全新升级版

全国十二大考研辅导机构指定用书

2013 李永乐·王式安考研数学系列

数学基础过关660题

数学一

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660TI (SHUXUEYI)

主编 李永乐 王式安

编委 "高数"：李正元 武忠祥 刘西垣 蔡燧林
"线代"：李永乐 胡金德 "概率论"：王式安

一线名师强强联手 权威打造实力精品
典型习题精选精编 难度适中题量适当
解答精准评注点睛 全面指导解题思路
循序渐进稳步提升 基础过关举一反三

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

全国十二大考研辅导机构指定用书

2013李永乐·王式安考研数学系列

数学基础过关660题

数学一

SHUXUE JICHU GUOGUAN 660TI (SHUXUEYI)

主编 李永乐 王式安

编委：北京理工大学 王式安
北京大学 刘西垣
北京大学 李正元
清华大学 李永乐
西安交通大学 武忠祥
清华大学 胡金德
浙江大学 蔡燧林
(按姓氏笔画排序)

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

2012年全国硕士生入学统一考试数学基础过关660题.
1/李永乐主编.—西安:西安交通大学出版社,
2010.2

(金榜考研系列丛书.数学篇)
ISBN 978-7-5605-3444-2

Ⅰ.①2… Ⅱ.①李… Ⅲ.①高等数学—研究生—入
学考试—习题 Ⅳ.①013-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第019381号

敬告读者

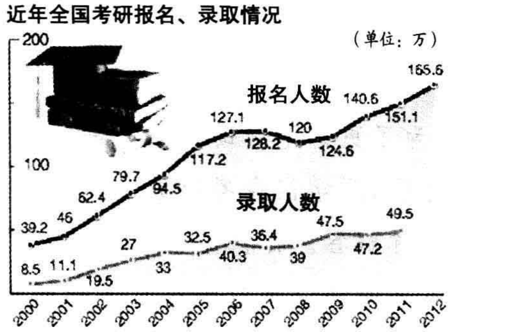
本书封面贴有专用防伪标识,凡有防伪标识的为正版图书,请读者注意识别。

数学基础过关660题(数学一)

主　　编:李永乐
策　　划:张伟　陈丽
责任编辑:李海丽　田华　刘雅洁
装帧设计:金榜图文设计室
出版发行:西安交通大学出版社
地　　址:西安市兴庆南路10号(邮编:710049)
电　　话:(029)82668315　82669096(总编办)
　　　　　(029)82668357　82667874(发行部)
印　　刷:保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本:787mm×1092mm　1/16
印　　张:23
字　　数:545千字
版　　次:2012年2月第3版
印　　次:2012年2月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5605-3444-2/O·314
定　　价:45元

图书如有印装质量问题,请与印刷厂联系调换　　电话:(010)82570560

前 言



2012年更是创纪录的165.6万人，同学们考研面临激烈竞争

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书，从2002年至今，已出版11年了，十多年来，得到了广大考生的信任与好评，成为考生心目中基础复习必备题集。2013版《660题》在2012版的基础上，进行了修订和调整，精益求精，全新升级，力争给考生们的复习带来更大的益处。

本书内容包括高等数学、线性代数、概率论与数理统计，题型为选择题(465)与填空题(335)。在题目的编制设计上，我们有两个基本构思：一是选择题与填空题的模拟题，二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看，数学一的选择题、填空题难度系数如下：

	2009年	2010年	2011年
选择题	0.638	0.613	0.642
填空题	0.447	0.538	0.502

是不是丢分丢得有点多了？对于往届考生的失误要引以为戒，应当重视选择题、填空题的复习吧。

针对大多数考生基础薄弱，很长时间没有复习数学的事实，加大数学复习的强度是有必要的，一定量的练习是必不可少的。本书从各科的难度和需要考生掌握的程度出发，对各科的题目相应的增加，总题目数增至800题，对一些旧、难题重新编写。是一本不可多得的复习用书。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”，而“考查考生对基础知识的掌握程度，是数学考试的重要目标之一”，同时“由于数学学科本身的特点，考生的数学成绩历来相关较大，这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来，一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉，而恰恰是因对数学大纲中规

定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺,甚至有所偏废所致”。因此,希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习,心态要平和,戒浮躁,要循序渐进,不断积累,逐步提高。

另外,为了更好地帮助同学们进行复习,“李永乐考研数学辅导团队”特在网络上开设答疑专区,同学们在考研数学复习中,如若遇到任何问题,即可在线留言,团队老师将尽心为你解答。详情见“金榜教育网”首页(www.jinbangjiaoyu.com)。

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处,恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利,心想事成,考研成功!

