



数理化竞赛丛书

全国初中数学 竞赛试题选编

河南省
郑州市 数学学会

SLH

SLH

河南教育出版社

JSCS

江南大学图书馆



11115783

全国初中数学竞赛 试题选编

河南省数学学会
郑州市数学学会



河南教育出版社

881711

全国初中数学竞赛试题选编

河南省数学学会

郑州市数学学会

责任编辑 刘宗贤

河南教育出版社出版

河南第二新华印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 6.75印张 139千字

1990年6月第1版 1990年8月第1次印刷

印数 1—31,085册

ISBN 7-5347-0718-8/G·604

定 价 1.85元

8-813/0810

前 言

目前，数学竞赛活动在我国方兴未艾，中国数学会和各省、市、自治区数学会每年都要举办数学竞赛活动。

通过数学竞赛能及早地发现和培养人材，开发智力资源。数学竞赛又是提高数学教学质量的一个重要手段。

数学竞赛的试题多是专家组成的竞赛命题评判小组经过深入研究而审定的，绝大多数题目都和数学基础知识密切相关。想要对数学知识达到融汇贯通，在数学王国里取得自由，获得数学竞赛的胜卷，研究和演练这些题目是一条重要途径。

为奉献给广大读者一本理想的参考资料，我们精选了近年来全国初中数学竞赛试题31套，并附有全部答案。

参加本书编写的有马自力、田培元、田杏仙、项昭义、胡世权等同志，王敏同志绘图，最后由田培元同志统一整编。

限于时间仓促和我们的水平，错误和疏漏之处在所难免，恳请广大读者予以指正。

河南省数学学会

郑州市数学学会

1989年4月

(34) 国际数学竞赛中国队第3801

(35) 国际数学竞赛中国队第3801

(36) 国际数学竞赛中国队第3801

国际数学竞赛中国队第3801

(37) 国际数学竞赛

(38) 国际数学竞赛中国队第3801

国际数学竞赛中国队第3801

目 录

试题部分

(39) 1984年北京市初中数学竞赛试题..... (1)

(40) 1984年上海市初中数学竞赛试题..... (3)

1984年天津市初中数学邀请赛试题..... (5)

(41) 1984年福州、武汉、广州联合初中数学竞赛

试题..... (9)

(42) 1984年武汉市初三数学竞赛试题..... (12)

(43) 1985年省、市、自治区联合初中数学竞赛

试题..... (13)

(44) 1985年北京地区少年数理竞赛数学试题..... (17)

(45) 1985年上海市初中数学竞赛试题..... (20)

(46) 1985年广州、武汉、福州联合初中数学竞赛

试题..... (22)

1985年“缙云杯”初中数学邀请赛试题..... (25)

(47) 1985年吉林省七地市初中数学竞赛试题..... (31)

(48) 1985年成都市初中数学竞赛试题..... (33)

(49) 1985年合肥市初中数学竞赛试题..... (37)

1985年长沙市初中数学竞赛试题..... (40)

(50) 杭州市第四届中学生数学竞赛(1985年)试题..... (41)

1985年宁波市初中数学竞赛试题	(46)
1986年全国初中数学联赛试题	(50)
1986年上海市初中数学竞赛试题	(53)
1986年广州、福州、重庆、武汉初中数学联 赛试题	(56)
1986年吉林省八市初中数学竞赛试题	(59)
1986年合肥市第四十六中初中数学邀请赛试 题	(63)
1986年中学生数理化接力赛初中数学试题	(65)
1987年全国初中数学联赛试题	(69)
第三届(1987年)部分省市初中数学通讯赛试 题	(72)
1987年武汉、广州、福州、重庆初中数学联 赛试题	(75)
1987年“缙云杯”初中数学邀请赛试题	(78)
1987年四川省初中数学联合竞赛试题	(82)
1987年青岛市初中数学竞赛试题	(86)
1987年温州市初中数学竞赛试题	(90)
1988年全国初中数学联赛试题	(93)
1988年江苏省初中数学竞赛试题	(96)
答案部分	
1984年北京市初中数学竞赛试题答案	(100)
1984年上海市初中数学竞赛试题答案	(102)
1984年天津市初中数学邀请赛试题答案	(105)
1984年武汉、福州、广州联合初中数学竞赛 试题答案	(108)

