  $P = \{ \text{正方体} \}$ ,  $Q = \{ \text{四棱柱} \}$ , 则  $M$ 、 $N$ 、 $P$ 、 $Q$  的关系

是

(A)  $Q \subset P \subset N \subset M$ ; (B)  $P \subset M \subset N \subset Q$ ;

(C)  $P \subset N \subset M \subset Q$ ; (D)  $N \subset P \subset M \subset Q$ .

(4) 如果  $M = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$ ,

$N = \{x | \lg(x+1)^2 < 2\}$  那么  $M \cap N$  为

(A)  $\{x | x = -1\} \cup \{x | 6 < x < 9\}$

(B)  $\{x | 6 \leq x < 9\}$

(C)  $\{x | -1 < x \leq -1\} \cup \{x | 6 \leq x < 9\}$

(D)  $\{x | -1 < x < 6\}$

( )

(5) 已知:  $M = \{(x, y) | y = \sin(\arcsin x), |x| \leq 1\}$ ,  $N = \{(x, y) | \arctg x + \arctg y = \pi\}$ , 则  $M \cup N$  是

(A)  $M$ ; (B)  $N$ ; (C)  $\{(x, y) | y = |x|\}$

(D)  $\{(x, y) | y = |x|, |x| \leq 1\}$

3、设  $x \in N$ , 求下列各式的结果

(1)  $\{x | x < 6\} \cap \{x | x > 1\}$

(2)  $\{x | x < 5\} \cup \{x | 3 < x < 6\}$   
 $\cap \{x | x > 4\}$

(3)  $\{x | |x - 7| > 1\} \cap \{x | \lg(x-1)^2 < 2\}$   
 $\cup \{x | x^2 - 14x + 48 \leq 0\}$ .

4、已知  $I = \{\text{不大于9的非负整数}\}$ ,  $A = \{1,$

$2, 8\}$ ,  $B = \{2, 4, 7, 8\}$ ,  $C = \{2, 3, 5,$

$6\}$ , 求证:



$$(1) A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B;$$

$$(2) (A \cup B \cup \bar{C}) \cap (\bar{A} \cap B \cap C) = \phi;$$

$$(3) (A \cap B) \cup A = A;$$

解 答

$$1. (1) ① \subset; ② \in ③ =; ④ \subset; ⑤ \subset.$$

$$(2) \phi, \{0\}, \{1\}; \{2\} \{0, 1\} \\ \{0, 2\} \{1, 2\} \{0, 1, 2\}.$$

$$(3) ① ①' \subset; ②' \subset; ③' =; ④' =; ⑤' \supset.$$

$$② ①' \{x | -1 < x < 0\} ②' \phi; ③ \{x | -1 < x < 4\}$$

$$(4) ① 1 < x \leq 3; ② 0 \leq x < 4;$$

$$③ (-\infty, 0) \cup (3 + \infty) ④ (-\infty, 1] \cup$$

$$[4, +\infty); ⑤ \{x | 3 < x < 4\}; ⑥ (-\infty, 0) \\ \cup (1, +\infty)$$

$$(5) \{\text{整数}\}; \{\text{不等于零的实数}\}; \{\text{三角形}\}; \\ \{\text{有理式}\}; \{\text{正数}\}; \{3, 6, 12\} \{(x, y) | \\ x = 1, y = 2\}; \{P \text{与} Q \text{的交线} a\}$$

$$2. (1) (D); (2) (C); (3) (C);$$

$$(4) (D); (5) (A)$$

$$3. (1) \text{原式} = \{x | 1 < x < 6, x \in \mathbb{N}\} \\ = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$(2) \text{原式} = \{x | 4 < x < 5, x \in \mathbb{N}\} = \phi$$

$$(3) \text{原式} = \{x | -x < 6 \text{ 或 } x > 8, x \in \mathbb{N}\} \\ \cap \{x | (x-1)^2 < 100, x \in \mathbb{N}\} \cup \{x | 6 \leq x \\ \leq 8, x \in \mathbb{N}\}$$

$$= \{x | x < 6 \text{ 或 } x > 8, x \in \mathbb{N}\} \cap \{x | -9 < x < 11$$

$$\begin{aligned}
 & x \in \mathbb{N} \} \cup \{ x \mid 6 \leq x \leq 8, x \in \mathbb{N} \} \\
 & = \{ x \mid -9 < x < 11, x \in \mathbb{N} \} \\
 & = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4、(1) \text{证: 左边} &= \{ 1, 2, 3 \} \cup ( \{ 0, 4, \\
 & 5, 6, 7, 8, 9 \} \cap ( \{ 2, 4, 7, 8 \} ) \\
 & = \{ 1, 2, 3, \} \cup \{ 4, 7, 8, \} \\
 & = \{ 1, 2, 3, 4, 7, 8 \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{右边} &= \{ 1, 2, 3 \} \cup \{ 2, 4, 7, 8, \} \\
 &= \{ 1, 2, 3, 4, 7, 8 \}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{左边} = \text{右边}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{证: 左边} &= ( \{ 1, 2, 3 \} \cup \{ 2, 4, 7, 8 \} \\
 & \cup \{ 0, 1, 4, 7, 8, 9 \} ) \cap \\
 & ( \{ 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \} \cap \\
 & ( 0, \infty - ) \cap \{ 0, 1, 3, 5, 6, 9 \} \cap ( 2, \\
 & 3, 5, 6 \} ) \\
 & = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9 \} \\
 & \cap \{ 5, 6 \} \\
 & = \phi
 \end{aligned}$$

