

反思数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

探索未知

新疆青少年出版社
喀什维吾尔文出版社



CS1210038

N49
0356

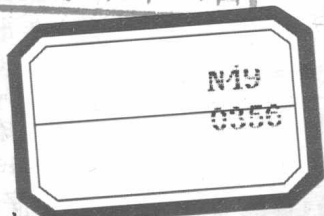
探索未知

反思数学

1020332

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

重庆师大图书馆



新疆青少年出版社

喀什维吾尔文出版社

图书在版编目(CIP)数据

探索未知/王卫国主编. —乌鲁木齐:新疆青少年出版社;喀什:喀什维吾尔文出版社,2006.8

ISBN 7-5373-1464-0

I. 探... II. 王... III. 自然科学—青少年读物 IV. N49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 097778 号

探索未知

反思数学

北京未来新世纪教育科学发展中心 编

新疆青少年出版社 出版
喀什维吾尔文出版社

(乌鲁木齐市胜利路 100 号 邮编:830001)

北京市朝教印刷厂印刷

开本:787mm×1092mm 32 开

印张:300 字数:3600 千

2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

印数:1-3000

ISBN 7-5373-1464-0 总定价:840.00 元(共 100 册)

如有印装质量问题请直接同承印厂调换

前 言

在半年之前，本编辑部曾推出过一套科普丛书，叫做《科学目击者》，读者反应良好。然而，区区一部丛书怎能将各种科学新知囊括其中？所未涉及者仍多。编辑部的同仁们也有余兴未尽之意，于是就有了这套《探索未知》丛书。

《科学目击者》和《探索未知》可以说是姊妹关系，也可以说是父子关系。说它们是姊妹，是因为它们在方向设定、内容选择上不分彼此，同是孕育于科学，同为中国基础科普而诞生。说它们是父子，则是从它们的出版过程考虑的。《科学目击者》的出版为我们编辑本套丛书提供了丰富的经验，让我们能够更好的把握读者们的需求与兴趣，得以将一套更为优秀的丛书呈献给读者。从这个层面上讲，《科学目击者》的出版成就了《探索未知》的诞生。

如果说《科学目击者》只是我们的第一个试验品，那么《探索未知》就是第一个正式成品了。它文字精彩，选

题科学,内容上囊括了数学、物理、化学、地理以及生物五个部分的科学知识,涵盖面广,深度适中。对于对科学新知有着浓厚兴趣的读者来说,在这里将找到最为满意的答复。

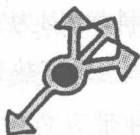
有了《科学目击者》的成功经验,让我们得以取其优、去其短,一直朝着尽善尽美的目标而努力。但如此繁杂的知识门类,让我们实感知识面的狭窄,实非少数几人所能完成。我们在编稿之时,尽可能地多汲取众多专家学者的意见。然而,百密尚有一疏,纰漏难免,如果给读者您的阅读带来不便,敬请批评指正。

编 者

目 录

数学的奥秘	1
离奇的问题	1
数学的历史与未来	3
统计学悖论	8
骗人的“平均数”	9
某年的母亲英雄	12
小世界的悖论	14
你属于哪一宫	16
圆周率 π 中的数字结构	18
错综的群体	20
奇异的纸牌把戏	22
选举悖论	25
亨普尔关于乌鸦的悖论	27
时间的悖论	31
卡罗尔关于坏钟的悖论	32

迷惑人的车轮	33
滑雪者的挫折	34
芝诺悖论	36
时间能够倒流吗	39
时间机器	40
超光速电话	42
并列的世界	44
时间的延迟	46
命运、机会和自由意志	48
素数的滥用	51
寻找最大素数	52
欧拉公式	56
搜寻费马数因子	62
费马：业余数学家之王	62
费马数猜想：大师的失误	64
费马数与尺规作图合	66
费马数研究的回顾与现状	68
费马数因子网络搜寻计划	71
从集合大小的定义到数学结构	73
古怪的定义	73
集合大小定义的几个基本要求	75
直觉的合理性和数学结构	83



数学的奥秘

离奇的问题

《反思教学》这本书主要概述了数学所涉及的领域和范畴。这本书并非包罗万象,然而它选择的主题很离奇,但它也只能如此。数学是世间每所大学都从事研究的一门学科,它至少像生物学一样有广泛的领域,在生物界中,某个研究人员正努力研究艾滋病毒,而另一个研究人员则在研究袋熊的社会化问题。

本文对数学的探讨犹如对中国菜谱的研究,到处品尝,识别常见的配料和特殊的风味。在仅仅用过一次中餐之后,你很难成为一名中餐美食家,但比起从未吃过中餐的人却又知之较多。数学亦如此。研究几个数学课题,是不可能掌握数学中一切重要的内容的,但比起那些



