

中子星的相结构

PHASE STRUCTURES IN NEUTRON STARS

● 丁文波 特木尔巴根 喻孜 著



吉林大学出版社
JILIN UNIVERSITY PRESS

中子星的结构

Phase Structures in Neutron Stars

丁文波 特木尔巴根 喻孜 著

吉林大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中子星的相结构/丁文波, 特木尔巴根, 喻孜著.
—长春: 吉林大学出版社, 2012.5
ISBN 978-7-5601-8328-2

I. ①中… II. ①丁… ②特… ③喻… III. ①中子星
—相结构—研究 IV. ①P145.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 091497 号

书 名: 中子星的相结构

作 者: 丁文波 特木尔巴根 喻孜 著

责任编辑: 唐万新 责任校对: 刘守秀

吉林大学出版社出版、发行

开本: 787 × 1092 毫米 1/16

印张: 12.25 字数: 200 千字

ISBN 978-7-5601-8328-2

封面设计: 李华三

吉林省吉财印刷有限公司 印刷

2012 年 5 月第 1 版

2012 年 5 月第 1 次印刷

定价: 36.00 元

版权所有 翻印必究

社址: 长春市明德路 501 号 邮编: 130021

发行部电话: 0431 - 89580026/28/29

网址: <http://www.jlup.com.cn>

E-mail: jlup@mail.jlu.edu.cn

前 言

中子星是宇宙三大致密天体之一,因其极高的密度、极快的旋转速度、极精准的脉冲辐射等特点近半个世纪以来一直是强子物理和天体物理学研究的热门课题。中子星的平均密度为 10^{17} kg/m^3 ,其核心则可以达到近十倍的平均密度。在这样的超高密度环境下,究竟存在什么样的物质形态,我们该采用怎样的理论去研究,目前还没有定论,因此本书将对中子星内部可能存在的物质形态进行详细的讨论。

本书主要从强相互作用和弱相互作用两方面来研究传统中子星物质、超子物质、介子的玻色-爱因斯坦凝聚、夸克物质等中子星物质的性质,详细讨论各物质在中子星内部的粒子分布、星体的质量和半径、中微子辐射,以及星体的冷却性质等方面所引起的效应。为了更好地与天文观测数据相对照,我们在讨论各中子星物质性质的同时,也以具体的脉冲星为例来进行分析,比如脉冲星 J1614-2230 等。

本书研究的中子星相结构目前仍然是天体物理学中比较开放的领域,随着理论研究和天文观测的发展,书中的研究方法和结论也有待更新和修正。由于作者水平有限,文中难免有错误和不当之处,欢迎各位读者批评指正。

本书的第四章由特木尔巴根撰写,第二章第 6 节和第六章第 3 节由喻孜撰写,其他部分由丁文波撰写。

渤海大学数理学院 丁文波

2012 年 4 月

目 录

第一部分 中子星中可能存在的相结构	1
第一章 正常中子星物质	3
1.1 中子星及正常中子星物质简介	3
1.2 相对论平均场理论(RMFT)	6
1.3 其他理论模型	11
1.4 Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程	13
1.5 RMFT 下常用的核物质参数组	14
1.6 正常中子星物质的性质	18
第二章 超子相	21
2.1 超子简介	21
2.2 关于超子的相对论平均场理论	22
2.3 超子耦合常数	24
2.4 中子星中的超子相	26
2.5 中子星中的 Δ 共振态	34
2.6 有限温下的超子相	42
第三章 玻色-爱因斯坦凝聚	58
3.1 中子星中的玻色-爱因斯坦凝聚简介	58
3.2 关于反 K 介子凝聚的相对论平均场理论	60
3.3 K 介子的耦合常数	62
3.4 正常中子星物质中的反 K 介子凝聚	64
3.5 超子物质中的反 K 介子凝聚	72
3.6 含 Δ 共振态的中子星物质中的反 K 介子凝聚	79
3.7 π 介子凝聚	91