编　者

2012 年 2 月

目 录

第1部分 选择题

第2部分 填空题

第1部分

选 择 题

高等数学

1 设$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=+\infty$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=+\infty$，$\lim\limits_{x\to x_0}h(x)=A$，则下列命题中不正确是

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+g(x))=+\infty$.　　(B) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)h(x))=\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)+h(x))=+\infty$.　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0}(f(x)g(x))=+\infty$.

2 下列叙述正确的是

(A) 如果 $f(x)$ 在 x_0 某邻域内无界，则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$.

(B) 如果$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$，则 $f(x)$ 在 x_0 某邻域内无界.

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在，则$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=\infty$.

(D) 如果$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$，则$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1}{f(x)}=\infty$.

3 设$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$，$\lim\limits_{x\to a}g(x)$ 不 $\exists$，$\lim\limits_{x\to a}h(x)$ 不 $\exists$，则下列结论中正确的是

(A) $\lim\limits_{x\to a}f(x)\cdot g(x)$ 不 $\exists$.　　(B) $\lim\limits_{x\to a}(g(x)+h(x))$ 不 $\exists$.

(C) $\lim\limits_{x\to a}(h(x)\cdot g(x))$ 不 $\exists$.　　(D) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{1}{x-a}\sin\dfrac{1}{x-a}+f(x)\right)$不 $\exists$.

4 下列命题中正确的是

(A) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\geqslant\lim\limits_{x\to x_0}g(x)\Rightarrow\exists\delta>0$，当$0<|x-x_0|<\delta$时$f(x)\geqslant g(x)$.

(B) 若 $\exists\delta>0$ 使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时有 $f(x)>g(x)$ 且$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A_0$，$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=B_0$ 均 $\exists$，则 $A_0>B_0$.

(C) 若 $\exists\delta>0$，当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时 $f(x)>g(x)\Rightarrow\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\geqslant\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$.

(D) 若$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)>\lim\limits_{x\to x_0}g(x)\Rightarrow\exists\delta>0$，当$0<|x-x_0|<\delta$时有$f(x)>g(x)$.

5 下列命题中不正确的是

(A) 数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+l}=a$. 其中 l 为某个确定的正整数.

(B) 数列$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n-1}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n}=a$.

(C) 数列 x_n 收敛(即 $\exists$ 极限$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$)，则 x_n 有界.

(D) $f(x)$ 定义于$(a,+\infty)$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$，则 $f(x)$ 在$(a,+\infty)$有界.

6 设 $x_n\leqslant z_n\leqslant y_n$，且$\lim\limits_{n\to\infty}(y_n-x_n)=0$，则$\lim\limits_{n\to\infty}z_n$

(A) 存在且等于零.　　(B) 存在但不一定等于零.

(C) 不一定存在.　　(D) 一定不存在.

7　$f(x)=\dfrac{\sin\pi x}{x-1}e^{\frac{1}{(x-1)^3}}$,则当 $x\to 1$ 时有

(A) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=-\pi$.　　(B) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=\infty$.　　(D) $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 不存在,且$\lim\limits_{x\to 2}f(x)\neq\infty$.

8　若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x-(\tan x)f(x)}{x^3}=0$,则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6-f(x)}{x^2}=$

(A)0.　　(B)36.　　(C)38.　　(D)∞.

9　$I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(xe^x)-e^{-\frac{x^2}{2}e^{2x}}}{x^4}=$

(A)0.　　(B)$-\dfrac{1}{6}$.　　(C)$-\dfrac{1}{8}$.　　(D)$-\dfrac{1}{12}$.

