

# 高等数学 习题集

上海建桥学院数学教研室 编

工科类 · 经管类

# 高等数学习题集

上海建桥学院数学教研室 编



上海财经大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题集/上海建桥学院数学教研室编. —上海:上海财经大学出版社, 2011. 8

ISBN 978-7-5642-1138-7/F · 1138

I. ①高… II. ①上… III. ①高等数学-高等学校-习题集  
IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 148132 号

- ☐ 责任编辑 袁 敏
- ☐ 封面设计 张克瑶
- ☐ 责任校对 赵 伟  
胡 芸

GAODENG SHUXUE XITIJI

高等数学习题集

上海建桥学院数学教研室 编

---

上海财经大学出版社出版发行  
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)  
网 址: <http://www.sufep.com>  
电子邮箱: [webmaster@sufep.com](mailto:webmaster@sufep.com)

全国新华书店经销

上海惠顿实业公司印刷装订

2011 年 8 月第 1 版 2011 年 8 月第 1 次印刷

---

787mm×1092mm 1/16 16.5 印张 211 千字

印数: 0 001—4 000 定价: 30.00 元

# 前 言

《高等数学习题集》是与同济大学数学系编《高等数学》(第六版)及吴赣昌主编《微积分》(经管类·第三版)配套的新建本科院校工科类和经管类各专业学生综合性复习、练习用书。由于编写的独立性风格,也可作为使用其他高等数学主教材的本科学生自我检测用书,同时,适当兼顾使用上述主教材的教师教学参考的需要。

本书的定位既符合非数学类专业基础课程教学指导分委员会制定的新的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”和“经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”,也适合当前我国新建本科的教学要求的需要。

本书编写以“强化概念,熟练运算,适度论证,加强应用”为宗旨,在综合考虑工科类与经管类教材的基础上,全书共有10章、103次作业(详见目录)。每次课后作业(2页)既便于学生练习,又便于教师批阅。习题中既有上述两类学生练习的通用题,也有专供工科类或经管类学生单独使用的习题。工科类、经管类习题分别在题号上或相关节号上加“ $\Delta$ ”、“ $\circ$ ”以示区分,通用题不加记号。本书亦工亦管有利于相互渗透,加强通识教育。

本书为加强滚动复习,每章都安排了自我检测题,为实施不同层次教学的需要,使学有余力的学生更快提高,每章都编撰了不同数量的提高题。书中较多的检测训练题有利于读者理解基本概念,熟练基本运算,掌握基本内容,增强应用能力,为全面提高学生的数学素养和继续深造打下基础。书末附有习题答案与提示。

本书是在上海建桥学院数学教研室编撰的工科类、经管类《高等数学课外练习题册》的基础上,经5届学生使用并经4次修改后定稿的。书中吸收了同济大学、上海大学、上海第二工业大学等高校老师的意见以及历届学生的反馈信息。

参加本书编写工作的老师按章节依次为:邵婉鸣(第一、第三章);董鸽(第二章);袁凌云(第四、第五章);陈丹梅(第六章);李生文(第七、第九章);王美娟(第八章);程祖德(第十章)。由李生文、王美娟总体策划和技术处理。

本书的编写和出版得到了上海建桥学院有关领导的大力支持和帮助,得到了在上海建桥学院执教的其他院校同行的大力支持和帮助,得到了上海财经大学出版社的大力支持和帮助,在此我们一并表示衷心感谢。