第四章 夸克物质	94
4.1 有效质量口袋模型及混合相的相关理论	95
4.2 夸克之间的强耦合常数 g 和口袋常数 B 对混合星的影响 ...	101
4.3 第三类致密星的出现作为强子-夸克相变的标志	105
4.4 热力学自洽有效质量口袋模型	107
4.5 热力学自洽有效质量口袋模型下的奇异星和混合星	111
第二部分 相结构对中子星冷却性质的影响	119
第五章 直接 URCA 过程	121
5.1 中子星冷却机制简介	121
5.2 直接 URCA 过程的弱作用理论	122
5.3 正常中子星物质中的直接 URCA 过程	127
第六章 超子对冷却的影响	134
6.1 超子对中子星冷却性质的影响	134
6.2 Δ 共振态对中子星冷却的影响	142
6.3 超子-超子相互作用对中子星冷却的影响	149
第七章 反 K 介子凝聚对冷却的影响	156
7.1 同时顾及反 K 凝聚的 URCA 过程和核子的 dURCA 过程的 弱作用理论	157
7.2 正常中子星物质中的反 K 凝聚对冷却的影响	166
7.3 超子相中的反 K 凝聚对冷却的影响	174
参考文献	182

第一部分

中子星中可能存在的相结构

中子星的密度跨越了一个非常广阔的范围,从表面的大约 10g/cm^3 到数倍的饱和核密度(饱和核密度 $\rho_0 \approx 2.8 \times 10^{14}\text{g/cm}^3$),因此多种物质形态都可能存在,例如正常中子星物质、核子的超流等,尤其是在密度较高的内核区域,此时非核子自由度变得非常重要,理论上预测的相结构也更加多样,例如超子、玻色-爱因斯坦凝聚、夸克物质等等.

正常中子星物质(normal neutron star matter)也称作传统中子星物质,主要由中子构成,还包含少量质子和电子,它们遵循 β 平衡.在略高的密度处也可能出现部分 μ 子.这种正常中子星物质是目前公认的最可能存在于中子星内部的物质,对于核心密度较小的中子星,其内核和外核可能都充斥着传统中子星物质.然而,由正常中子星物质构成的中子星往往具有较大的质量,一般都在 $2M_{\text{sun}} \sim 2.5M_{\text{sun}}$ (M_{sun} 为太阳质量)左右.

中子星的核心密度较高时,费米子,包括质子和中子会在 Pauli 不相容原理的作用下发生弱作用衰变而生成超子.目前认为可能存在的超子包括处于能量基态的 $\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-$, 和处于最低激发态的 Δ 共振态.超子使物态方程明显变软,中子星的最大质量也因此可以减小到 $1.8M_{\text{sun}}$ 左右.

在中子星的内核也可能存在玻色-爱因斯坦凝聚.玻色子不像费米子那

样要受 Pauli 不相容原理的限制,从理论上讲所有玻色子都可以“凝结”在能量最低的基态,进而使整个系统能量最低. 目前认为中子星中可能存在的介子凝聚主要有两种:不含奇异性的 π^- 介子凝聚和奇异反 K 介子凝聚. π^- 凝聚对中子星的影响相对较弱,中子星的最大质量仍为两倍太阳质量. 反 K 介子凝聚的影响则较为显著,根据 K 介子光学势的不同,中子星的质量大约在 $1.6M_{\text{sun}} \sim 2.2M_{\text{sun}}$ 左右.

夸克渐进自由的性质保证了在足够高的密度下夸克退禁闭相变可以发生. 因此,在中子星核心极高的密度处,还有可能存在由 u, d, s 夸克构成的夸克与强子的混合相或者纯夸克相. 中子星内部能否发生退禁闭夸克相变还与强子物质与夸克物质模型的选择、以及耦合常数等有关,然而一旦夸克相可以存在,星体的状态方程会被软化,质量也随之减小,大约在 $1.4M_{\text{sun}} \sim 2.1M_{\text{sun}}$ 之间.

此外,中子星中的核心还可能有色超导、中子的 3P_2 态超流和质子的 1S_0 态超流等,而中子的 1S_0 态超流可能出现在中子星的内壳层. 它们也会对中子星产生深刻影响.