10　已知 $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ax^2+bx+1-e^{x^2-2x}}{x^2}=2$,则

(A)$a=5,b=-2$.　　(B)$a=-2,b=5$.

(C)$a=2,b=0$.　　(D)$a=3,b=-3$.

11　下列各题计算过程中正确无误的是

(A) 数列极限$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln n}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\ln n)'}{n'}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0$.

(B) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin\pi x}{3x^2-2x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\pi\cos\pi x}{6x-2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\pi^2\sin\pi x}{6}=0$.

(C) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin\dfrac{1}{x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x\sin\dfrac{1}{x}-\cos\dfrac{1}{x}}{\cos x}$ 不存在.

(D) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+\sin x}{x-\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}=\infty$.

12　设 $x\to 0$ 时 $f(x)=ax^2+bx$ 与 $g(x)=\int_0^{\sin x}(e^{x^2}-1)dx$ 等价,其中 a,b 为常数,则

(A)$a=\dfrac{1}{3},b=1$.　　(B)$a=3,b=0$.

(C)$a=\dfrac{1}{3},b=0$.　　(D)$a=1,b=0$.

13　设 $x\to 0$ 时 $f(x)=\ln(1+x^2)-\ln(1+\sin^2x)$ 是 x 的 n 阶无穷小,则正整数 n 等于

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

14 设 $x\to a$ 时 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别是 $x-a$ 的 n 阶与 m 阶无穷小，则下列命题

①$f(x)g(x)$ 是 $x-a$ 的 $n+m$ 阶无穷小.

② 若 $n>m$，则 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 是 $x-a$ 的 $n-m$ 阶无穷小.

③ 若 $n\leqslant m$，则 $f(x)+g(x)$ 是 $x-a$ 的 n 阶无穷小.

中，正确的个数是

(A)1. (B)2. (C)3. (D)0.

15 以下极限等式(若右端极限存在，则左端极限存在且相等) 成立的个数是

(1) 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=0(i=1,2)$ 且 $f_1(x)\sim f_2(x)(x\to a)$，又 $\lim\limits_{x\to a}g(x)=\infty$，则 $\lim\limits_{x\to a}(1+f_1(x))^{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}(1+f_2(x))^{g(x)}$.

(2) 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0$，$f_i(x)>0$，$(0<|x-a|<\delta)$，$i=1,2$，且 $f_1(x)\sim f_2(x)$，$g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$，则 $\lim\limits_{x\to a}f_1(x)^{g_1(x)}=\lim\limits_{x\to a}f_2(x)^{g_2(x)}$.

(3) 设 $\lim\limits_{x\to a}f_i(x)=\lim\limits_{x\to a}g_i(x)=0(i=1,2)$，$\lim\limits_{x\to a}h(x)=0$，$f_1(x)\sim f_2(x)$，$g_1(x)\sim g_2(x)(x\to a)$ 又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_1(x)}{g_1(x)}=r\neq 1$，则 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_1(x)-g(x)}{h(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_2(x)-g_2(x)}{h(x)}$.

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

16 设 $f(x)=\begin{cases}(x+1)\arctan\dfrac{1}{x^2-1}, & x\neq\pm 1,\\ 0, & x=\pm 1,\end{cases}$ 则

(A) $f(x)$ 在点 $x=1$ 连续，在点 $x=-1$ 间断.

(B) $f(x)$ 在点 $x=1$ 间断，在点 $x=-1$ 连续.

(C) $f(x)$ 在点 $x=1$，$x=-1$ 都连续.

(D) $f(x)$ 在点 $x=1$，$x=-1$ 都间断.

17 设数列极限函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\arctan\left(1+\dfrac{x^{2n}}{1+x^n}\right)$，则 $f(x)$ 的定义域 I 和 $f(x)$ 的连续区间 J 分别是

(A) $I=(-\infty,+\infty)$，$J=(-\infty,+\infty)$.

(B) $I=(-1,+\infty)$，$J=(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(C) $I=(-1,+\infty)$，$J=(-1,+\infty)$.

