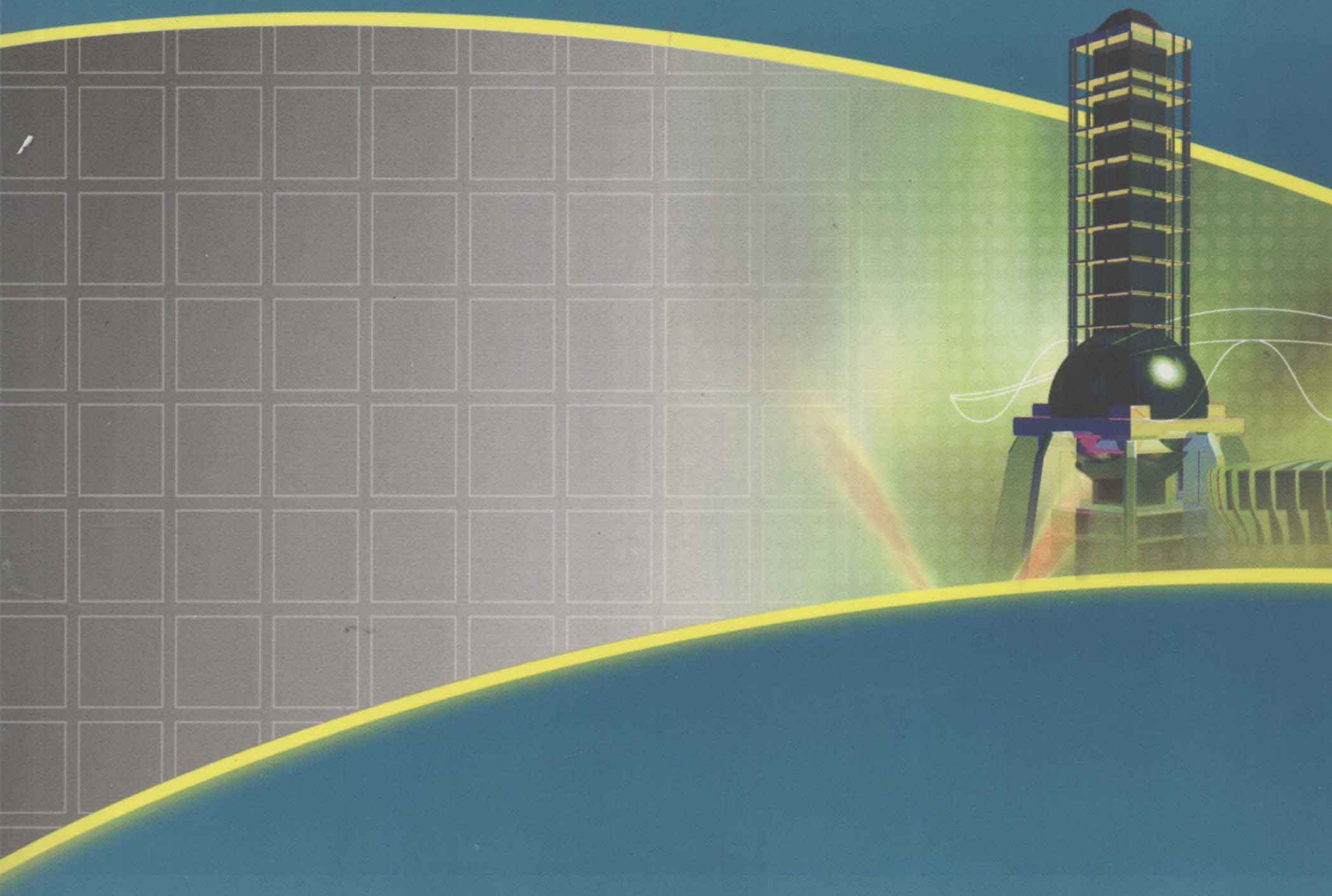
XINBIAN GAODENG
YINGYONG SHUXUE

新编高等应用数学

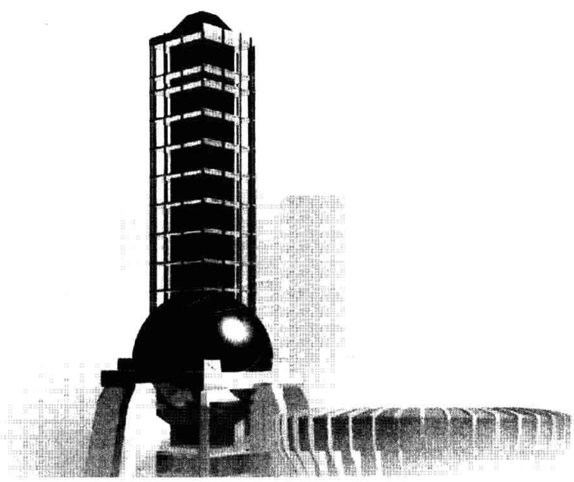
主编◎马廷强　丁九桃



西南财经大学出版社

新编高等应用数学

主编◎马廷强　丁九桃



西南财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编高等应用数学/马廷强,丁九桃主编.—成都:西南财经大学出版社,2011.8

ISBN 978-7-5504-0391-8

Ⅰ.①新… Ⅱ.①马…②丁… Ⅲ.①应用数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 162262 号

新编高等应用数学

主　编:马廷强　丁九桃

责任编辑:孙　婧　李永福

封面设计:墨创文化

责任印制:封俊川

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)
网　　址	http://www.bookcj.com
电子邮件	bookcj@foxmail.com
邮政编码	610074
电　　话	028-87353785　87352368
印　　刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185mm×260mm
印　　张	15.5
字　　数	315 千字
版　　次	2011 年 8 月第 1 版
印　　次	2011 年 8 月第 1 次印刷
印　　数	1—4000 册
书　　号	ISBN 978-7-5504-0391-8
定　　价	29.80 元

编　委　会

主　编：马廷强　丁九桃

顾　问：曾宪祖

主　审：左艳芳　王　缨

副主编：辛桂凤　徐永梅

朱美玲　杨淑菊

参　编：耿敬荣　夏开萍　李育琼

刘旭云　汤竹琼　曹　剑

何文莉　马丽宣　温荣坤

前 言

