高级中学课本

代数上册（必修）

学习指导

人民教育出版社　重庆出版社

高级中学课本

代数上册（必修）学习指导

《学习指导》编写组　编

人民教育出版社　重庆出版社

（川）新登字010号

高级中学课本
代数上册（必修）学习指导

人民教育出版社　重庆出版社出版
新华书店重庆发行所发行
万县市印刷包装工业总公司印刷
*
开本 787×1092 1/32　印张 7.25 字数 163 千
1994 年 7 月第一版　1994 年 7 月第一版第一次印刷
印数：1—35,800
*
ISBN 7—5366—2905—2/G・1086
定价：3.05 元

作者：

胡安浦　蒋宗刚

目　　录

第一章　幂函数、指数函数和对数函数…………（1）
知识结构表…………（1）
学习目标一览表…………（2）
第一单元　集合…………（3）
练习1-1…………（5）
第二单元　映射与函数…………（8）
练习1-2…………（11）
第三单元　幂函数…………（16）
练习1-3…………（20）
第四单元　常用对数…………（23）
练习1-4…………（26）
第五单元　指数函数与对数函数…………（29）
练习1-5…………（30）
章末复习题…………（34）
第二章　三角函数…………（43）
知识结构表…………（43）
学习目标一览表…………（44）
第一单元　角的概念的推广与度量方法…………（45）
练习2-1…………（48）
第二单元　三角函数定义与同角三角函数的基本

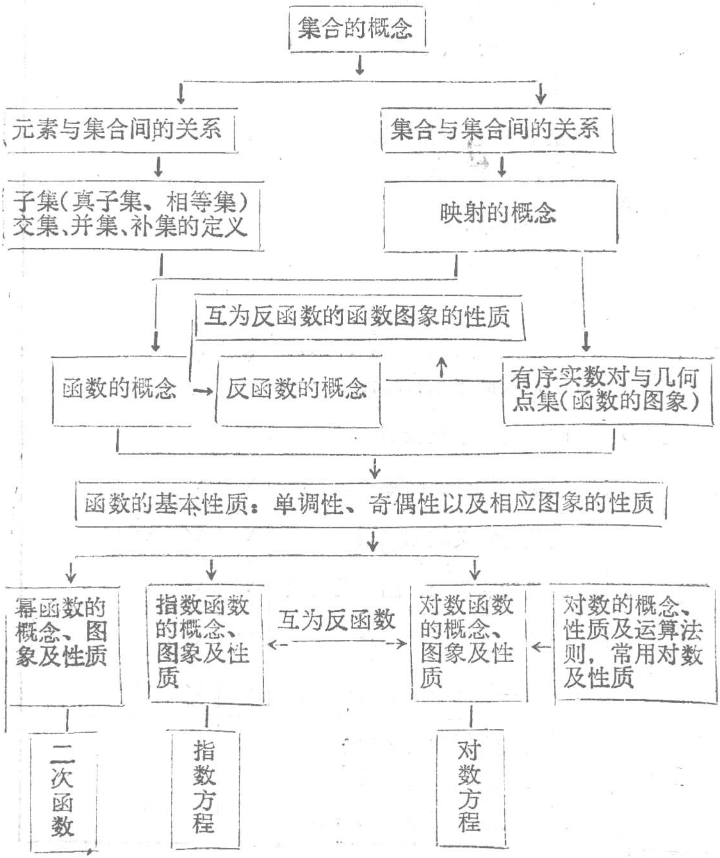
关系……………………………………………（51）
练习2-2 ……………………………………………（54）
第三单元　诱导公式及其应用…………………………（59）
练习2-3 ……………………………………………（62）
第四单元　正弦函数、余弦函数的图象和性质……………………………………………（66）
练习2-4 ……………………………………………（70）
第五单元　正弦函数的图象变换与“五点法”作图……………………………………………（77）
练习2-5 ……………………………………………（78）
第六单元　正切函数、余切函数的图象和性质……………………………………………（85）
练习2-6 ……………………………………………（86）
章末复习题……………………………………………（89）
第三章　两角和与差的三角函数…………………………（99）
知识结构表……………………………………………（99）
学习目标一览表…………………………………………（100）
第一单元　两角和与差的三角函数………………………（101）
练习3-1 ……………………………………………（104）
第二单元　倍角和半角的三角函数………………………（109）
练习3-2 ……………………………………………（112）
第三单元　三角函数的积化和差与和差化积……………（117）
练习3-3 ……………………………………………（125）
章末复习题……………………………………………（129）
第四章　反三角函数和简单三角方程……………………（139）
知识结构表……………………………………………（139）