(D) $I=(-1,1)$，$J=(-1,1)$.

18 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $f(x)$ 在 x_0 间断，则在点 x_0 处必定间断的函数是

(A) $f(x)\sin x$. (B) $f(x)+\sin x$.

(C) $f^2(x)$. (D) $|f(x)|$.

19 “$f(x)$ 在 x_0 点连续”是 $|f(x)|$ 在 x_0 点连续的

(A) 充分条件,但不是必要条件.　　(B) 必要条件,但不是充分条件.

(C) 充分必要条件.　　(D) 既不是充分,也不是必要条件.

20 函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}$ 的间断点及类型是

(A) $x=1$ 为第一类间断点,$x=-1$ 为第二类间断点.

(B) $x=\pm 1$ 均为第一类间断点.

(C) $x=1$ 为第二类间断点,$x=-1$ 为第一类间断点.

(D) $x=\pm 1$ 均为第二类间断点.

21 下列命题

①$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 连续.

②$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 不连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 不连续.

③$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 不连续.

④$\varphi(x)$ 在 $x=x_0$ 不连续,$f(u)$ 在 $u=u_0=\varphi(x_0)$ 不连续,则 $f(\varphi(x))$ 在 $x=x_0$ 可能连续.

中正确的个数是

(A)1.　　(B)2.　　(C)3.　　(D)4.

22 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续,则 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A(\exists)$ 是 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 有界的

(A) 充分非必要条件.　　(B) 必要非充分条件.

(C) 充要条件.　　(D) 既非充分又非必要条件.

23 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续,则“$\exists\, x_n\in[a,+\infty)$ 有 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$ 且 $\lim\limits_{n\to\infty}f(x_n)=\infty$”是 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 无界的

(A) 充分非必要条件.　　(B) 必要非充分条件.

(C) 充要条件.　　(D) 既非充分又非必要条件.

24 下列函数中在 $[1,+\infty)$ 无界的是

(A) $f(x)=x^2\sin\dfrac{1}{x^2}$.　　(B) $f(x)=\sin x^2+\dfrac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$.

(C) $f(x)=x\cos\sqrt{x}+x^2e^{-x}$.　　(D) $f(x)=\dfrac{\arctan\dfrac{1}{x}}{x^2}$.

25 设 α 是实数,$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^\alpha}\cos\dfrac{1}{x-1} & x>1\\ 0 & x\leqslant 1\end{cases}$

$f(x)$ 在 $x=1$ 处可导,则 α 的取值为

(A) $\alpha<-1$.　　(B) $-1\leqslant\alpha<0$.

(C) $0\leqslant\alpha<1$.　　(D) $\alpha\geqslant 1$.

26 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x^2}{x^3}, & x>0,\\ g(x)\arcsin^2 x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

(A) 极限不存在. (B) 极限存在，但不连续.

(C) 连续，但不可导. (D) 可导.

27 设 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 $f(0)=f'(0)=0$，$f''(x)>0$，又设 $u=u(x)$ 是曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x,f(x))$ 处的切线在 x 轴上的截距，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{u(x)}=$

(A)1. (B)2. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D)0.

28 设存在常数 $K>0$ 使得

$$|f(x_2)-f(x_1)|\leqslant K|x_2-x_1|^2 \quad (\forall x_1,x_2\in(a,b))$$ 则

(A) $f(x)$ 在 (a,b) 有间断点.

(B) $f(x)$ 在 (a,b) 连续，但有不可导点.

(C) $f(x)$ 在 (a,b) 可导，$f'(x)\neq 0$.

(D) $f(x)$ 在 (a,b) 可导，$f'(x)\equiv 0$.

29 设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 (a,b) 上可导，考虑下列叙述：

(1) 若 $f(x)>g(x)$，则 $f'(x)>g'(x)$

(2) 若 $f'(x)>g'(x)$ 则 $f(x)>g(x)$

则

(A)(1)、(2) 都正确. (B)(1)、(2) 都不正确.

(C)(1) 正确，但(2) 不正确. (D)(2) 正确，但(1) 不正确.