随着我国经济的迅速发展，社会对职业技术人才的需求日趋多元化。为了提高职业技术人才的综合素质，加深基础学科理论知识的训练，构建良好的专业基础课功底是十分必要的。恰当地把握好专业基础知识学习的尺度对专业学习的强化具有十分重要的作用。长期以来，高职公共数学教育在职业人才的素质培养上起着举足轻重的作用，但在数学基础知识训练上稍显不足。为了适应高职教育发展的步伐，高职高专院校根据专业培训方向对公共数学课程教育进行了大量改革。由于现行教育知识体系中没有对“专业人才”和“职业人才”加以区别，高职经济数学课程内容和体系仍然偏重于系统化、知识化、理论化，较少考虑社会实际需要和各专业人才素质特征及能力结构培养的需求，导致大量教学资源的浪费和学习的盲目性。为解决这些问题，云南经济管理职业学院数学教研室全体老师在多年的教学实践中不断探索，认真总结全国高职高专院校经济类各专业经济数学和高等数学课程改革经验，结合高职院校专业课程设置的需求，将经济数学和高等数学有机融合，以数学知识为专业课服务作为指导思想，编写成本教材。

本教材突出“专”和“职”的特点，在编写内容和体例上有一定突破，具体表现在：

1. 考虑学习对象的状况及特点，每章教学内容注重以实例引入知识点和相关的数学概念，在理论阐述和习题编排中，有意识地培养学生的数学思维和数学修养。注重将经济问题、工程问题转化为数学模型的思想贯穿于各章，加强与实际应用联系较多的基础知识、基本方法、基本技能的训练，不过分追求复杂的计算和理论上的严密论证。

2. 为了缓解高等职业院校数学课时少、教学内容多的矛盾，恰当地把握教学内容的深度和广度，在教学内容方面做了大胆的取舍，知识结构及衔接顺序也根据教学经验做了相应调整。

3. 在每章开始都用简短语言提出了本章知识点，使学生一开始就明确各章节的学习内容和主要目标。在各章节后都针对性地安排相应的习题，以便学生及时检测学习效果和归纳学习内容，达到复习和巩固的目的。

4. 全书共含九章内容，以模块形式呈现：第一模块　微积分（一元微分学基础）；第二模块　线性代数（行列式、矩阵与线性方程组）；第三模块　概率论与数理统计。完成全书内容教学约需120学时，教学中可根据具体专业的需求选择教学内容。