由于编写水平所限,书中不足和考虑不周之处肯定不少,错误在所难免,我们期待专家、同行和读者的批评指正,使本书在教学实践中日臻完善。

编者

2011年7月

# 目 录

## 前 言/1

## 第一章 函数与极限/1

【习题 1-1(1)】 函数/3

【习题 1-1(2)】 初等函数/5

【习题 1-1(3)】 常用经济函数/7

【习题 1-2】 数列极限/9

【习题 1-3】 函数极限/11

【习题 1-4】 无穷小与无穷大/13

【习题 1-5】 极限运算法则/15

【习题 1-6】 极限存在准则 两个重要极限/19

【习题 1-7】 无穷小的比较/21

【习题 1-8】 函数的连续性与间断点/23

【习题 1-9】 连续函数的运算与初等函数连续性/25

自我检测题(一)/27

提高题(一)/29

## 第二章 导数与微分/31

【习题 2-1(1)】 导数概念/33

【习题 2-1(2)】 导数概念/35

【习题 2-2(1)】 函数的求导法则/37

【习题 2-2(2)】 函数的求导法则/39

【习题 2-3】 高阶导数/41

【习题 2-4】 隐函数及由参数方程所确定函数的导数/43

【习题 2-5】 函数的微分/45

自我检测题(二)/47

提高题(二)/49

## 第三章 微分中值定理与导数应用/51

【习题 3-1】 微分中值定理/53

【习题 3-2】 洛必达法则/55

【习题 3-4】 函数的单调性与曲线的凹凸性/57

【习题 3-5】 函数的极值与最大值最小值/59

【习题 3-6】 描绘函数的图形/61

△【习题 3-7】 曲率/63

○【习题 3-8】 导数在经济学中的应用/65

自我检测题(三)/67

提高题(三)/69

#### 第四章 不定积分/71

【习题 4-1】 不定积分的概念与性质/73

【习题 4-2(1)】 第一类换元法/75

【习题 4-2(2)】 第二类换元法/77

【习题 4-3】 分部积分法/79

【习题 4-4】 有理函数的积分/81

自我检测题(四)/83

提高题(四)/84

#### 第五章 定积分及其应用/85

【习题 5-1】 定积分的概念与性质/87

【习题 5-2】 微积分基本公式/89

【习题 5-3(1)】 定积分的换元积分法/91

【习题 5-3(2)】 定积分的分部积分法/93

【习题 5-4】 反常积分/95

【习题 5-5】 定积分在几何学上的应用/97

○【习题 5-6】 定积分在经济分析中的应用/99

△【习题 5-7】 定积分在物理学上的应用/101

自我检测题(五)/103

提高题(五)/105

#### 第六章 空间解析几何与向量代数/107

△【习题 6-1】 向量及其线性运算/109

△【习题 6-2】 数量积 向量积/111

△【习题 6-3】 曲面及其方程/113

△【习题 6-4】 空间曲线及其方程/115

△【习题 6-5】 平面及其方程/117

△【习题 6-6】 空间直线及其方程/119

自我检测题(六)/121

提高题(六)/123



## 第七章 多元函数微分学及其应用/125

- 【习题 7-0】 空间解析几何简介/127
- 【习题 7-1】 多元函数的基本概念/129
- 【习题 7-2(1)】 偏导数/131
- 【习题 7-2(2)】 偏导数/133
- 【习题 7-3】 全微分/135
- 【习题 7-4】 多元复合函数求导法则/137
- 【习题 7-5】 隐函数的求导公式/139
- △【习题 7-6】 多元函数微分学的几何应用/141
- △【习题 7-7】 方向导数与梯度/143
- 【习题 7-8(1)】 多元函数的极值及其求法/145
- 【习题 7-8(2)】 多元函数的极值及其求法/147
- 自我检测题(七)/149
- 提高题(七)/151

## 第八章 多元函数积分学及其应用/153

- 【习题 8-1】 二重积分的概念与性质/155
- 【习题 8-2(1)】 二重积分的计算法——利用直角坐标计算/157
- 【习题 8-2(2)】 二重积分的计算法——利用极坐标计算/159
- △【习题 8-3】 三重积分/161
- △【习题 8-4】 重积分的应用/163
- △【习题 8-5】 对弧长的曲线积分/165
- △【习题 8-6】 对坐标的曲线积分/167
- △【习题 8-7】 格林公式及其应用/169
- △【习题 8-8】 对面积的曲面积分/171
- △【习题 8-9】 对坐标的曲面积分/173
- △【习题 8-10】 高斯公式/175
- 自我检测题(八)/177
- 提高题(八)/179