学习目标一览表…………………………………………………（139）
第一单元　反三角函数………………………………………（141）
练习4-1 ………………………………………………………（146）
第二单元　简单三角方程……………………………………（150）
练习4-2 ………………………………………………………（152）
章末复习题……………………………………………………（156）
总复习题……………………………………………………（163）

答案或提示…………………………………………………（169）

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

知识结构表



学习目标一览表

单元	节次	知识要点	学习水平			
			了解	理解	掌握	灵活应用
一	§1.1	集合与元素的概念	√	√		
		集合的两种表示法	√	√	√	
	§1.2	子集、交集、并集、补集的概念	√	√		
		空集和全集的意义，属于、包含、相等关系的意义	√			
		用 $\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\subset$，$=$表示元素与集合、集合与集合的关系	√			
		求给定集合的交集、并集、补集，较简单集合的符号表示	√	√	√	
二	§1.3	映射的概念及表示	√			
	§1.4	函数的概念、函数的记号	√	√		
		函数的定义域和值域	√	√	√	
三	§1.5	幂函数的概念、图象及性质	√	√	√	
	§1.6	函数的单调性的概念	√	√		
		判断一些简单函数的单调性	√	√	√	
	§1.7	函数的奇偶性的概念	√	√		
		判断一些简单函数的奇偶性，并利用它描绘函数图象	√	√	√	

续表

单元	节次	知识要点	学习水平			
			了解	理解	掌握	灵活应用
三	§1.8	反函数的概念	✓	✓		
	§1.9	反函数的求法，互为反函数的函数图象之间的关系	✓	✓	✓	
四	1	对数的概念及性质	✓	✓		
		对数形式与指数形式的互化	✓	✓	✓	
	2	对数的运算法则	✓	✓	✓	
	3	常用对数及有关的概念	✓	✓		
	4	常用对数的首数和尾数的性质	✓	✓	✓	
五	§1.10	指数函数的概念、图象及性质	✓	✓	✓	
	§1.11	对数函数的概念、图象及性质	✓	✓	✓	
	§1.12	对数换底公式	✓	✓	✓	
	§1.13	简单的指数、对数方程	✓	✓	✓	

第一单元　集　合

本单元的主要内容是集合、子集、真子集、交集、并集、补集等概念以及它们的表示方法。集合是近代数学最基

本的内容之一，许多重要的数学分支都是在集合理论的基础上发展起来的。集合也是本章映射及函数概念的基础。学习本单元应注意以下几点：

1．集合的概念与点、直线的概念一样，都是不定义的概念，但是如同其它数学概念一样，也都是从现实世界中得来的。集合概念具有以下特征：

（1）确定性：一个集合，其界限是清楚的。就是说，对任何一个元素 a 和任何一个集合 A，a 属于 A 或者 a 不属于 A 二者必居其一，且只居其一。

（2）互异性：一个给定的集合，集合中的元素是互异的。在问题的研究中，若出现相同的元素，应视为同一个元素。

（3）无序性：用列举法表示集合时，元素的书写次序可以是任意的。但在表示数列之类的特殊集合时，为方便起见，仍按常用的次序写出它的元素。

2．表示集合的常用方法有列举法和描述法两种，其中列举法又可再分为完全列举和代表性列举。如{1，2，3}、{a，b，c，d}等，是完全列举，{2，4，6，8，…，100}，{1，2，3，4，…}等是代表性列举。

用描述法表示集合时，因为大括号{ }已包含"所有"、"全体"的意思，因而就不必将有理数集写成{全体有理数}，要注意防止把集合{(0，−1)}写成{0，−1}或{$x=0$，$y=-1$}之类的错误，还要防止用{整数集}、{Z}来表示整数集Z之类的错误。

3．子集的概念涉及到两个集合的包含关系，但子集不能只理解成是由原来集合中的部分元素组成的集合，否则，将与"空集是任何集合的子集"之规定相抵触。和"A是A的子

集"相矛盾。

要注意区别"包含于"、"包含"、"真包含"这些概念的不同含义与不同表示法，它们类同于不等式中的不等号"$\leqslant$"，"$\geqslant$"，"$>$"。

$\in$与$\subseteq$(或$\subset$)这两种符号，前者用在元素与集合之间，后者用在集合与集合之间，要注意把它们区别开来。

集合$\{0\}$是单元素集，不要与空集混淆，要注意防止$x\in\varnothing$的错误写法。

4．理解交集与并集的概念，要认真体会概念中的几个关键性的字眼，如"所有"、"且"与"或"，漏掉"所有"二字将扩大概念的外延，"且"与"或"分辨不清，将混淆交集与并集的概念。

另外，要注意防止$\{x|0<x<2\}\cup\{x|4<x<5\}=\{x|0<x<2\cup 4<x<5\}$等不正确的写法。

5．一般情况下，提到补集，应首先指明全集，全集是一个相对性的概念，它因所研究的问题而异，补集$\bar{A}$事实上是全集I与集合A的"差"集。

练习1-1

一、选择题

1．下列对象可构成集合的是(C)