本书由云南经济管理职业学院数学教研室马廷强、丁九桃担任主编；辛桂凤、徐永梅、朱美玲、杨淑菊担任副主编，负责二、三稿审稿。全书由马廷强、丁九桃统稿。

具体编写人员为：（第一章）汤竹琼、马廷强、丁九桃；（第二章）马廷强、李育琼、辛桂凤；（第三章）辛桂凤；（第四章）何文莉，曹剑；（第五章）耿敬荣、马廷强；（第六章）丁九桃；（第七章）杨淑菊；（第八章）朱美玲、徐永梅、温荣坤；（第九章）夏开萍。

在本书的编写过程中，聘请了原云南省教育厅高校师资培训中心暨云南省教师资格认定指导中心办公室主任、云南省高教学会师资工作分会秘书长、云南经济管理职业学院教学督导组督导专家曾宪祖教授作为编写顾问。曾宪祖教授对教材的编写提出了许多宝贵意见，在此衷心感谢他一直对这本书付出的心血和辛勤劳动。

在此，还要感谢昆明冶金高等专科学校数学教研室主任王缨教授和左艳芳教授对教材的编写给予的指导和对教材结构体系的构建提出的宝贵意见！

编写过程中，我们学习和借鉴了国内相关的文献、教材，由于数目众多，不便一一列举，对其作者，在此一并感谢。

尽管我们力求完美，但因经验和水平有限，本教材中的疏漏和不妥之处，敬请各位专家和使用本书的师生批评指正，以期再版时修正。谢谢！

编　者

2011年4月于昆明

目 录

目 录

目　录

第一章
函数、极限与连续

数学是认识宇宙秩序和计量的学科，例如对万有引力，唯一可靠的认识是数学的认识．数学家从对运动规律的研究中，引出函数的概念．函数是微积分研究的中心概念和主要对象，极限是研究微积分的基本工具，连续是函数的重要性态．本章将在复习和深入学习函数有关知识的基础上，讨论函数的极限与连续性等问题．

第一节　函数的概念

一、函数的概念

1. 常量与变量

在日常生活中，当我们研究某事物变化的过程时，常常会遇到各种不同的量，通常这些量可以分为两类：一类是在某一事物的变化过程中不发生变化、保持固定的常值的量，我们称其为常量，例如圆面积求解过程中，圆周率 π 始终保持一个相对固定的常值；另一类是在某一事物的变化过程中可以取不同数值的量，我们称其为变量，例如一天中气温总是随时间 t 的变化而变化．

一般地，常量用英文字母表中前面的字母 a、b、c、d 等表示，变量则用英文字母表中后面的字母 x、y、z 等表示．

2. 函数的定义

定义1　在某一事物的变化过程中，设 x 和 y 为两个变量，D 是一个给定的数集．若对于 D 中每一个数 x，按照一定的对应法则 f，都有唯一确定的 y 与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作

$$y = f(x), x \in D$$

其中，x 称为自变量，y 称为因变量，f 称为函数记（符）号；当自变量 x 在 D 内取定某一值 x_0 时，有唯一确定值 $y_0 = f(x_0)$ 与之对应，此时称 y_0 为函数在 $x = x_0$ 时的函数值，记作：$y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$．

全体自变量 x 组成的集合称为函数的定义域；全体因变量 y 或全体函数值组成的集合称为函数的值域．

一般地，对于函数记号的表示是相对的，除了常用的 f 外，还可用其他英文字母或希腊字母如 g, h, F, φ 等表示，相应的函数可记为：$y = g(x), y = h(x), y = F(x), y = \varphi(x)$ 等．也可直接用因变量的记号表示函数，即把函数记作：$y = y(x)$．自变量与因变量的记

号也可以选择不同的字母来表示．通常在不易混淆时我们都选择 $y=f(x)$ 的表示形式．

从函数的定义我们不难看出：函数的定义域和对应法则是构成函数的两个主要要素，当且仅当这两个要素完全相同时，两个函数才被认为是完全相同的函数．

例如 $y=x+2$ 与 $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}$，因为定义域不同，故为不同函数；而 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$，定义域虽然相同，但对应法则不相同，故也不是相同函数；然而 $y=x^2+1$ 与 $v=u^2+1$ 两个函数，虽然表示自变量与函数的记号不一样，但是他们的定义域和对应法则都相同，所以是两个相同的函数．最后一例再次说明函数关系的确定与自变量和因变量采用的字母无关．