探索未知

一窍不通的人来,你对这些课题的感受却又深得多。

现在已出版了许多论及数学方面的哲学基础的书籍,从某种程度上讲这是必然性的科学,因为它的结论在逻辑上是无懈可击的。还有许多作品却狂热地详述数学无穷大的性质和高维度的美。这种带有哲学式的、富有诗意的离题的论述却有它的市场,但却远没有涉及大多数数学家们所关切的问题。我们在本书中主要描述的是那些数学工作者在实际中所遇到的地地道道的实用的问题。

这里批驳一个错误观点:仅仅肯花力气进行足够的运算,就可得到数学的任何结果,换句话说,如果你想解一道数学题,只需做足够量的运算就行了。即使你我缺乏解数学难题的能力,但我们也怀疑内行人士——这些理解数学符号的人——是否都能够对他们选择的任何一个问题经过潜心研究后找到答案。毕竟,我们的知识使我们相信数学是属于演绎推理,推断一个数学结果要像推论“所有人都必定要死的”和“苏格拉底是人”,因此“苏格拉底必定要死的”一样简单就好了!

本书的目的之一是要说明一种数学知识的局限性。在我们所考查的每个数学领域中,要指出什么是已知的和什么是未知的。有时我们的知识是有局限的,因为某



些领域刚刚开发,还没有多少数学家投身于对它的研究。知之甚少是这一问题的主要困难。此外,数学家的知识的局限性也是比较重要的因素。它表明,有些问题要从数学方面获得快速解析简直是不可能的。

数学的历史与未来

一、数学的历史

伊萨克·牛顿有句著名而又谦逊的格言:“我所以比别人看得更远,是因为我站在巨人的肩膀上。”当时,他心中确实铭记着古代最伟大的一位数学家,希腊叙拉古城的阿基米德。然而,阿基米德还是一位力学天才,在他众多的机械发明中,水车是较为出名的一项。水车又称作阿基米德螺旋泵,是一种用于抽水进行灌溉的螺旋状泵。

虽然人们对于阿基米德的生平以及他对自己的功绩的评价知之甚少,但多数评论家猜测,他对于自己在理论数学上的发现比实用发明更重视。例如,一个叫普卢塔克的写道:“而阿基米德具有这样一种崇高的精神,这样一种深奥的魂灵和这样一种科学理论的财富,虽然他的许许多多的发明为他赢得了声誉,并使他以超人的精明



而闻名,但他并不愿为这些课题著书立说,流传后世,而把一个工程师的工作和有助于生活需求的每一件艺术品都视为卑贱和庸俗。他只潜心于研究那些不受生活需求影响的精妙而有魅力的学科。”其他评论家则进一步认为,甚至当他从事杠杆、滑轮或其他机械研究时,他也是为了探索力学的普遍原理,而不是为了实际应用。

实际上,阿基米德对于理论的偏重胜于实际到什么程度可能永远不得而知。但有一点是清楚的:在他的作品中,理论和应用之间的关系是紧张的,而这种紧张的关系一直持续渗透到以后 22 个世纪的数学之中。

二、数学的未来

数字中充满了新奇。数字和形状是人文科学中最早关心的课题,但有关的许多问题仍然令人费解。比一个素数的概念更简单的能是什么——一个大于 1 的整数,像 3, 5, 17, 或 31 等不能被 1 和本身之外的其他整数整除的数?早在古希腊时代人们就知道素数是无穷尽的,但是没有一个人知道孪生素数——成对的素数,如 3 和 5, 相差 2, 它们是否也是无穷尽的。没有人知道是否存在无限多的完全数,像 6 一样等于它所有因子(当然除去它本身外,即 3, 2 和 1)之和的整数。而且没有人知道一



个完全数是否是奇数。匈牙利伟大的数论家保罗·厄尔多斯是一个证明素数基本定理的大师——他在 18 岁的时候,就提出了著名的论证:在每个大于 1 的整数和它的倍数之间一定有一个素数——他认为,数学家们还远远没有理解整数,更何况其他类型的数。他说:“至少还得再过 100 万年,我们才可能理解素数。”

在数学上,对形状的理解也远远不够。在二维方面,关于什么形状可以在一定条件下用砖瓦贴盖表面的问题还有许多疑难未解之处。在三维的砖瓦贴面模拟中,形状的填充要尽可能使给定的空间密集,这对于许多基本形状来说仍悬而未决。但是,缺乏理论知识未必总是实用主义者的拦路虎,设计师罗纳德·雷施制造出三层半的复活节彩蛋就是明证。

由于有关数字和形状的基本问题仍未解决,因此对计算机——一种复杂的数字工具——能做什么和不能做什么常常众说纷纭,并出现一些混乱状态,这不足为怪。我尽量避开那些关于人和机器的本质的含糊不清的形而上学问题,便于向人们展示人们所不了解的关于计算的理论局限性方面的问题。我要讲述图灵通用计算机的惊人之处——分成若干单元的一条纸。我要考查一种可能出现的局限性:计算机科学家认为,他