## 第九章 无穷级数/181

- 【习题 9-1】 常数项级数的概念与性质/183
- 【习题 9-2(1)】 常数项级数的审敛法——正项级数及其审敛法/185
- 【习题 9-2(2)】 常数项级数的审敛法——正项级数及其审敛法/187
- 【习题 9-2(3)】 交错级数及其审敛法——绝对收敛与条件收敛/189
- 【习题 9-3】 幂级数/191
- 【习题 9-4】 函数展开成幂级数/193
- △【习题 9-5】 傅立叶级数/195
- △【习题 9-6】 一般周期函数的傅立叶级数/197

自我检测题(九)/199

提高题(九)/200

## 第十章 微分方程与差分方程/201

【习题 10-1】 微分方程的基本概念/203

【习题 10-2】 可分离变量的方程/205

【习题 10-3】 齐次方程/207

【习题 10-4】 一阶线性微分方程/209

【习题 10-5】 可降阶的高阶微分方程/211

【习题 10-6】 高阶线性微分方程解的结构/213

【习题 10-7】 常系数齐次线性微分方程/215

【习题 10-8】 常系数非齐次线性微分方程/217

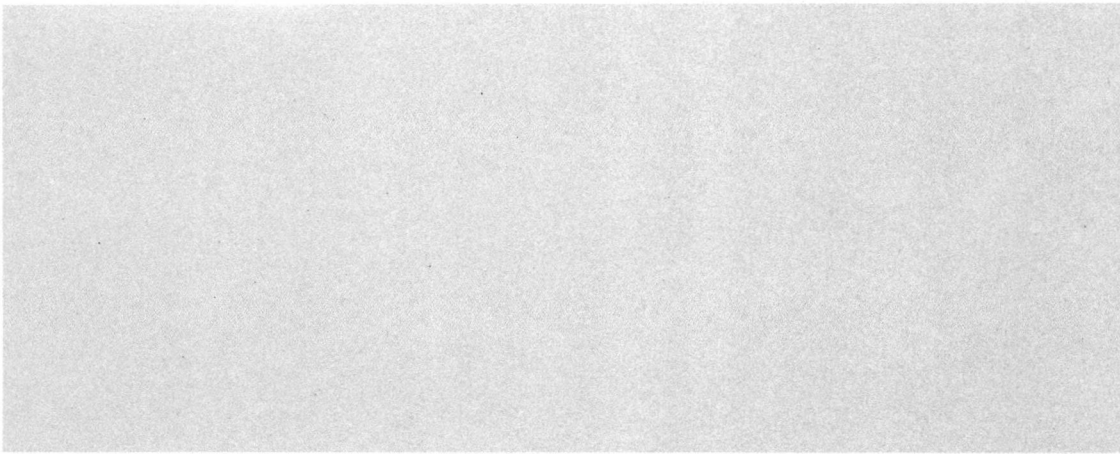
○【习题 10-9】 差分方程/219

自我检测题(十)/221

提高题(十)/222

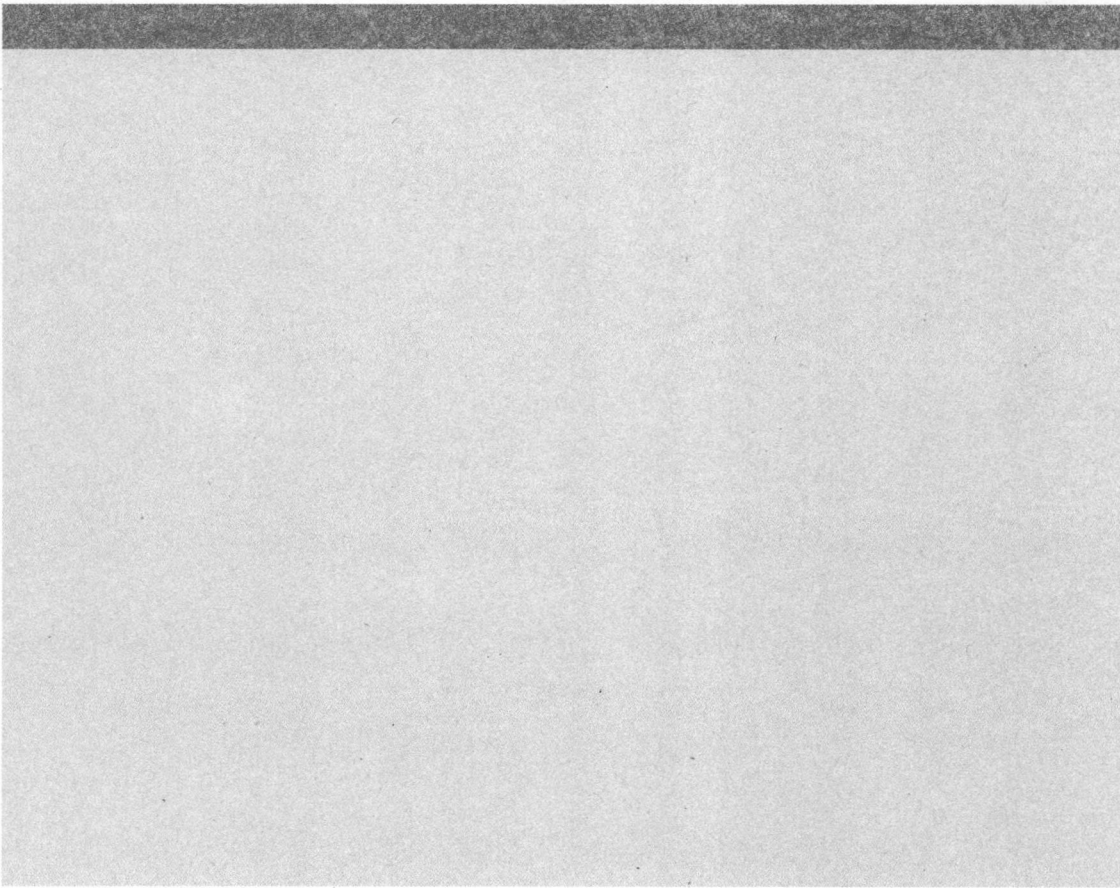
## 习题答案与提示/223





---

## 第一章 函数与极限





## 【习题 1-1(1)】 函数

1. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \sqrt{\lg \frac{5x-x^2}{4}};$$

$$(2) y = \frac{\arccos \frac{2x-1}{7}}{\sqrt{x^2-x-6}}.$$

2. 下列各题中, 函数是否相同? 为什么?

$$(1) f(x) = \lg x^2 \text{ 与 } g(x) = 2 \lg x;$$

$$(2) f(x) = \sqrt[3]{x^4-x^3} \text{ 与 } g(x) = x \sqrt[3]{x-1}.$$

$$3. \text{ 设 } \varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3} \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}, \text{ 求 } \varphi\left(\frac{\pi}{6}\right), \varphi\left(\frac{\pi}{4}\right), \varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right), \varphi(-2), \text{ 并作出函数}$$

$y = \varphi(x)$  的图形.

4. 下列函数中哪些是偶函数, 哪些是奇函数, 哪些既非奇函数又非偶函数?

(1)  $y = \sin x - \cos x + 1$ ;

(2)  $y = \ln(\sqrt{1+x^2} - x)$ .

5. 证明: 两个偶函数的乘积是偶函数, 两个奇函数的乘积是偶函数, 偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

6. 设  $f(x)$  是定义在对称区间  $(-l, l)$  上的任何函数.