例1　设 $f(x)=2x^2-3$，求 $f(0)$、$f(2)$、$f(-1)$、$f(x_0)$、$f(\dfrac{1}{a})$．

解　$f(0)=2\times(0)^2-3=-3$；　$f(2)=2\times(2)^2-3=5$；

$f(-1)=2\times(-1)^2-3=-1$；　$f(x_0)=2\times(x_0)^2-3=2x_0^2-3$；

$f(\dfrac{1}{a})=2\times(\dfrac{1}{a})^2-3=\dfrac{2}{a^2}-3$．

例2　设 $f(x+3)=\dfrac{x+1}{x+2}$，求 $f(x)$．

解　令 $t=x+3$，则 $x=t-3$，$f(t)=\dfrac{t-3+1}{t-3+2}=\dfrac{t-2}{t-1}$，$\therefore f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$．

3. 定义域的求法

在研究函数时，我们必须在其自变量使函数表达式有意义的前提下进行，这就需要我们首先确定函数的定义域．函数有三种常用表示方法：解析法（也叫公式法）、列表法和图像法．后两者的定义域即自变量取值的全体构成的集合．由实际问题构建的用解析法表示的函数的定义域除根据函数的数学表达式本身来确定外还要考虑所研究的问题的实际意义．如何根据函数的表达式求函数的定义域?若不考虑问题的实际意义，函数的定义域就是指使得函数的表达式有意义的 x 的所有取值构成的实数集．

对于用解析法表示的函数，确定其定义域应注意以下几点：

（1）含分式的，分母的值不能为零；

（2）含偶次根式的，被开方式必须大于或等于零（非负）；

（3）含对数式的，真数必须大于零，底数大于零且不等于1；

（4）含正切函数或余切函数的，正切、余切符号下的式子分别不能等于 $k\pi+\dfrac{\pi}{2}$、$k\pi$（其中 k 为整数）；

（5）含反正弦函数或反余弦函数的，反正弦、反余弦符号下的式子的绝对值不能大于1；

（6）如果函数式由若干项组成，其定义域是各项定义域的交集（公共部分）．

例3　求下列函数的定义域

(1) $f(x)=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{2}{x-1}$；　(2) $f(x)=\sqrt{3+2x-x^2}+\ln(x-2)$；

(3) $f(x)=\arcsin\dfrac{3x-1}{5}+\dfrac{1}{x}$．

解　(1) 要使该函数有意义，必须$\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x-1\neq 0\end{cases}$，解得$\begin{cases}-2\leqslant x\leqslant 2\\ x\neq 1\end{cases}\Rightarrow -2\leqslant x<1$或$1<x\leqslant 2$.

用集合表示其定义域为：$\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2,\text{且}\ x\neq 1\}$；用区间表示其定义域为：$[-2,1)\cup(1,2]$.

(2) 要使该函数有意义，必须$\begin{cases}3+2x-x^2\geqslant 0\\ x-2>0\end{cases}$，解得$\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant 3\\ x>2\end{cases}\Rightarrow 2<x\leqslant 3$.

用集合表示其定义域为：$\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$；用区间表示其定义域为：$(2,3]$.

(3) 要使该函数有意义，必须$\begin{cases}\left|\dfrac{3x-1}{5}\right|\leqslant 1\\ x\neq 0\end{cases}$，解得$\begin{cases}-\dfrac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2\\ x\neq 0\end{cases}\Rightarrow -\dfrac{4}{3}\leqslant x<0$或$0<x\leqslant 2$.

用集合表示其定义域为：$\left\{x\,\middle|\,-\dfrac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2,\text{且}\ x\neq 0\right\}$；用区间表示其定义域为：$\left[-\dfrac{4}{3},0\right)\cup(0,2]$.

4. 反函数

定义2　设函数$y=f(x)$是定义在数集D上的函数，其值域为A，如果对于A中的每一个y值，在数集D中，都可以经关系式$f(x)=y$确定唯一的一个x值与之对应，则得到一个定义在A上的以y为自变量、x为因变量的新函数，我们称它为$y=f(x)$的反函数，记作$x=f^{-1}(y)$，并称函数$y=f(x)$为直接函数.

当然，我们也可以说函数$y=f(x)$是$x=f^{-1}(y)$的反函数，也就是说，它们互为反函数. 由于函数对于用什么样的字母来表示自变量和因变量没有严格的限制，因此对于字母没有规定意义的函数，习惯上我们总是用x表示自变量，y表示因变量，把函数$y=f(x)$的反函数$x=f^{-1}(y)$写成$y=f^{-1}(x)$. 显然，从定义可知，单调函数一定有反函数.

