高等学校试用教材

物　理　学

下　册

复旦大学《物理学》编写组编

高等教育出版社

高等学校试用教材

物　理　学

下

复旦大学《物理学》编写组编

高等教育出版社

本书分三册出版，上册包括力学、热力学与分子物理学两篇，中册包括电磁学一篇，下册包括振动与波、光学、量子物理基础三篇。

本书内容注意结合化学专业的特点和实际需要，可作为综合大学及高等师范学校化学类各专业物理学课程的试用教材，也可供生物类、地理类各专业选用。

高等学校试用教材

物 理 学

下 册

复旦大学《物理学》编写组编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张17 4/16 字数416,000

1980年1月第1版 1986年5月第7次印刷

印数 66,411—70,010

书号 13010·0427 定价2.40元

下册编写说明

本书是主要供化学类专业试用的普通物理教材，也可以供其他专业(如生物类、地理类专业)参考。全书分三册，上册内容为力学、热力学与分子物理学，中册内容为电磁学，下册内容为振动与波、光学、量子物理基础。在下册中，除了基本内容以外，还增写了第二十六、二十七、二十八三章选读材料，在其余几章也写进了一些属于提高性质的内容，用小字排印，供讲课选用或参考；各章习题中加 * 号的题是配合这一部分内容的。下册主编蔡怀新，由潘笃武、范膺、蔡怀新、俞鸣人、黄发泱同志执笔，朱自刚、杨莉敏、刘伟民同志绘制了插图，激光研究室、核物理教研组提供了部分资料。在审稿过程中，南开大学等兄弟院校的代表提出了许多宝贵的修改意见，编写组对此深为感谢。

复旦大学《物理学》编写组

目　　录

第四篇　振 动 与 波

第五篇　光　　学

第六篇　量子物理基础

第四篇 振动与波

第十五章 振　　动

振动是我们周围世界中最常遇到的现象。人的脉搏，钟表的摆动，琴弦的振动，电磁振荡，都是振动。

振动是一种周期性的运动。物体在空间的运动，有单向前进的，也有来回往复的。束缚在有限范围里的持续的运动许多都属于后一种情况。地球、行星的运动，原子、分子里面的运动都是围绕一定中心周期性地往复的运动。从人类祖先最初得到昼夜概念，一直到现在采用原子钟，计时的根据也总是利用周期运动。周期运动的类型多样。象我们上一章介绍的交流电就是一种典型的周期运动。所谓振动本来是指物体在一个中心位置附近的往复的运动，即位移的周期性变化；后来这个概念推广了，它也包括象 LC 电路在平衡状态附近冲、放电之类的电磁振荡，它们的振动规律都是一致的。振动性质的研究，包含丰富的内容，在技术上也有重要意义，现在已成为力学中的一门单独的学科。但它的最基本的形式还是我们熟悉的简谐振动。

声和光(包括各种电磁波)等波动现象也涉及到振动，但波动还有传播的问题，我们把它分开来讨论。

§15.1 简谐振动的产生

一、弹簧振子的自由振动

图 15-1 中的弹簧，一端固定，另一端系着质量为 m 的物体，

我们限制物体在一个方向运动，并且忽略它和水平台面的摩擦力和其它阻力。体系原来处在平衡状态。如果我们把弹簧拉长，使物体 m 离开平衡位置少许，或者给物体一个推动，使它动起来，则由于弹簧的伸长，将产生一个指向平衡位置的弹性恢复力，作用在物体上。它的大小与弹簧的伸长成正比.

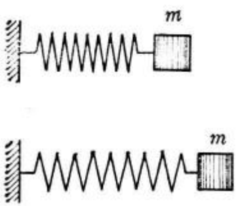

图 15-1　弹簧振子

$$F=-kx \tag{15-1-1}$$

其中 k 是倔强系数，x 是物体离开平衡位置的位移，亦即弹簧被拉长的数值，负号表示力的方向和位移方向相反。

在我们把弹簧拉长，再放开物体时，由于恢复力的作用，物体得到指向平衡位置的加速度，速度由零开始增加，物体向平衡位置运动。当物体到达平衡位置时，$x=0$，弹性力 $F=0$，这时物体不受力的作用。但是由于物体已经有了速度，惯性的作用使它继续向前运动。物体经过平衡位置后又受到弹性恢复力的作用，弹性力始终指向平衡位置，但这时与速度方向相反，使物体减速，直到物体速度减到零，位移也达到极大值，在弹性力的作用下物体又往回运动。如果没有摩擦阻力，它就在平衡位置附近不断地往复运动下去。