$$\text{右边} = \phi$$

$$\therefore \text{左边} = \text{右边}$$

$$\begin{aligned}
 \text{证(3): 左边} &= ( \{ 1, 2, 3 \} \cap \{ 2, 4, 7, \\
 & 8 \} ) \cup \{ 1, 2, 3, \} \\
 & = \{ 2 \} \cup \{ 1, 2, 3 \} \\
 & = \{ 1, 2, 3 \}
 \end{aligned}$$

$$\text{右边} = \{ 1, 2, 3 \}$$

$$\therefore \text{左边} = \text{右边}$$

## (二) 不等式

### 1、填空题

(1) 如果  $0 < a < b$ , 那么  $a < |x| < b$  的解集是

\_\_\_\_\_;

(2) 适合不等式  $-3 < \frac{-3x-2}{4} < 0$  的整数解是

\_\_\_\_\_;

(3)  $|\frac{1}{x}| \geq 2$ , 则  $x$  的范围是 \_\_\_\_\_;

(4) 若  $x \lg \frac{1}{2} > 8 \lg \frac{1}{2}$ ,  $x$  的范围是 \_\_\_\_\_;

(5) 若  $\sqrt{2 - \lg x} > 1$ , 则  $x$  的范围是 \_\_\_\_\_;

(6) 若  $\sin 2x \geq 0$ , 则它的解集是 \_\_\_\_\_;

### 2、选择题

(1) 下列说法中, 正确的是

(A) 若  $a < 0$ , 则  $a^2 > a$ ;

(B) 若  $a^2 > 0$ , 则  $a > 0$ ;

(C) 若  $a^2 > a$ , 则  $a < 0$ ; (D)  $a < 1$ , 则  $a^2 < a$ 。

(2)  $x < y < 0$ , 下列不等式哪个成立

(A)  $x^2 < y^2$ ; (B)  $\frac{x}{y} < 1$ ; (C)  $x < 2 - y$ ;

(D)  $x^{-1} < y^{-1}$ ;

(3) 在下列不等式, 解集是实数集  $R$  的是

$$(A) x^2 > 0; \quad (B) |x| > 0;$$

$$(C) 0.1^x + 1 > 0 \quad (D) \frac{1}{x} < 1;$$

(四选类)

(4) 若  $x > y > 0$ , 则恒成立的不等式是

$$(A) xy > xz; \quad (B) xz > yz$$

$$(C) |xy| > |yz| \quad (D) \text{上述结论都不对。}$$

( )

(5) 设  $0 < x < 1$ , 使  $x$  的一次函数  $y = m(x - a)$  ( $m > 0$ ) 为正数, 则  $a$  应取值为:

$$(A) a \leq 0; \quad (B) a > 0; \quad (C) a \leq 1; \quad (D) a > 1.$$

### 3、解不等组

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > -1 \\ 2(x-3) - 3(x-2) < 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 1 - \frac{x+2}{2} \leq 2 - \frac{x+2}{3} \\ x(x-1) > (x+3)(x-3) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3+x < 4+2x \\ 5x-1 < 4x-1 \\ 7+2x \geq 6+3x \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x+5 > 0 \\ x-3 < 0 \\ 3x-16 < 0 \end{cases}$$

4、解下列不等式：

$$(1) x^2 - 5x + 4 \geq 0;$$

$$(2) x + 2 > \frac{x^2}{2};$$

$$(3) 3x(3x+2) > -1;$$

$$(4) x^2 + 25 \leq 10x;$$

$$(5) -2x^2 + x - 7 \geq 0;$$

$$(6) x > \frac{1}{x};$$

$$(7) \frac{x+2}{x-3} \geq 0;$$

$$(8) \frac{x+2}{x-3} < 0;$$

5、解下列不等式

$$(1) |2x-1| > 3$$

$$(2) |1 - \frac{x}{3}| \leq \frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{x(x-5)}{|x-1|} < 0$$

$$(4) 1 \leq |2x-1| < 3$$

已知  $|x-1| < \frac{1}{1000}, |y-2| < \frac{1}{1000},$

求  $x+y$  与  $x-y$  的取值范围。

7、已知  $n \in \mathbb{N}$ ,

求  $4 < \frac{1+2+3+\cdots+n}{n} < 5$  的解。

8、已知  $\sqrt{x^2 - x - 30}$  是实数, 求  $x$ 。

9、解不等式:  $\sqrt{3x-5} > \sqrt{x-4}$

10、已知不等式  $x^2 - ax - b < 0$  的解集是  $2 < x < 3$ , 求不等式  $bx^2 - ax - 1 > 0$  的解集。

11、 $m$  是什么实数时, 方程  $(x+1)(x-2) = (x-1)(x+m)$  的解大于  $-1$ ?