本部分将重点阐述上述可能存在的各种相结构,包括正常中子星物质、超子物质、玻色子凝聚,以及夸克物质等对中子星的内部构成、粒子分布、质量、半径等方面的影响.

第一章 正常中子星物质

1.1 中子星及正常中子星物质简介

一、中子星简介

(一) 中子星的发现、特点及研究意义

1932年,Chadwick发现中子.这一重大发现立刻引起了学术界的极大关注,随后,物理学家Landau就预言宇宙中可能存在主要由中子构成的星体,并称之为“中子星”.在那之后的几年里,一些物理学家从理论上预言了中子星的形成机制,并给出了计算其结构的方法.例如1934年,Baade和Zwicky指出中子星可能产生于超新星爆发.1939年,Oppenheimer和Volkoff第一次对中子星的性质进行了理论计算等等.然而,当时理论上算得的中子星的最大质量小于太阳质量,半径也只有 $10\text{km}^{[1,2]}$,如此小的星体,其表面的热辐射光度非常低,即使使用当时世界上最先进的光学望远镜也很难发现,因此,对中子星的研究只能停留在理论假说上,无法进行深入的研究.然而,1967年发生了一件里程碑式的事件,Hewish和Bell首先观测到第一颗射电脉冲星!随后Gold很快就证实了此射电脉冲星就是旋转的中子星,从此,对中子星的研究才开始真正引起各国物理学家的普遍关注.到目前为止,人们已经观测到约2 000颗脉冲星,这为中子星的理论研究提供了丰富的数据信息.

目前的研究表明,中子星总体看来有如下特点:半径约为 $9\sim 15\text{km}$ 左右,质量约在 $1.4\sim 2.2$ 倍太阳质量之间,密度却可高达 10^{17}kg/m^3 (1亿吨/立方厘米),一般具有极快的旋转速度、超高的磁场(可高达 10^{12}T)和极精准

的脉冲辐射. 这正为人们提供了一个极端条件下的天然实验室.

目前普遍认为中子星产生于超新星爆发, 是大质量恒星演化的产物. 恒星的演化主要由它们内部的热核燃烧所决定. 而恒星内部的热核燃烧可能经历的演化过程主要取决于恒星的初始质量. 如果老年恒星的初始质量大于 $10M_{\text{sun}}$, 则其最后演化为中子星或黑洞; 如果恒星初始质量小于 $10M_{\text{sun}}$, 则最终演化为高密度等离子体构成的白矮星. 超新星爆炸后, 可能导致的结果为恒星的外壳炸裂后飞向太空, 但恒星的致密核被遗留下来, 这样便形成了一颗中子星或成为黑洞.

研究中子星的意义主要体现在三个方面. 第一, 中子星可以用来检验研究高密物质的理论是否正确合理. 目前人们只对 1~2 倍的饱和核密度的物质有所了解, 描述这类物质的理论也正在进一步完善, 而对于描述更高密度物质的理论, 我们则知之甚少. 而中子星恰好为人们提供了一个研究致密物质的天然实验室. 作为一个独立星体, 中子星的宏观性质恰恰可以验证理论的正确性. 由于极端的低温高密环境在地球上很难实现, 因此对中子星的观测和研究更具重要意义. 第二, 中子星可能帮助我们找到尚未发现的新的物质形态. 中子星一般由壳层和核构成, 越深入星体内部, 密度越高. 中子星的内核密度很高(核心可大于 $10\rho_0$), 如此高的密度下可能出现多种物质形态, 目前人们认为超子、夸克物质、超流、介子凝聚、色超导等都可能存在, 然而这些物质是否真的存在还有待进一步验证, 而目前仍不能排除存在其他物质形态的可能. 第三, 对中子星从诞生开始的演化过程的研究可以使人们更清楚地认识致密天体的性质, 从而促进我们的天文观测技术水平, 进而为航空航天, 以及太空探索提供理论依据.