(1) 证明:  $\varphi(x) = f(x) + f(-x)$  是偶函数,  $\psi(x) = f(x) - f(-x)$  是奇函数;

(2) 证明: 定义在区间  $(-l, l)$  上的任何函数可以表示为一个偶函数与一个奇函数的和.

【习题 1-1(2)】 初等函数

1. 求下列函数的反函数:

(1)  $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ ;

(2)  $y = 2\sin 3x \quad \left(-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6}\right)$ .

2. 设  $f(x) = \frac{x}{1-x}$ , 求  $f[f(x)]$  和  $f\{f[f(x)]\}$ .

3. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| = 1 \\ -1, & |x| > 1 \end{cases}$ ,  $g(x) = e^x$ , 求  $f[g(x)]$ 、 $g[f(x)]$ , 并作出它们的图形.

4. 设  $f(x)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 求下列函数的定义域:

(1)  $f(x^2)$ ;

(2)  $f(x+a) + f(x-a)$  ( $a > 0$ ).

5. 设  $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$  ( $x \neq 0$ ), 求  $f(x)$ .

6. 已知  $f[\varphi(x)] = 1 + \cos x$ ,  $\varphi(x) = \sin \frac{x}{2}$ , 求  $f(x)$ .

7. 设  $f(x) = e^{x^2}$ ,  $f[\varphi(x)] = 1 - x$ , 且  $\varphi(x) \geq 0$ , 求  $\varphi(x)$  及其定义域.



【习题 1-1(3)】 常用经济函数

1. 火车站行李收费规定如下:当行李不超过 50 千克时,按每千克 0.15 元收费,当超出 50 千克时,超重部分按每千克 0.25 元收费,试建立行李收费  $f(x)$ (元)与行李重量  $x$ (千克)之间的函数关系.

2. 收音机每台售价为 90 元,成本为 60 元,厂方为鼓励销售商大量采购,决定凡是订购量超过 100 台以上的,每多订购 1 台,售价就降低 1 分,但最低价为每台 75 元.

- (1) 将每台的实际售价  $p$  表示为订购量  $x$  的函数;
- (2) 将厂方所获的利润  $L$  表示成订购量  $x$  的函数;
- (3) 某一商行订购了 1000 台,厂方可获利润为多少?

°3. 市场中某种商品的需求函数为  $Q_d = 25 - p$ , 而该种商品的供给函数为  $Q_s = \frac{20}{3}p - \frac{40}{3}$ , 试求市场均衡价格和市场均衡数量.

°4. 设某产品每次销售 10000 件时, 每件售价为 50 元, 若每次多销售 2000 件, 则每件相应地降价 2 元. 如果生产这种产品的固定成本为 60000 元, 变动成本为每件 20 元, 最低产量为 10000 件, 求: (1) 成本函数; (2) 收益函数; (3) 利润函数.

°5. 某企业的一种商品, 若以 1.75 元的单价出售, 此时生产的产品全部可以卖掉. 企业的生产能力为每天 5000 单位, 每天的总固定费用是 2000 元, 每单位的可变成本是 0.50 元, 试建立利润函数, 并求达到盈亏平衡时该企业每天的生产量.

【习题 1-2】 数列极限

1. 下列各题中, 哪些数列收敛? 哪些数列发散? 对收敛数列, 通过观察  $\{x_n\}$  的变化趋势, 写出它们的极限:

$$(1) x_n = \frac{1}{2^n};$$

$$(2) x_n = (-1)^n \frac{1}{n};$$

$$(3) x_n = 2 + \frac{1}{n^2};$$

$$(4) x_n = \frac{n-1}{n+1};$$

$$(5) x_n = n(-1)^n;$$

$$(6) x_n = \frac{2^n - 1}{3^n};$$

$$(7) x_n = n - \frac{1}{n};$$

$$(8) x_n = [(-1)^n + 1] \frac{n+1}{n};$$

$$(9) x_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{1}{2^n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases};$$

$$(10) x_n = (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right).$$