我们把振动物体看作质点，可以写出弹簧振子的运动方程：

$$F=-kx=m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{15-1-2}$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \tag{15-1-3}$$

这是二阶常系数微分方程，它说明 x 对 t 的二阶导数与 x 成正比，而符号相反。从数学上我们知道，余弦函数满足这一要求，因此它的解可以写成

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{15-1-4}$$

其中

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{15-1-5}$$

A, φ 则为两个由初始条件决定的常数。

从(15-1-4)式可以求得质点的速度和加速度:

$$v=\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi) \tag{15-1-6}$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2x \tag{15-1-7}$$

将(15-1-6)、(15-1-7)式代入(15-1-3)式,就直接验证了(15-1-4)式是(15-1-3)式的解。(15-1-4)式所代表的运动形式称为简谐振动。

我们也可以把(15-1-4)式写成正弦函数

$$x=A\sin(\omega t+\varphi') \tag{15-1-8}$$

的形式。在(15-1-8)式中, 只要令 $\varphi'=\varphi+\frac{\pi}{2}$, 就得到

$$x=A\sin\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=A\cos(\omega t+\varphi)$$

因此, 它和(15-1-4)式是完全等效的。

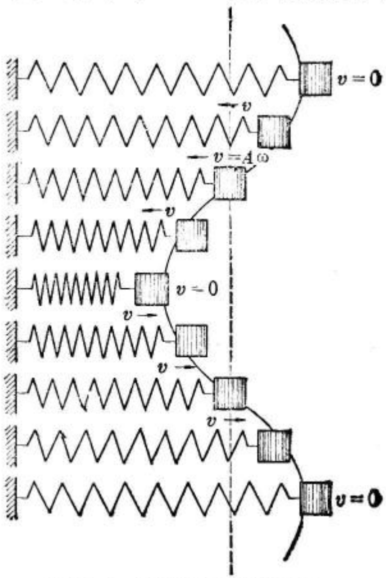

图 15-2　弹簧振子的简谐振动

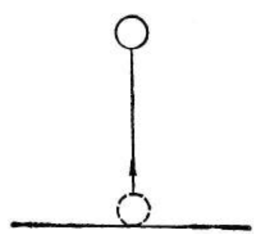

图 15-3　力与位移相反的例子

弹簧振子的例子清楚地说明，产生物体简谐振动的动力学条件，是要有一个象弹簧恢复力这样，方向与离开平衡位置的位移相反，大小与位移成正比的力的作用。由于这个弹性力的作用，又由于物体本身的惯性，物体就能够作简谐振动。弹性和惯性，是产生这种运动的两方面的因素。

从前面的定性的分析还可以看出，如果物体受到的力是与位移相反的（如图 15–3 中弹性球在地面跳动），就有可能来回振动。但只有在这个力的大小是正比于位移时，这个振动才会是简谐振动。实际上，弹簧的恢复力也只有在位移不太大时才与位移成正比，如果位移太大，弹簧振子的振动也会与简谐振动有偏离。

二、圆频率、振幅和初位相　振幅矢量

1．简谐振动的描述与交流电的描述极为相似（见上一章§14.1）。(15–1–4) 式的余弦函数 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 中也有三个参数，ω, A 和 φ，也就是通常所说的圆频率、振幅和初位相。

为了说明这三个参数的意义和振子位移 x 的周期性变化，也可以象在交流电的情况一样，采用振幅矢量表示法，即旋转矢量表示法，这种表示方法是很形象的。

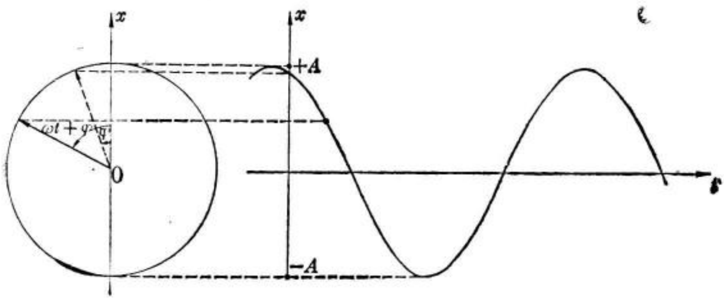

图 15–4　简谐振动的振幅矢量

2．振幅

简谐振动的振幅 A 是质点在振动过程中离中心位置最远的距

离，在整个振动过程中振动位移都在 A 和 $-A$ 之间来回往复。

3．振幅矢量

以中心点 O 为原点，A 为模长，作一个绕 O 点转动的矢量 $\boldsymbol{A}$。设它在时刻 $t=0$，从与 x 轴成 φ 角的方向出发，以匀角速度 ω 绕 O 转动，则在时刻 t，$\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角是 $(\omega t+\varphi)$，$\boldsymbol{A}$ 在 x 轴上的投影是