(二) 中子星的结构

一般认为中子星的结构如图 1.1.1 所示, 中子星的外壳主要由原子核和均匀电子气构成. 若外壳层温度低于其溶解温度, 则为固体. 外壳层中的重原子核与相对论简并电子气处于 β 平衡的状态; 随着密度增加, 电子的费米能越来越高, 原子核内的中子含量也会逐渐增加, 成为丰中子的原子核. 当密度超过中子滴密度时, 原子核内的中子含量高到足以使部分中子从原子核中游离出来, 即中子从原子核中“滴”出来. 当密度进一步增加至接近核物质密度时, 原子核内几乎所有的质子均会被中子化, 而且中子会游离出原子核(原子核本身不复存在). 这个由丰中子的原子核, 自由中子和电子组成

的区域(密度介于中子滴密度和核物质密度之间)称为中子星的内壳层. 内壳层里有原子核, 自由电子和中子. 因为中子间有较强的色剩余作用, 内壳层中的自由中子会结合成 Cooper 对, 形成各向同性(即两中子轨道和自旋角动量均为零)的超流中子流体. 内壳层密度可以一直延续到核物质密度. 如果比这个密度还高, 就已经不可能存在原子核了. 这个区域称为中子物质区. 在密度高于大约 2~3 倍核物质密度的区域, 核子的费米能已经足够高, 此时可能发生如下反应:

$$N + N \rightarrow N + \Lambda + K, \quad (1-1-1)$$

同时产生 K 介子的自由衰变,

$$K^0 \rightarrow 2\gamma, \quad (1-1-2)$$

$$K^- \rightarrow \mu^- + \nu, \quad (1-1-3)$$

$$\mu^- + K^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+ + \nu \rightarrow 2\gamma + \nu, \quad (1-1-4)$$

产生的光子和中微子都从中子星内部逃逸从而降低中子星的总能量. 上述反应是弱相互作用过程, 奇异数可以不守恒. 由于泡利阻塞效应, Λ 超子不会再衰变为核子. 随着核物质密度进一步增加, 其他质量更大的超子, 例如 Σ 和 Ξ , 甚至 Δ 共振态都可能出现在中子星内部. 而且强子物质会发生不同类型的相变, 例如: 出现 π 凝聚, K 凝聚, 夸克物质, 色超导等等. 事实上, 这一区域也是人们最不了解的区域, 目前关于这个区域的物质形态也还没有定论, 本书将详细讨论各种可能存在的相结构的性质.

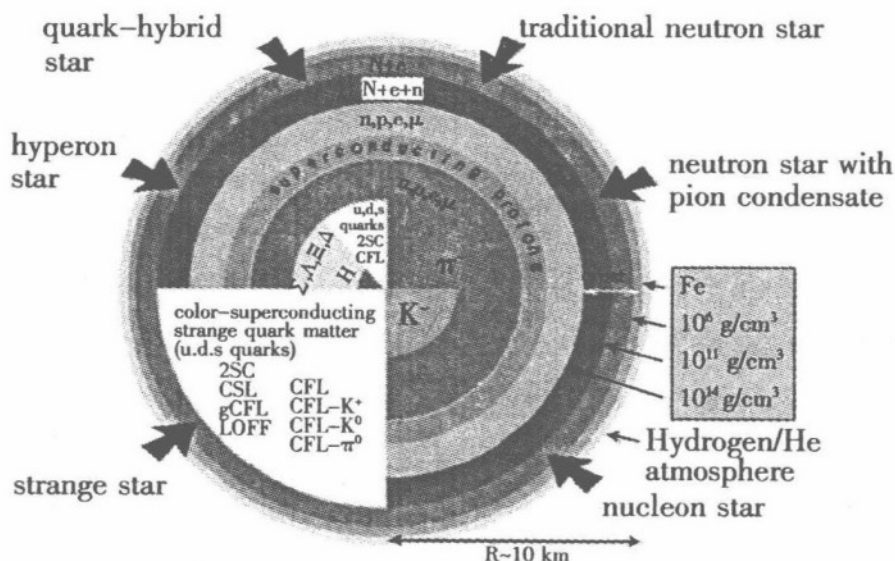


图 1.1.1 中子星结构图^[3]