从定义也容易得出求反函数的过程可分为两步：

(1) 从函数$y=f(x)$解出$x=f^{-1}(y)$；

(2) 交换字母x和y；

(3) 确定所求反函数的定义域.

例4　求函数$y=2x-1$的反函数，并作图.

解　由$y=2x-1$求出$x=\dfrac{y+1}{2}$，习惯写成$y=\dfrac{x+1}{2}$，所以，函数$y=2x-1$的反函数为$y=\dfrac{x+1}{2}$，其定义域为$(-\infty,+\infty)$.

其图像见图1－1.

从此例也可以证明，互为反函数的$y=f(x)$与$y=f^{-1}(x)$的图形关于直线$y=x$对称.

5. 分段函数

在定义域的不同区间内，用不同的数学表达式表示的函数叫做分段函数.

分段函数在数学和工程技术以及日常生活中经常都会遇到. 求分段函数的函数值时，应先确定自变量取值的所在范围，再按相应的表达式进行计算. 在后面的章节中，我

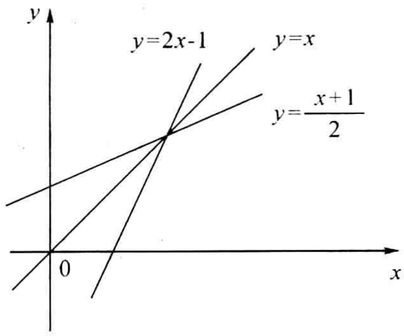


图 1－1

们将着重考察分段函数在分段点处的性态．

例 5　某城市规定出租车收费标准如下：路程在 2 km以内收费 4 元，超过 2 km的部分每km按 1.8 元收费，求费用与路程的关系式．

解　路程用 x 表示，应交车费用 y 表示，由题意得：

$$y=\begin{cases}4, & 0\leqslant x\leqslant 2\\ 4+1.8(x-2), & x>2.\end{cases}$$

这个函数就是一个分段函数．分段函数的定义域应是各段自变量取值集合的并集．因此这个分段函数的定义域为$[0,+\infty)$．

例 6　设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x^2+1}, & x\geqslant 2\\ \dfrac{2-x}{x^2+1}, & x<2\end{cases}$，求 $f(0)$、$f[f(3)]$、$f(a)$．

解　求分段函数的函数值时，应先确定自变量取值的所在范围，再按相应的表达式进行计算，所以

$x=0<2$，故 $f(0)=\dfrac{2-0}{0^2+1}=2$；

$x=3>2$，故 $f(3)=\dfrac{3-2}{3^2+1}=\dfrac{1}{10}$；因 $f(3)=\dfrac{1}{10}<2$，

故 $f[f(3)]=f(\dfrac{1}{10})=\dfrac{2-\dfrac{1}{10}}{(\dfrac{1}{10})^2+1}=\dfrac{190}{101}$；

计算 $f(a)$ 时，需分两种情况讨论：

当 $a\geqslant 2$ 时，$f(a)=\dfrac{a-2}{a^2+1}$；

当 $a<2$ 时，$f(a)=\dfrac{2-a}{a^2+1}$．

二、函数的几种特性

1. 函数的单调性

定义 3　设函数 $f(x)$ 在区间 D 上有定义，若对 $\forall x_1,x_2\in D$，当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)$

$< f(x_2)$，就称$f(x)$在D上单调递增（增加），称$f(x)$为单调递增（增加）函数；若对$\forall x_1, x_2 \in D$，当$x_1 < x_2$时，总有$f(x_1) > f(x_2)$，就称$f(x)$在D上单调递减（减少），称$f(x)$为单调递减（减少）函数.（$\forall$为数学符号，表示“任意的”.）

我们把函数的单调递增性和单调递减性统称为函数的单调性. 单调递增函数的图形是沿x轴正向逐渐上升的（见图1－2），单调递减函数的图形是沿x轴正向逐渐下降的（见图1－3）.