(A) 一些很大的实数。(B) 一些很小的自然数。

(C) 不大于零的有理数。(D) 与零很接近的无理数。

2．若$S=\{x|(x+3)(3-x)>0\}$，那么($-3<x<3$

(A) $0\subset S$。　(B) $\{0\}\in S$。

(C) $\varnothing\in S$。　　(D) $\{0\}\subset S$。

3．集合$P=\{$参加数学竞赛的同学$\}$，$Q=\{$参加物理竞赛的同学$\}$，那么$P\cap Q$是（ C ）

(A) $\varnothing$。

(B) $\{$参加数学竞赛或参加物理竞赛的同学$\}$。

(C) $\{$数学、物理竞赛都参加的同学$\}$。

(D) $\{$数学、物理竞赛只参加一项的同学$\}$。

4．设$M=\{x|x^2-4x-5>0\}$，$N=\{x|\ |x|\leqslant 5\}$，那么$M\cup N$是（　　）

(A) $\{R\}$。　　(B) $\{x|x\neq 1$且$x\in R\}$。

(C) $\{x|x\neq 5$且$x\in R\}$。　　(D) R。

5．若$P=\{x|x<4\}$，$Q=\{x|x>3\}$，$M=\{x|x>-4\}$，$N=\{x|x<3\}$，$S=\{x|x^2+x-12<0\}$，下列等式成立的是（　　）

(A) $S=P\cup Q$。　　(B) $S=P\cap Q$。

(C) $S=M\cup N$。　　(D) $S=M\cap N$。

6．设$M=\{(x,y)|xy>0$，x、$y\in R\}$，$N=\{(x,y|x>0$且$y>0$　x、$y\in R\}$，则（　　）

(A) $M\cup N=N$。　　(B) $M\cap N=\varnothing$。

(C) $M\supset N$。　　(D) $M\subset N$。

7．设$M=\{-2,\ -1,\ 0,\ 2\}$，$N=\{-2,\ -1,1,3\}$，全集$I=M\cup N$，那么$\overline{M}\cap\overline{N}$是（　　）

(A) $\varnothing$。　　(B) $\{1,\ 3\}$。

(C) $\{0,\ 2\}$。　　(D) $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$。

8．设$P=\left\{(x,\ y)\left|\begin{cases}x^2+y^2=5\\x-y=1\end{cases}\right.\right\}$，

$Q=\left\{(x, y)\left\{\begin{array}{l}2x-3y=4 \\ 5x+y=-7\end{array}\right.\right\}$，那么$P\cap Q$是(　　)

(A)$\{x=-1, y=-2\}$。　　(B)$\{-1, -2\}$。

(C)$\{(-1, -2)\}$。　　(D)$\varnothing$。

9. 设M、N是两个非空集合，且$M\not\subseteq N$，$N\not\subseteq M$，令$S=M\cup N$，那么$N\cap S$是(　　)

(A)M。　(B)N。

(C)S。　(D)$\varnothing$。

10. 设$P=\{-1, 0\}$，$Q=\{x|x\subset P\}$，那么Q是(　　)

(A)$\{-1\}$或$\{0\}$。　　(B)$\{\{-1\}, \{0\}\}$。

(C)$\{\varnothing, \{-1\}, \{0\}\}$。

(D)$\{\varnothing, \{-1\}, \{0\}, \{0, -1\}\}$。

11. 集合$M=\{x|x=t^2-4t+7, t\in N\}$，$N=\{y|y=(s-1)^2+3, s\in N\}$，那么$M$与$N$的关系是(　　)

(A)$M\cap N=\varnothing$。　　(B)$M\supset N$。

(C)$M\subset N$。　　(D)$M=N$。

二、填空题

12. 集合$\{1, 3, 5, 7, \cdots\}$用另一种方法表示是____________________。

13. 若$\{a\}\subseteq A\subset\{a, b, c, d\}$，那么集合$A$的个数是______。

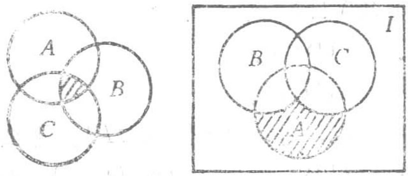
14. 已知$A=\{$圆外切四边形$\}$，$B=\{$平行四边形$\}$，那么$A\cap B=$____________。

15. 使函数$y=\dfrac{x+5}{\sqrt{x^2+2x-15}}$有意义的实数$x$的集合是________________。

16. $\{(x, y) | \sqrt{(x-1)^2+y^2} + |3x-y-3| = 0, \ x, y \in R\} =$ ______________.