二、正常中子星物质简介

正常中子星物质(normal neutron star matter)主要由中子构成,还包含部分质子和电子,它们遵循 β 平衡,即 $n \leftrightarrow p + e + \bar{\nu}_e$,其中 n, p, e 分别代表中子、质子和电子, $\bar{\nu}_e$ 为反中微子.在略高的密度处,电子可通过 $e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$ 生成另一种质量略大的轻子—— μ 子.对于一般的中子星(非奇异星),其内部必然存在正常中子星物质.计算结果表明,正常中子星物质可以存在于 $\rho_0 \sim N\rho_0$ ($N=4 \sim 7$)的密度范围内,因此,中子星的内核和外核可能都充斥着这种中子星物质.但是,这类中子星往往对应较硬的物态方程,并具有一定的极限质量,一般大于 $2M_{\text{sun}}$.

在以前的研究和观测中,人们普遍认为中子星的质量应该低于 $2M_{\text{sun}}$,因此大部分精力都集中在如何软化物态方程、减小极限质量上.然而,最近Demorest等人采用“Shapiro delay”的方法^[4]精确测得毫秒脉冲星J1614-2230的质量为 $(1.97 \pm 0.04)M_{\text{sun}}$,半径大约为 $11 \sim 15\text{km}$,核心密度约为 $2\rho_0 \sim 5\rho_0$.如此大的中子星质量必然是通过较硬的物态方程得到的,因此很多学者猜测J1614-2230的内核和外核可能只存在正常中子星物质,或者含有非自由的夸克物质.因此,对正常中子星物质的研究又重新引起人们的重视,本章将详细阐述此类传统中子星物质的研究理论、性质,对中子星宏观性质的影响等,并给出数值结果.

1.2 相对论平均场理论(RMFT)

一、相对论平均场理论简介

中子星从其表层到核心跨越很大的密度范围,从 10^{14}kg/m^3 开始,可能达到 $2.8 \times 10^{18}\text{kg/m}^3$ ($10\rho_0$).目前人们只对密度小于 $4.8 \times 10^{14}\text{kg/m}^3$ 的物质认识得较为深入全面,对于密度在 $4.8 \times 10^{14}\text{kg/m}^3$ 到 $2.8 \times 10^{17}\text{kg/m}^3$ 的区域物质认识尚不完全,而对于更高的,大于饱和核物质密度的区域,因为没有直接的实验数据,人们的所知就更少了.如此高的密度下,强相互作用占主要方面,经典物理学的知识已不能正确描述其性质,相对论在此情况下变得尤为重要.于是一个简洁的,适于描述致密物质的理论模型——相对

论平均场理论应运而生了。

非相对论平均场理论虽然不适于研究中子星中的高密情况,但是其中的 Hartree-Fock 平均场理论的基本思想却促进了相对论平均场理论的发展. Hartree-Fock 平均场理论把核子当作满足非相对论 Schrödinger 方程的经典粒子,它们之间的相互作用通过密度相关的等效二体力表示. 而与此对应的相对论平均场理论(RMFT)把核子当作满足 Dirac 方程的相对论粒子,而等效二体力则被相应的等效介子场所取代. 所谓等效介子场是指,把在体系的拉氏量中出现的各种介子质量和各种耦合常数均当作自由参数处理,待用实验数据或某些成熟的理论结果确定了这些参数后,它们就成为不变的参数. 同时可以把这种等效介子场看成是经典的常数场,即平均场近似.

与非相对论核多体理论相比,相对论平均场理论更适合描述核物质和更高密度的中子星物质. 从中子星整体性质的描述上来讲,相对论平均场理论具有一系列优点. 首先,它自动满足因果律. 不像非相对论核多体理论那样,因果律是强加的. 其次,相对论平均场理论中的耦合常数可以与核物质的整体性质相联系,由核物质的饱和性质确定. 这样该理论能够体现我们在有关高密物质方面所仅有的信息:(1)因果律;(2)微观稳定性(Le Chatelier 原理, $dp/d\rho \geq 0$);(3)核物质的饱和性质;(4)高密度下夸克的渐进自由等.