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

与简谐振动的位移完全相同。因此，我们可以用这样一个旋转矢量在 x 轴上的投影来描述简谐振动。这个矢量通常称为振幅矢量。

4．圆频率、频率和周期

振子来回振动一周的时间是振动的周期 T。它的倒数即单位时间内振动的次数或周数，也就是振动频率 ν，$\nu=1/T$。从振幅矢量图上看，在时间 T 内，振子振动一周，$\boldsymbol{A}$ 也以角速度 ω 绕中心转动一圈，即转过角度 2π，因此 $2\pi=\omega T$。ω，ν，T 之间有关系

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T} \tag{15-1-9}$$

在描述振动的术语中，ω 称为圆频率或角频率。频率的单位是每秒振动 1 次，称为赫兹(Hz，简称赫)或周，圆频率的单位是弧度/秒。它们的量纲都是 $[T^{-1}]$。

圆频率 ω（当然，周期 T 和频率 ν 也都一样）只决定于振动体系的动力学性质，对于弹簧振子，它决定于弹簧倔强系数 k 和悬挂物质量 m。k 愈大，弹性力愈强，频率愈大。反之 m 愈大，惯性愈大，频率就愈小。同一个弹簧振子，不管振幅大小，频率总是一样。这是简谐振动的一个特点。

5．位相

在 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 中余弦函数的幅角 $\omega t+\varphi$ 称为振动的位

相。常数 φ 是振动开始时(时刻 $t=0$)的位相，称为初位相。在一个简谐振动过程中，决定振动状态的是位相。例如当 $\omega t+\varphi=0, \pm\pi, \pm2\pi, \cdots$ 质点位移就有极大值，当 $\omega t+\varphi=\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \cdots$ 质点就经过平衡位置。在 $0\leqslant\omega t+\varphi<\pi$，质点从 A 走向 $-A$；在 $\pi\leqslant\omega t+\varphi<2\pi$，它又从 $-A$ 回复到 A。对于频率相同而振幅不同的振动，这些情况都是一致的。图 15-5 所示是圆频率同为 ω，初位相同为 φ 的三个不同振幅的简谐振动。在任一时刻 t 它们的位相都是相同的，图中虚线与三条曲线的相交点就代表了三种振动中位相相同的点。从振幅矢量图上看，代表这三个振动的振幅矢量大小虽然不同，但它们每个时刻都在同一方向上。

与 ω 不同，振幅 A 和初位相 φ 都不取决于振子的动力学性质，而是由振动的初始条件所决定。

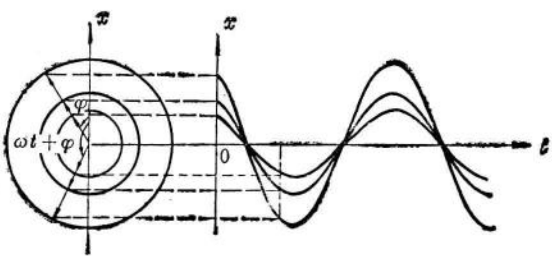

图 15-5　初位相相同，振幅不同的三个简谐振动

举几个例子：设质点在时刻 $t=0$，从 $x=x_0$ 处自静止开始振动，则根据

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{15-1-4}$$

$$\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi) \tag{15-1-6}$$

可得

$$x_0=A\cos\varphi$$

$$0=A\omega\sin\varphi$$

当 $\varphi=0$, $A=x_0$, 所以

$$x=x_0\cos\omega t$$

又设质点在时刻 $t=0$, 从原点以沿 x 正方向的速度 v_0 开始振动, 则从(15–1–4)(15–1–6)二式应得

$$0=A\cos\varphi$$

$$v_0=-A\omega\sin\varphi$$

此时 $\varphi=-\pi/2$, $A=v_0/\omega$,

$$x=\frac{v_0}{\omega}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

在一般情况, 质点在 $t=0$, 从 x_0 处以沿 x 轴方向的速度 v_0 开始振动, 这时

$$x_0=A\cos\varphi$$

$$v_0=-A\omega\sin\varphi$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\tan\varphi=-\frac{v_0}{\omega x_0}$$