12、 $m$  是什么实数时, 方程  $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$  的两根在  $-2$  和  $4$  之间?

13、 $m$  是什么实数时, 方程  $2x^2 - 6mx + 2x + 4m^2 - 5m + 3 = 0$

(1) 有两个不相等的实数根?

(2) 没有实数根?

14、 $m$  是什么实数时, 方程  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$  有两个不相等的实数根?

15、 $m$  是什么整数时, 方程组  $\begin{cases} 3x + 7y = k \\ 3x + 5y = 20 \end{cases}$  的解都是正数?

16、 $x^2 + mx + 6 > 0$  对任何实数都成立, 求  $m$  的取值范围。

## 解 答

1、(1)  $a < x < b$  或  $-b < x < -a$

(2) 1, 2, 3。



$$(3) -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$(4) x < 8$$

$$(5) 0 < x < 10$$

$$(6) k\pi \leq x \leq \frac{(k+1)\pi}{2}, \text{ } k \text{ 是非负整数}$$

$$2、(1)(A); 2、(C); (3)、(C); (4)(D); 5、(A)$$

3、(1) 由原不等式组得:

$$\begin{cases} \frac{x}{6} > -1 \\ -x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

$$(2) \text{ 由原不等式组得: } \begin{cases} \frac{x+2}{2} - \frac{x+2}{3} \geq -1 \\ x^2 - x > x^2 - 9 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{x+2}{6} \geq -1 \\ x < 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -8 \\ x < 9 \end{cases} \Rightarrow -8 \leq x < 9$$

(3) 由原不等式得

$$\begin{cases} x > -1 \\ x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

(4) 由原不等式得

$$\begin{cases} x > -1 \\ x > -\frac{5}{2} \\ x < 3 \\ x < \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 3$$

4、(1)  $\because x^2 - 5x + 4 = 0$  的根为  $x_1 = 1$

$$x_2 = 4,$$

$\therefore$  不等式的解为  $x \leq 1$  或  $x \geq 4$

(2) 原不等式化为  $x^2 - 2x - 4 < 0$ , 方程

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ 的两根为 } x_1 = 1 - \sqrt{5}, x_2 = 1 + \sqrt{5}$$

$\therefore$  不等式的解为:  $1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}$

(3) 原不等式化为:  $9x^2 + 16x + 1 > 0$ ,

$$\therefore (3x + 1)^2 > 0$$

$\therefore$  不等式的解的解为  $x \neq -\frac{1}{3}$

(4) 原不等式化为  $x^2 - 10x + 25 \leq 0$

$$\text{即: } (x - 5)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = 5$$

(5) 由 原不等 式得  $-2(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{29}{4} \geq 0$

$\therefore$  不等式无解。

(6) 当  $x > 0$  时, 由原不等式得  $x^2 > 1$ , 解得

$$x < -1 \text{ 或 } x > 1 \therefore x > 1;$$

当  $x < 0$  时, 由原不等式得  $x^2 < 1$ , 解得

$$-1 < x < 1, \therefore -1 < x < 0$$

$\therefore$  不等式的解为  $x > 1$ , 或  $-1 < x < 0$

$$(7) \frac{x+2}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+2 \leq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x \leq -2 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow x \leq -2 \text{ 或 } x > 3$$

$$(8) \text{ 由 } \frac{x+2}{x-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+2 < 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 3$$

$$5、(1) \text{ 由原不等式得 } 2x-1 < -3 \text{ 或 } 2x-1 > 3$$

$$\therefore x < -1 \text{ 或 } x > 2。$$

$$(2) \text{ 由原不等式得 } -\frac{2}{3} \leq 1 - \frac{x}{3} \leq \frac{2}{3}$$

$$\therefore -2 \leq 3-x \leq 2$$

$$\therefore -5 \leq -x \leq -1$$

$$1 \leq x \leq 5$$

$$(3) \text{ 由原不等式得 } \begin{cases} x(x-5) < 0 \\ |x-1| \neq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 5 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{原不等式的解为 } 0 < x < 5, x \neq 1。$$

$$(4) \text{ 由原不等式得 } 1 \leq 2x-1 < 3 \text{ 及 } -3 < 2x-1 \leq -1$$

$$\therefore 2 \leq 2x < 4 \text{ 或 } -2 < 2x \leq 0$$

$$\therefore 1 \leq x < 2 \text{ 或 } -1 < x \leq 0。$$