30 设 $f(x)$ 是以 3 为周期的函数且 $f'(2)=-1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{h}{f(5-2h)-f(5)}$ 等于

(A)2. (B) -2. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $-\dfrac{1}{2}$.

31 设 $y=f(x)$ 在 (a,b) 可微，则下列结论中正确的个数是

① $x_0\in(a,b)$，若 $f'(x_0)\neq 0$，则 $\Delta x\to 0$ 时 $\mathrm{d}y\Big|_{x=x_0}$ 与 Δx 是同阶无穷小.

② $\mathrm{d}f(x)$ 只与 $x\in(a,b)$ 有关.

③ $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则 $\mathrm{d}y\neq\Delta y$.

④ $\Delta x\to 0$ 时，$\mathrm{d}y-\Delta y$ 是 Δx 的高阶无穷小.

(A)1. (B)2. (C)3. (D)4.

32 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 存在二阶导数,且 $f(x)=f(-x)$,当 $x<0$ 时有 $f'(x)<0$,$f''(x)>0$,则当 $x>0$ 时,有:

(A) $f'(x)<0,f''(x)>0$. (B) $f'(x)>0,f''(x)<0$.

(C) $f'(x)>0,f''(x)>0$. (D) $f'(x)<0,f''(x)<0$.

33 设 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f'(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f'(x)=a$,则

(A) $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必可导且 $f'(x_0)=a$.

(B) $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必连续,但未必可导.

(C) $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处必有极限但未必连续.

(D) 以上结论都不对.

34 设 $f(x)=\begin{cases}g(x), & x_0-\delta<x\leqslant x_0,\\ h(x), & x_0<x<x_0+\delta,\end{cases}$ δ 为大于零的常数又 $g'_-(x_0)$,$h'_+(x_0)$ 均存在,则 $g(x_0)=h(x_0)$,$g'_-(x_0)=h'_+(x_0)$ 是 $f(x)$ 在 x_0 可导的

(A) 充分非必要条件. (B) 必要非充分条件.

(C) 充分必要条件. (D) 非充分非必要条件.

35 设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导,则函数 $|f(x)|$ 在点 $x=a$ 处不可导的充分必要条件是:

(A) $f(a)=0$,且 $f'(a)=0$. (B) $f(a)=0$,且 $f'(a)\neq 0$.

(C) $f(a)>0$,且 $f'(a)>0$. (D) $f(a)<0$,且 $f'(a)<0$.

36 设 $f(x)=|(x-1)(x-2)^2(x-3)^3|$,则 $f'(x)$ 不存在的点个数是

(A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

37 设 $F(x)=g(x)\varphi(x)$,$x=a$ 是 $\varphi(x)$ 的跳跃间断点,$g'(a)$ 存在,则 $g(a)=0$,$g'(a)=0$ 是 $F(x)$ 在 $x=a$ 处可导的

(A) 充分必要条件. (B) 充分非必要条件.

(C) 必要非充分条件. (D) 非充分非必要条件.

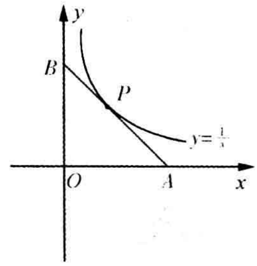
38 函数 $f(x)=(x^2+x-2)|\sin 2\pi x|$ 在 $(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$ 区间上不可导点的个数是

(A)3. (B)2. (C)1. (D)0.

39 在曲线 $y=x^2+x+1$ 上横坐标为 $x_1=0$,$x_2=-1$,$x_3=-\frac{1}{2}$ 三点处的法线交点的个数为

(A)1. (B)2. (C)3. (D)0.

40 在曲线 $y=\frac{1}{x}(0<x<+\infty)$ 上任一点 $P(x,y)$ 处作切线，该切线分别交 x 轴与 y 轴于 A 和 B(如右图所示)，则



(A) $\overline{PA}<\overline{PB}$.
(B) $\overline{PA}=\overline{PB}$.
(C) $\overline{PA}>\overline{PB}$.
(D) $\overline{PA},\overline{PB}$ 的大小关系与 P 的位置有关.