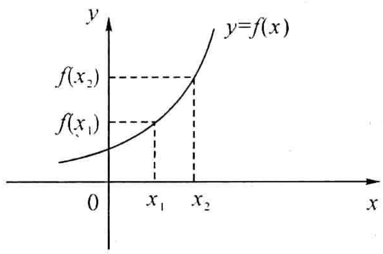


图1－2

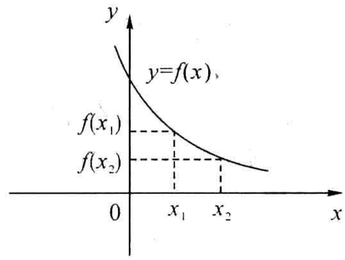


图1－3

例如：$y = \dfrac{1}{x}$在$(0, +\infty)$上是单调递减函数. 因为对$\forall x_1$、$x_2 \in (0, +\infty)$，当$x_1 < x_2$时，总有

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2},$$

因$x_2 > x_1 > 0$时，$x_2 - x_1 > 0$，所以$\dfrac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0$，即$f(x_1) > f(x_2)$，所以$y = \dfrac{1}{x}$在$(0, +\infty)$上是单调递减函数.

2. 函数的奇偶性

定义4　设函数$f(x)$的定义域D是关于原点对称的数集，即若$x \in D$，有$-x \in D$. 若对$\forall x \in D$，都有$f(-x) = f(x)$恒成立，就称$f(x)$为偶函数；若对$\forall x \in D$，都有$f(-x) = -f(x)$恒成立，就称$f(x)$为奇函数.

例如：$y = x^2, y = \cos x, y = |x|$都是偶函数；

$y = x^3, y = \sin x, y = \operatorname{sgn} x$都是奇函数；

$y = x^2 + x^3, y = \cos x + \sin x$都是非奇非偶函数.

从函数的奇偶性定义我们很容易得到：要判断函数的奇偶性，首先看定义域是否关于原点对称，如果定义域不关于原点对称，则函数为非奇非偶函数；若其定义域关于原点对称，则还需讨论$f(-x)$与$f(x)$的关系，用奇偶性的定义来确定函数的奇偶性.

由定义易知偶函数的图形关于y轴对称，奇函数的图形关于原点对称. 在实际操作中，我们也可以从函数的图形特征判断其奇偶性.

3. 函数的周期性

定义5　对于函数$y = f(x)$，在其定义域D中，如果$\forall x \in D$都有$x + T \in D$（T为非零常数），且$f(x) = f(x + T)$，那么函数$y = f(x)$叫做周期函数，其中非零常数T叫做这个函数的周期. 如果T中存在一个最小的正数，则这个最小正数叫做这个函数的最小正周期.

周期函数的几个常见结论：

(1) 如果 T 是函数 $y=f(x)$ 的一个周期,那么 kT ($k\in Z$,且 $k\neq 0$) 是函数 $y=f(x)$ 的一个周期.

(2) 如果 T 是函数 $y=f(x)$ 的一个周期,那么 $\frac{T}{\omega}$ 是函数 $y=f(\omega x)(\omega\neq 0)$ 的一个周期.

(3) 一个周期函数不一定有最小正周期,如常数函数 $y=f(x)=c$.

例如:函数 $y=\sin x, y=\cos x, y=\tan x$ 的周期分别为 $2\pi, 2\pi, \pi$;$y=x-[x]$ 是周期为 1 的函数. 天体运动多具周期性.

4. 函数的有界性

定义 6 设函数 $f(x)$ 在非空数集 D 上有定义,若存在正数 M,使得对 $\forall x\in D$,都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称 $f(x)$ 在非空数集 D 上是有界函数. 若这样的 M 不存在,就称 $f(x)$ 在 D 内是无界函数.

例如:$x\in(-\infty,+\infty)$ 时恒有 $|\sin x|\leqslant 1$,所以在 $(-\infty,+\infty)$ 内 $\sin x$ 是有界函数;$y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是无界函数.

函数的有界性可以在整个定义域上讨论,也可以在定义域中的某一个区间内讨论. 有的函数在其定义域内无界,但在给定区间上可能是有界的.

例如:函数 $y=\frac{1}{x}$,在 $(0,+\infty)$ 内是无界的,而在 $(1,3)$ 内恒有 $\left|\frac{1}{x}\right|\leqslant 1$,所以在 $(1,3)$ 内 $y=\frac{1}{x}$ 是有界函数.

习题 1-1

1. $y=\frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $y=x+1$ 是同一函数吗?为什么?

2. 求下列函数的定义域:

(1) $y=\log_a(x^2+x-3)$; (2) $y=\sqrt{1-x}+\frac{1}{x+1}$;

(3) $y=\sin\sqrt{x}+\sqrt{3-x}$; (4) $y=\sqrt{\log_2(x-2)}+\frac{1}{x-3}$.