们将能够证明某些仅仅在探索阶段的计算问题——包括旅行推销员在一连串的城市之间要选择的最短路线的问题——从来没有被计算机(或数学家)有效地解决。从理论转移到实践,我特意检验了汉斯·伯林纳和丹尼·希尔设计的对弈机和通用计算机,使“三个臭皮匠,顶过诸葛亮”的构想走向极端。要知道这些努力的整个结局如何还为时过早,但这两种机器的性能在某些领域,已经超过了传统计算机。

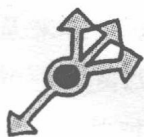
从根本上说,旅行推销员问题无疑是数学问题,可是实际上已证明,用传统的数学方法解答它是无效的。在这本书里,将介绍一种出现在设计选举系统或分配代表的问题中的类似的解决办法。从绝对意义上说,数学对这些问题是毫无帮助的。的确,数学证明了,它对开创一个完善的民主选举制在理论上无益,尽管缺乏完善的民主体制,但数学为公正的选举制和国会的公正分配方法指出了道路。

传说阿基米德是在一时的愤怒之中设计出一个关于牧牛的极其困难的数字问题。他的报复一直持续了 22 个世纪,直到 1981 年,使用刚诞生的一台巨型计算机才彻底解决了这一问题。牧牛的问题多少有些编造的味道。但是,面对阿基米德的报复,一代代数学家所感受到

探索未知



的挫折常常类似于那些比较自然地出现的较简单的数学问题所造成的报复。这种数学本身造成的报复看来还没有迹象会消退。



统计学悖论

统计学是关于数量信息的收集、整理和分析的学科，它在今天高度复杂的世界上变得越来越重要了。一般市民在很多方面，从经济状况到判断一种商标的牙膏好坏，都会受到大量数字的困扰。除非他具有一定的统计学知识，他才能作出明智的决定。如果他在大学学物理，或社会科学、施政学、商业或政治，他会发现统计学是多么重要。在另外一些领域，如保险、公共卫生及广告等，统计学也起着积极的作用。

这里不准备介绍统计学，更不是关于统计学基本知识的教材。只是指出一些典型的统计学悖论，我们选择了部分最有趣味的典例，旨在满足读者学习更多基本知识的愿望。这章想让读者浏览统计学中那色彩斑斓的图景，并希望由此激发读者系统研究这一学科的兴趣。

第一个故事介绍了统计学的三种度量：平均值、中值和众数。接着是一个逗人的、外国情调的误用数据的例



子。它们让人们察觉到统计学数据有很多陷阱,并激发起读者想要学会避开它们的愿望。

面对当今人们对占星术和神灵学的兴趣激增的局面,几乎没有读者知道,正因为他们对统计学家招缺乏经验而使他们轻易地受了蒙骗。这一章接下来的几个部分介绍的悖论(小世界悖论、生日悖论、数字和字母的随机序列的特征、以及随机事件的成群趋势)旨在阐明,某些意外的巧合从统计学来看却是毫不足怪的事。后面还介绍了一些扑克牌把戏,在你第一次试玩这些把戏时,你也许不相信它是以数学原理为依据的。

在很多强烈违反直觉的,研究对策论而出现的论题中,选举悖论是最著名的。对策论是数学的一个新分支,研究如何以统计资料为基础做出合理的决策。

骗人的“平均数”

M: 吉斯莫先生有一个小工厂,生产超级小玩意儿。

M: 管理人员由吉斯莫先生、他的弟弟、六个亲戚组成。工作人员由 5 个领工和 10 个工人组成。工厂经营得很顺利,现在需要一个新工人。

M: 现在吉斯莫先生正在接见萨姆,谈工作问题。



探索未知

吉斯莫：我们这里报酬不错。平均薪金是每周 300 元。你在学徒期间每周得 75 元，不过很快就可以加工资。

M：萨姆工作了几天之后，要求见厂长。

萨姆：你欺骗我。我已经找其他工人核对过了，没有一个人的工资超过每周 100 元。平均工资怎么可能是一周 300 元呢？

吉斯莫：啊，萨姆，不要激动。平均工资是 300 元。我要向你证明这一点。

吉斯莫：这是我每周付出的酬金。我得 2400 元，我弟弟得 1000 元，我的六个亲戚每人得 250 元，五个领工每人得 200 元，10 个工人每人 100 元。总共是每周 6900 元，付给 23 个人，对吧？

萨姆：对，对，对！你是对的，平均工资是每周 300 元。可你还是蒙骗了我。

吉斯莫：我不同意。你实在是不明白。我已经把工资列了个表，并告诉了你，工资的中位数是 200 元，可这不是平均工资，而是中等工资。

萨姆：每周 100 元又是怎么回事呢？

吉斯莫：那称为众数，是大多数人挣的工资。

吉斯莫：老弟，你的问题是出在你不懂平均数、中位