经过很多学者二十多年来的不断努力,相对论平均场理论已经有了很大的发展. 李宗伟等^[5]首先采用 σ - ω 模型计算了中子星的结构. 其后 Glendenning^[6]采用含有标量介子,矢量介子和矢量-同位旋矢量介子(场)及标量介子自相互作用的相对论平均场理论,研究了包含超子,共振态 Δ 粒子和 π^- 凝聚的中子星物质. 20 世纪 90 年代, Schaffner 等^[7]又引入了矢量介子的四次自相互作用,并考虑了表征超子相互作用的 σ^* 、 φ 和 δ 介子对中子星性质的影响. 21 世纪初, Banik 等人提出密度依赖的模型^[8],即把耦合常数处理为随密度变化的量. 贾焕玉等^[9]找出了中子星到奇异中子星转变的最小密度所对应的超子耦合常数的取值. 另外,相对论平均场理论下的诸多核物质参数组,像 GL85, GL1, GL2, GL3, TM1, TM2, GPS 和 NL-SH 等等,也都被广泛应用起来.

现在广泛使用的相对论平均场理论(Relativistic Mean Field Theory),简称 RMFT,通过使用 σ , ω , ρ 介子来描述非核子自由度,其中标量 σ 介子提供强子间的中程吸引作用,矢量 ω 介子提供短程排斥作用,矢量-同位旋矢量 ρ

介子描述中子和质子的区别. 另外, 为了得到正确的核物质压缩系数, Boguta 等人还引入了 σ 介子的非线性自相互作用项^[10]. 相对论平均场理论在研究原子核的单粒子性质以及核物质性质方面取得了很大成功, 但仍然带有一定的唯象模型性质.

二、零温的相对论平均场理论

本章只考虑稳定的冷中子星(零温). 强子物质在 RMFT 下的拉氏量一般表示为:

$$\begin{aligned}
 L_B = & \sum_B \bar{\psi}_B (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_B) \psi_B + \sum_B g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \sigma \psi_B + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) \\
 & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - \sum_B g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \omega^\mu \psi_B \\
 & - \frac{1}{4} \rho_{\mu\nu} \cdot \rho^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \cdot \rho^\mu - \frac{1}{2} \sum_B g_{\rho B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \tau_B \cdot \rho^\mu \psi_B \quad (1-2-1)
 \end{aligned}$$

其中 ψ_B 为重子 B 的 Dirac 旋量, 本章因研究正常中子星物质, 因此重子只考虑核子, $B = \{n, p\}$. $U(\sigma)$ 为 σ 场的非线性自相互作用项

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} b m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_{\sigma N} \sigma)^4, \quad (1-2-2)$$

式(1-2-1)中, $\omega^{\mu\nu}$ 和 $\rho^{\mu\nu}$ 为 ω 介子、 ρ 介子的场张量. 而 $m_B, m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ 分别表示重子、 σ 介子、 ω 介子和 ρ 介子的质量, 而 $g_{\sigma B}, g_{\omega B}, g_{\rho B}$ 分别表示 σ 介子、 ω 介子、 ρ 介子与重子 B 的耦合常数. 在(1-2-1)式的拉氏密度中, 第一行第一项为重子的拉氏量, 第一行其余四项为 σ 介子的拉氏量, 其中包括 σ 介子与重子 B 的相互作用项和 σ 介子自相互作用项(1-2-2)式. 第二行的四项为 ω 介子的拉氏量, 第三行为 ρ 介子的拉氏量. 而轻子的拉氏量表示为

$$L_l = \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \quad (1-2-3)$$

$l = \{e, \mu\}$. 从(1-2-1)和(1-2-3)式的拉氏密度出发, 通过 Euler-lagrange 方程

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \partial_\mu \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu \psi)} = 0, \quad (1-2-4)$$

可得到三种介子场的运动方程

$$(\square + m_\sigma^2) \sigma = -\frac{dU}{d\sigma} + g_{\sigma B} \bar{\psi}_B \psi_B, \quad (1-2-5)$$

$$(\square + m_\omega^2) \omega_\mu - \partial_\mu \partial_\nu \omega_\nu = g_{\omega B} \bar{\psi}_B \gamma_\mu \psi_B, \quad (1-2-6)$$

$$(\square + m_\rho^2) = \frac{1}{2} g_{\rho B} \bar{\psi}_B \gamma^\mu \tau_\mu \psi_B, \quad (1-2-7)$$