41 设 $f(x)=|x|\sin^2 x$，则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 $n=$

(A)0.　(B)1.　(C)2.　(D)3.

42 设 $f(x)$ 在 x_0 可导，且 $f'(x_0)>0$，则 $\exists\,\delta>0$，使得

(A) $f(x)$ 在 $(x_0-\delta,x+\delta)$ 单调上升.
(B) $f(x)>f(x_0),x\in(x_0-\delta,x_0+\delta),x\neq x_0$.
(C) $f(x)>f(x_0),x\in(x_0,x_0+\delta)$.
(D) $f(x)<f(x_0),x\in(x_0,x_0+\delta)$.

43 下列函数 $f(x)$ 中，导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处不连续的是

(A) $f(x)=\begin{cases}x^{\frac{4}{3}}\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$.　(B) $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$.

(C) $f(x)=\begin{cases}\frac{e^x-1}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$.　(D) $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1+x)}{x}, & x\neq 0,\\ 1, & x=0,\end{cases}$.

44 设 $f(x)$ 一阶可导，$f(x)>0,f'(x)>0$，则当 $\Delta x>0$ 时

(A) $\int_x^{x+\Delta x}f(t)\mathrm{d}t>f(x)\Delta x>0$.　(B) $\int_x^{x+\Delta x}f(t)\mathrm{d}t<f(x)\Delta x<0$.

(C) $f(x)\Delta x>\int_x^{x+\Delta x}f(t)\mathrm{d}t>0$.　(D) $f(x)\Delta x<\int_x^{x+\Delta x}f(t)\mathrm{d}t<0$.

45 设 $f(x)$ 对一切 $x\in(-\infty,+\infty)$ 满足方程 $(x-1)f''(x)+2(x-1)[f'(x)]^3=1-e^{1-x}$，且 $f(x)$ 在 $x=a(a\neq 1)$ 处 $f'(a)=0$，则 $x=a$

(A) 是 $f(x)$ 的极小值点.　(B) 是 $f(x)$ 的极大值点.
(C) 不是 $f(x)$ 的极值点.　(D) 是 $f(x)$ 的拐点.

46 数列 $1,\sqrt{2},\sqrt[3]{3},\cdots\cdots,\sqrt[n]{n},\cdots$ 的最大项为

(A) $\sqrt{2}$.　(B) $\sqrt[3]{3}$.　(C) $\sqrt[4]{4}$.　(D) $\sqrt[5]{5}$.

47 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 连续,又 $f(x)$ 在 $[a,x_0]$ 单调上升,在 $[x_0,+\infty)$ 单调下降,$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=l$,则 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上相应的值域是

(A) $[f(a),f(x_0)]$.　　(B) $[l,f(x_0)]$.

(C) $(l,f(x_0)]$.　　(D) 以上均不对.

48 以下四个命题中,正确的是

(A) 若 $f'(x)$ 在 $(0,1)$ 内连续,则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界.

(B) 若 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内连续,则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界.

(C) 若 $f'(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界,则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界.

(D) 若 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界,则 $f'(x)$ 在 $(0,1)$ 内有界.

49 设 $f(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 可导,则 $f'(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 有界是 $f(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 有界的

(A) 必要非充分条件.　　(B) 充分非必要条件.

(C) 充分且必要条件.　　(D) 既非充分也非必要条件.

50 设 $f(x)$ 处处可导,则下面命题正确的是

(A) 若 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$.

(B) $\lim\limits_{x\to-\infty}f'(x)=-\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$.

(D) $\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=+\infty$,则必有 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

51 设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 二阶可导,满足 $f(0)=0$,$f''(x)<0(x>0)$,又设 $b>a>0$,则 $a<x<b$ 时恒有

(A) $af(x)>xf(a)$.　　(B) $bf(x)>xf(b)$.

(C) $xf(x)>bf(b)$.　　(D) $xf(x)>af(a)$.

52 设 $f(x)$ 在 $(1-\delta,1+\delta)$ 内存在导数,$f'(x)$ 严格单调减少,且 $f(1)=f'(1)=1$,则

(A) 在 $(1-\delta,1)$ 和 $(1,1+\delta)$ 内均有 $f(x)<x$.