三、解答题

17. 图1-1中，A、B、C 表示集合，把其中阴影部分所表示的集合分别用A、B、C的关系表示出来。



(1)　　　　(2)

图　1-1

18. 已知 α、β是一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的两个不相等的实根，$A=\{\alpha, \beta\}$，$B=\{-3,1,3,6,9\}$，$C=\{-5, -2, 6, 7, 9\}$，$A\cap B=\varnothing$，$A\cap C=A$，求p、q的值。

19. 已知 $A=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0\}$，$B=\{y|y^2+my+n>0\}$，$A\cap B=[-1, 2)$，求 m、n 的范围和它们所满足的关系式。

第二单元　映射与函数

本单元主要内容是映射与函数的概念，函数的记号、定义域、值域等．函数及其有关概念是中学数学中最重要的基本概念之一，是我们后面研究幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数的基础。学习本单元应注意以下几点：

1. 映射f：$A\to B$，包括两个集合A、B和从A到B的一个对应法则，三者缺一不可。其中对应法则f是核心，集合A中任何一个元素在f的作用下，B中都有唯一的象，而B中不要求每一个元素都有原象。

2. 如果A、B是非空的数集，那么映射 f：$A\to B$ 就是函数。A是函数的定义域，显然函数的值域C是B的子集（$C\subseteq B$）。

函数的定义域是函数的重要组成部分。一般情况下，定义域和对应法则确定，则值域也随之而确定。因此，对应法则相同，而定义域不同的两个函数应视为两个不同的函数。例如函数$y=x^2\,(x\in R)$和$y=x^2\,(x\in R^+)$就是两个不同的函数。当函数的定义域是实数的集合时，常有三种表示法供采用：即集合表示法、不等式表示法和区间表示法。

另外，我们有时给出函数关系式，仅给出了函数解析式（实际上是对应法则），而没有明确地给出定义域。这时函数的定义域应理解为使解析式有意义的自变量的值的集合。

3. 求函数的值域，灵活性较大，一般常用以下几种方法：

（1） 定义法：对有些函数，可根据值域的定义直接写出它们的值域。例如函数 $y=\begin{cases}1\ (x\geqslant 0),\\-1\ (x<0)\end{cases}$ 的值域就是$\{-1,1\}$。

（2） 转化法：对有些函数，可以把函数式变形，用已知值域的函数式来表示，然后通过解不等式的方法来求值域。例如求函数 $y=\dfrac{2-x}{x+1}$的值域，$\because \dfrac{2-x}{x+1}=-1+\dfrac{3}{x+1}$，

而$\frac{3}{x+1}\neq 0$，$\therefore -1+\frac{3}{x+1}\neq -1$，可见函数 y 的值域是 $\{y|y\in R$且$y\neq -1\}$。

（3） 换元法：对有些函数可通过换元转化成易求值域的函数形式，再根据新元的范围求出该函数的值域。例如求函数$y=x+\sqrt{1-2x}$的值域，此函数与“二次”有关，可用换元法转化为二次函数，再利用配方法求值域。$\because 1-2x\geqslant 0$，$x\leqslant\frac{1}{2}$，令$t=\sqrt{1-2x}$，则$t\geqslant 0$，且$x=\frac{1}{2}(1-t^2)$，故原函数可化为$y=-\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$。$\because t\geqslant 0$，$\therefore$当$t=1$时，$y_{最大}=1$，从而$y\in(-\infty, 1]$。

（4） 判别式法：对有些函数，可以先把它看成常数，然后将函数关系式化为关于x的二次方程，再利用方程有实根的条件求出y的范围，即为函数的值域。例如求函数$y=4+x+\sqrt{5-x^2}$的值域，$\because 5-x^2\geqslant 0$，$\therefore -\sqrt{5}\leqslant x\leqslant\sqrt{5}$。将函数关系式两边平方，并化简整理，得$2x^2+(8-2y)x+(y^2-8y+11)=0$。$\because$方程在$[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$内有实根，则方程的判别式$\Delta=4(4-y)^2-8(y^2-8y+11)\geqslant 0$，$y^2-8y+6\leqslant 0$，解得$4-\sqrt{10}\leqslant y\leqslant 4+\sqrt{10}$。将$y=4+\sqrt{10}$代入原函数式，得$x=\frac{\sqrt{10}}{2}\in[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$，故$y_{最大}=4+\sqrt{10}$。将$y=4-\sqrt{10}$代入原函数式，无对应的$x$值（求得的$x=\frac{-\sqrt{10}}{2}$是增根），这时$y=4-\sqrt{10}$不是函数的最小值。但函数的定义域是闭区间，取$x=-\sqrt{5}$、$\sqrt{5}$，得$y=4-\sqrt{5}$、$4+\sqrt{5}$，