其中 $\square \equiv \partial_\mu \partial^\mu$ 为四维协变导数. 在平均场近似下, 用场量的基态期待值代替场量后得到介子场方程

$$m_\sigma^2 \sigma = \sum_B g_{\sigma B} \rho_{sB} - \frac{dU(\sigma)}{d\sigma}, \quad (1-2-8)$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = \sum_B g_{\omega B} \rho_B, \quad (1-2-9)$$

$$m_\rho^2 \rho^{03} = \sum_B g_{\rho B} \tau_{3B} \rho_B. \quad (1-2-10)$$

其中, $\sigma, \omega_0, \rho_{03}$ 分别是三个介子场量的基态期待值, 重子的标量密度为

$$\rho_{sB} = \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_F} k^2 dk \frac{m_B - g_{\sigma B} \sigma}{[k^2 + (m_B - g_{\sigma B} \sigma)]^{1/2}}, \quad (1-2-11)$$

k_{FB}, J_B 为重子 B 的费米动量和自旋. 矢量密度为

$$\rho_B = (2J_B + 1) \frac{k_{FB}^3}{6\pi^2}, \quad (1-2-12)$$

即重子数密度. 中子星物质满足 β 平衡, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, p + e^- \rightarrow n + \nu_e$, 对于冷中子星, 可以认为中微子全部逃逸掉, 所以化学势满足

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e \quad (1-2-13)$$

若存在其他的重子, 化学势满足如下的普遍关系:

$$\mu_B = \mu_n - q_B \mu_e, \quad (1-2-14)$$

其中 μ_B, μ_n 和 μ_e 分别为重子 B, 中子和电子的化学势. 而重子的化学势又满足如下关系

$$\mu_B = \varepsilon_B(k_B), \quad (1-2-15)$$

$\varepsilon_B(k_B)$ 为 Dirac 方程的自旋-简并本征值

$$\varepsilon_B(k_B) = g_{\omega B} \omega_0 + g_{\rho B} \rho_{03} \tau_{3B} \pm E_B(k), \quad (1-2-16)$$

$$E_B(k) = [(k - g_{\omega B} \omega - g_{\rho B} \tau_{3B} \rho_3)^2 + (m_B - g_{\sigma B} \sigma)^2]^{1/2}, \quad (1-2-17)$$

(1-2-16) 式中的正号对应粒子, 负号对应空穴, k_B, τ_{3B} 为重子 B 的三维动量和同位旋第三分量. 轻子的化学势表示为

$$\mu_l = (k_l^2 + m_l^2)^{1/2}. \quad (1-2-18)$$

μ 子与电子具有相同的化学势, $\mu_\mu = \mu_e$, 因为 $e^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$. 当电子的化学势大于 μ 子的质量时, μ 子出现.

对于中子星而言,应满足整体电中性条件和重子数守恒,即

$$\sum_B q_B \rho_B - \rho_e - \rho_\mu = 0, \quad (1-2-19)$$

$$\sum_B \rho_B = n_B, \quad (1-2-20)$$

其中 q_B 为重子 B 的电荷, n_B 为总的重子数.

解由场方程(1-2-8)——(1-2-10)、化学平衡(1-2-14)及重子数守恒,电中性约束条件(1-2-19),(1-2-20)式等构成的超越方程组就能得出各介子场的期待值、各重子和各轻子的费米动量、粒子数密度以及化学势等重要物理信息.

然而,中子星的整体性质还需要通过物态方程(Equation of State 简称“EOS”)给出.物态方程携带了大量的动力学信息,它把可观测的介观量(如:压力,温度等)和微观组分间的相互作用势联系在一起.物态方程是其结构模型(TOV 方程)的基本输入量,是我们研究中子星性质的基础.通过计算能量动量张量,并考虑平均场近似,可以得到中子星物质的能量密度和压强的公式:

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{b}{3} m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 + \frac{c}{4} (g_{\sigma N} \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \\ & + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_B}} \sqrt{k^2 + m_B^{*2}} k^2 dk \\ & + \sum_l \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_l} \sqrt{k^2 + m_l^2} k^2 dk, \end{aligned} \quad (1-2-21)$$

$$\begin{aligned} p = & \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{b}{3} m_N (g_{\sigma N} \sigma)^3 - \frac{c}{4} (g_{\sigma N} \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \\ & + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{3} \sum_B \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_{F_B}} k^4 dk / \sqrt{k^2 + m_B^{*2}} \\ & + \frac{1}{3} \sum_l \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_l} k^4 dk / \sqrt{k^2 + m_l^2}, \end{aligned} \quad (1-2-22)$$

其中 $m_B^* = m_B - g_{\sigma B} \sigma$ 为重子 B 的有效质量.将介子场场量、各重子和各轻子的费米动量、有效质量等信息代入表达式(1-2-21)和(1-2-22)中便可得到中子星微观与宏观性质相联系的纽带——体系的物态方程(EOS).

1.3 其他理论模型

描述中子星物质的理论除了相对论平均场理论,还有手征强子模型、核多体模型等等.

一、手征强子模型

手征强子模型是1995年由Furnstahl, Serot 和 Tang 提出的^[11],简称FST模型.该模型实际上是相对论平均场框架下发展起来的理论,考虑了某些QCD效应,反映强相互作用的非线性手征对称性、破缺标度不变性和矢量为主贡献等特点.该模型可以很好地用于描述核物质和有限核. FST 的拉氏密度为

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_B \bar{\psi}_B [i\gamma_\mu D_B^\mu + g_{AB}\gamma^\mu\gamma_5 a_\mu - M_B + g_{\sigma B}\varphi - \frac{1}{2}g_{\rho B}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu] \psi_B \\
 & + \frac{1}{2} \left[1 + \eta \frac{\varphi}{S_0} + \dots \right] \cdot \left[\frac{1}{2}f_\pi^2 \text{tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger) + m_\nu^2 V_\mu V^\mu \right] - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\
 & - \frac{1}{4!} \xi (g_\omega^2 V_\mu V^\mu)^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - H_q \left[\frac{S^2}{S_0^2} \right]^{\frac{2}{d}} \left[\frac{1}{2d} \ln \frac{S^2}{S_0^2} - \frac{1}{4} \right] \\
 & - \frac{1}{4} \mathbf{G}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{G}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu + \dots + L_L
 \end{aligned} \quad (1-3-1)$$

其中, ψ_B ($B = n, p, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0, \Xi^-, \Xi^0$) 表示重子场, $D_B^\mu \equiv \partial^\mu + i\nu^\mu + ig_{\nu B} V^\mu$ 为重子的手征协变微商, U, ν_μ 和 a_μ 与 π 介子场有关, 实数 η 为标量场与矢量场相互耦合的系数, ξ 为矢量场自相互作用系数, 系数 H_q 代表胶球的贡献, 且 $m_s^2 = 4H_q/(d^2 S_0^2)$, $S(x) \equiv S_0 - \varphi(x)$. $F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$ 和 $\mathbf{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{b}_\nu - \partial_\nu \mathbf{b}_\mu$ 分别为 ω 和 ρ 介子场张量. $g_A = 1.23$ 和 $f_\pi = 93.0 \text{ MeV}$ 分别为轴矢量耦合系数和 π 介子衰变常数. L_L 表示轻子场的拉氏量.

在平均场近似的 FST 模型拉氏密度方程中, 对拉氏密度作变分, 可得 σ, ω 和 ρ 介子场的运动学方程

$$\frac{\eta}{2S_0} m_\nu^2 V_0^2 + m_s^2 S_0 \left(1 - \frac{\varphi_0}{S_0} \right)^{\left(\frac{4}{d}-1\right)} \ln \left(1 - \frac{\varphi_0}{S_0} \right) = - \sum_B g_{\sigma B} \rho_{SB} \quad (1-3-2)$$

$$\frac{1}{6} \xi g_\omega^4 V_0^3 + \left(1 + \eta \frac{\varphi_0}{S_0} \right) m_\nu^2 V_0 = \sum_B g_{\omega B} \rho_B \quad (1-3-3)$$