(B) 在 $(1-\delta,1)$ 和 $(1,1+\delta)$ 内均有 $f(x)>x$.

(C) 在 $(1-\delta,1)$ 内有 $f(x)<x$,在 $(1,1+\delta)$ 内有 $f(x)>x$.

(D) 在 $(1-\delta,1)$ 内有 $f(x)>x$,在 $(1,1+\delta)$ 内有 $f(x)<x$.

53 设 $f(x)$ 具有二阶连续导数,且 $f'(1)=0$,$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f''(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2}$,则

(A) $f(1)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

(B) $f(1)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

(C) $(1,f(1))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标.

(D) $f(1)$ 不是 $f(x)$ 的极值,$(1,f(1))$ 也不是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标.

54 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 可导，$f(a)=\max\limits_{[a,b]} f(x)$，则

(A) $f'_+(a)=0$.　　(B) $f'_+(a)\geqslant 0$.

(C) $f'_+(a)<0$.　　(D) $f'_+(a)\leqslant 0$.

55 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 可导，$x_0\neq 0$，$(x_0,f(x_0))$ 是 $y=f(x)$ 的拐点，则

(A) x_0 必是 $f'(x)$ 的驻点.

(B) $(-x_0,-f(x_0))$ 必是 $y=-f(-x)$ 的拐点.

(C) $(-x_0,-f(-x_0))$ 必是 $y=-f(x)$ 的拐点.

(D) 对 $\forall x>x_0$ 与 $x<x_0$，$y=f(x)$ 的凹凸性相反.

56 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义，则下述命题中正确的是

(A) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上可导且单调增加，则对一切 $x\in(-\infty,+\infty)$，都有 $f'(x)>0$.

(B) 若 $f(x)$ 在点 x_0 处取得极值，则 $f'(x_0)=0$.

(C) 若 $f''(x_0)=0$，则 $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点坐标.

(D) 若 $f'(x_0)=0$，$f''(x_0)=0$，$f'''(x_0)\neq 0$，则 x_0 一定不是 $f(x)$ 的极值点.

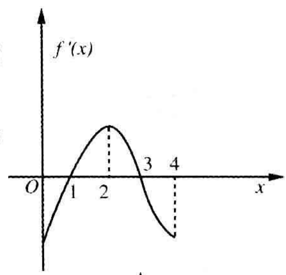
57 设 $[0,4]$ 区间上 $y=f(x)$ 的导函数的图形如图所示，则 $f(x)$

(A) 在 $[0,2]$ 单调上升且为凸的，在 $[2,4]$ 单调下降且为凹的.

(B) 在 $[0,1]$，$[3,4]$ 单调下降，在 $[1,3]$ 单调上升，在 $[0,2]$ 是凹的，$[2,4]$ 是凸的.

(C) 在 $[0,1]$，$[3,4]$ 单调下降，在 $[1,3]$ 单调上升，在 $[0,2]$ 是凸的，在 $[2,4]$ 是凹的.

(D) 在 $[0,2]$ 单调上升且是凹的，在 $[2,4]$ 单调下降且是凸的.



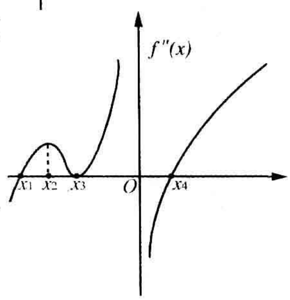
58 函数 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 连续，其二阶导函数的图形如图所示，则 $y=f(x)$ 的拐点的个数是

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.



59 曲线 $y=1-x+\sqrt{\dfrac{x^3}{3+x}}$

(A) 既有垂直又有水平与斜渐近线.　　(B) 仅有垂直渐近线.

(C) 只有垂直与水平渐近线.　　(D) 只有垂直与斜渐近线.

60 设 $f(x)=\arctan x-\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{2x}{1+x^2}\ (x\geqslant 1)$. 则

(A) $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 单调增加.　　(B) $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 单调减少.