3. 求下列函数的值:

(1) 已知 $f(x)=x^2-2x+4$,求 $f(0)$、$f(\frac{1}{x})$、$f(a+1)$;

(2) 已知 $f(x)=\begin{cases}1+x, & x\leqslant 0\\ 2, & x>0\end{cases}$,求 $f(\frac{1}{2})$、$f(-1)$、$f(0)$.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-x-1, & x<0\\ x+1, & x\geqslant 0\end{cases}$,(1) 求 $f(x)$ 的定义域;(2) 作 $f(x)$ 的图像.

第二节 初等函数

一、基本初等函数

我们把常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本

初等函数．

(1) 常数函数　　$y = C$　(C 为常数)

(2) 幂函数　　$y = x^{\alpha}$(α 为实数)

(3) 指数函数　　$y = a^{x}$($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

(4) 对数函数　　$y = \log_{a}x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

(5) 三角函数　　$y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x, y = \sec x, y = \csc x$

(6) 反三角函数　　$y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$

以上六种函数的性质、图形很重要，可在书后预备知识中查到．

二、复合函数

定义 1　设 y 是 u 的函数：$y = f(u)$，u 是 x 的函数：$u = \varphi(x)$．如果 $u = \varphi(x)$ 的值域或其部分(使 $y = f(u)$ 有定义)包含在 $y = f(u)$ 的定义域中，则 y 通过中间变量 u 构成 x 的函数，这个函数称为由 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 构成的复合函数，记为

$$y = f[\varphi(x)],$$

其中，x 是自变量，u 是中间变量．

例如，函数 $y = \arcsin(2x + 1)$ 是由 $y = \arcsin u$ 和 $u = 2x + 1$ 从外向内复合而成的；$y = \sqrt{x^2 - 1}$ 是由 $y = \sqrt{u}$ 和 $u = x^2 - 1$ 复合而成的．

对于复合函数，我们做以下说明：

(1) 不是任意两个函数都可以构成一个复合函数．例如 $y = \ln u$ 和 $u = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 就不能构成复合函数，因为 $u = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 的值域是 $u < 0$，而 $y = \ln u$ 的定义域是 $u > 0$，所以 $u = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 的定义域(全体实数)中的任一 x(实数)，都不能使 $y = \ln u$ 和 $u = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 有意义，即对应法则 $y = \ln(x - \sqrt{x^2 + 1})$ 无定义域，不能构成函数，故 $y = \ln u$ 与 $u = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 不能构成复合函数．

(2) 复合函数不仅可以有一个中间变量，还可以有多个中间变量，通过这些中间变量经过多次复合产生多重复合函数．例如 $y = f(u)$，$u = g(w)$，$w = h(x)$，则 $y = f\{g[h(x)]\}$ 是通过两个中间变量 u, w 复合而成的复合函数．对于这样的函数可借助复合链 $y - u - w - x$ 寻找规律，使复合过程自然反映出来．

(3) 复合函数不一定是由纯粹的基本初等函数复合而成，而经常是由基本初等函数经过四则运算形成的简单函数所构成，这样，复合函数的合成和分解往往是对简单函数来说的．

例 1　已知 $y = \sqrt{\varphi}$，$\varphi = 2x^3 + 5$，将 y 表示成 x 的函数．

解　将 $\varphi = 2x^3 + 5$ 代入 $y = \sqrt{\varphi}$，可得 $y = \sqrt{2x^3 + 5}$.

例 2　已知 $y = \ln u$，$u = 4 - \varphi^2$，$\varphi = \cos x$，将 y 表示成 x 的函数．

解　将 $\varphi = \cos x$ 代入 $u = 4 - \varphi^2$，可得 $u = 4 - \cos^2 x$；将 $u = 4 - \cos^2 x$ 代入 $y = \ln u$，可得 $y = \ln(4 - \cos^2 x)$.

例 3　指出下列函数的复合过程．

(1) $y = \sqrt[5]{1 - x^2}$；(2) $y = [\log_5(x^2 + 3)]^3$；(3) $y = \arcsin\sqrt{\ln(x^2 - 1)}$.

解　(1) 设 $u = 1 - x^2$，则函数 $y = \sqrt[5]{1 - x^2}$ 由 $y = \sqrt[5]{u}$，$u = 1 - x^2$ 复合而成；