三、复数表示法

(15–1–4)式也可以写成复数形式

$$x=Ae^{i(\omega t+\varphi)}\text{①} \tag{15–1–10}$$

由欧勒公式,

$$Ae^{i(\omega t+\varphi)}=A\cos(\omega t+\varphi)+iA\sin(\omega t+\varphi) \tag{15–1–11}$$

在经典物理学中我们只用实数表示物理量, (15–1–11)式的实部和虚部分别代表了(15–1–4)和(15–1–8)式两种简谐振动的表示方法。在交流电中常用正弦表示, 所以在以(15–1–10)式代表交流电时总是只取它的虚部。描述振动常用余弦表示, 所以在以(15–1–10)式代表振动时一般只取它的实部。对复数进行加、减、求导数和积

① 这里我们仍用数学上常用的符号 i 表示 $\sqrt{-1}$, 与上一章稍有不同。

分，有时简捷得多，只要在最后结果中只取实部，所得的结果就与用 $\cos(\omega t+\varphi)$ 进行运算所得的完全一致①。例如，可以用复数表示求(15-1-10)式的一次和二次导数：

$$\frac{dx}{dt}=iA\omega e^{i(\omega t+\varphi)}=A\omega\, e^{i\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega^2e^{i(\omega t+\varphi)}=A\omega^2e^{i(\omega t+\varphi+\pi)}$$

它们的实部分别是振动速度和加速度

$$\frac{dx}{dt}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi) \qquad (15\text{–}1\text{–}6)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega^2\cos(\omega t+\varphi)=-\omega^2x \qquad (15\text{–}1\text{–}7)$$

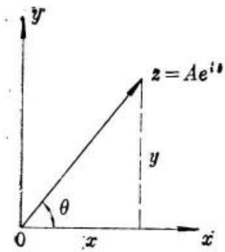

图 15-6 复数的矢量表示
$z=x+iy=Ae^{i\theta}$

数学上也常用复数平面内的矢量表示一个复数，如图 15-6 所示。令复数的幅角 θ 等于振动的位相角 $\omega t+\varphi$，图中的复数 z 就和前面的振幅矢量一致。

四、简谐振动的能量

1．简谐振动中振动物体所受到的恢复力 $-kx$ 是一个有势能函数的保守力。因此简谐振动体系是保守系。它们的能量包括动能和势能两部分，在振动中这两部分能量也作周期性变化，但是它们的总和是守恒的。

2．以弹簧振子为例：质点速度

$$v=-A\omega\sin(\omega t+\varphi) \qquad (15\text{–}1\text{–}6)$$

于是，它的动能

$$T=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi) \qquad (15\text{–}1\text{–}12)$$

① 对于乘法运算则需要小心，这里的方法有时不适用。例如 $e^{i\omega t}\cdot e^{i\omega t}=e^{i(2\omega t)}$，其实部 $\cos 2\omega t=\cos^2\omega t-\sin^2\omega t$。如果把两个 $e^{i\omega t}$ 的实部 $\cos\omega t$ 乘起来，则结果是 $\cos^2\omega t$，二者就不相同。

也是时间的周期函数，由(15-1-5)式，$m\omega^2=k$，上式又可以写成：

$$T=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)=\frac{1}{4}kA^2\left[1-\cos(2\omega t+2\varphi)\right] \tag{15-1-13}$$

动能变化的幅度在 0 与 $\frac{1}{2}kA^2$ 之间。它的变化周期是位移或速度的振动周期 T 的一半，即 $T/2$。这是因为动能总是正的，在振子的速度达到正、负极大值时，动能都达到极大值，因此在一个振动周期内，它要两次达到极大值。

3．振子的弹性势能等于为克服弹性力所要作的功：

$$V=\int_0^x(-F)\,dx=\int_0^x kx\,dx=\frac{1}{2}kx^2 \tag{15-1-14}$$

即

$$V=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)=\frac{1}{4}kA^2\left[1+\cos(2\omega t+2\varphi)\right] \tag{15-1-15}$$

变化的周期和幅度都与动能 T 相同，但位相则相差 π，即动能在极大值时势能在极小值。

4．简谐振子的总能量为

$$E=T+V=\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)+\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

即

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \tag{15-1-16}$$

上式说明简谐振动的总能量是一个常量，它的大小与振幅平方成正比，与频率的平方成正比。在振动过程中虽然动能和势能在不断改变，互相转化，但它们的总和保持不变。

由(15-1-14)式，简谐振子势能表示式是 $V=\frac{1}{2}kx^2$，用 V 作纵坐标，x 作横坐标，就得到一条抛物线，这就是简谐振子的势能曲