1984年武汉市初三数学竞赛试题答案	(112)
1985年省、市、自治区联合初中数学竞赛试 题答案	(117)
1985年北京地区少年数理竞赛数学试题答案	(120)
1985年上海市初中数学竞赛试题答案	(127)
1985年广州、武汉、福州联合初中数学竞赛 试题答案	(129)
1985年“缙云杯”初中数学邀请赛试题答案	(134)
1985年吉林省七地市初中数学竞赛试题答案	(135)
1985年成都市初中数学竞赛试题答案	(137)
1985年合肥市初中数学竞赛试题答案	(140)
1985年长沙市初中数学竞赛试题答案	(142)
杭州市第四届中学生数学竞赛(1985年)试题 答案	(145)
1985年宁波市初中数学竞赛试题答案	(149)
1986年全国初中数学联赛试题答案	(152)
1986年上海市初中数学竞赛试题答案	(154)
1986年广州、福州、重庆、武汉初中数学联 赛试题答案	(157)
1986年吉林省八市初中数学竞赛试题答案	(161)
1986年合肥市第四十六中初中数学邀请赛试 题答案	(165)
1986年中学生数理化接力赛初中数学试题答 案	(167)
1987年全国初中数学联赛试题答案	(177)
第三届(1987年)部分省市初中数学通讯赛试	

(112)	题答案.....	(179)
	1987年武汉、广州、福州、重庆初中数学联	
(117)	赛试题答案.....	(183)
(108)	1987年“缙云杯”初中数学邀请赛试题答案.....	(185)
(178)	1987年四川省初中数学联合竞赛试题答案.....	(188)
(107)	1987年青岛市初中数学竞赛试题答案.....	(192)
(109)	1987年温州市初中数学竞赛试题答案.....	(194)
(118)	1988年全国初中数学联赛试题答案.....	(196)
(119)	1988年江苏省初中数学竞赛试题答案.....	(202)
(137)		
(140)		
(143)		
	题解 (平) (1987年) 竞赛题答案.....	
(145)		
(146)		
(152)		
(154)		
	和竞赛题.....	
(157)		
(161)		
	竞赛题.....	
(169)		
	竞赛题.....	
(171)		
	竞赛题.....	
(177)		
	竞赛题.....	

试题部分

1984年北京市初中数学竞赛试题

一、(40分) 本题共有五个小题每小题有(A)、(B)、(C)、(D)、(E)五个答案, 其中有一个且只有一个答案是正确的, 请把你认为正确答案的英文字母代号, 写在题后的括号内, 答对得8分, 答错得0分, 不答得2分

1. $\lg(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})$ 的值等于()

(A) $\frac{1}{2}$; (B) 1; (C) $2\sqrt{3}$; (D) $\frac{1}{2}\lg 6$;

(E) $2\sqrt{5}$.

2. 设 $x=1+2^p$, $y=1+2^{-p}$, 那么 y 等于()

(A) $\frac{x+1}{x-1}$; (B) $\frac{x+2}{x-1}$; (C) $\frac{x}{x-1}$;

(D) $2-x$; (E) $\frac{x-1}{x}$.

3. 一条直线分一张平面为两部分, 二条直线最多分一张平面为四部分, 设五条直线最多分一张平面为 n 个部分, 则 n 等于()

(A) 32; (B) 31; (C) 24; (D) 18;



(E) 16.

4. 方程 $(1984x)^2 - 1983 \cdot 1985x - 1 = 0$ 的较大根为 r , $x^2 + 1983x - 1984 = 0$ 的较小根为 s , 则 $r - s$ 等于 ()

(A) $\frac{1}{1985}$; (B) 1985; (C) $\frac{1984}{1985}$;

(D) 0; (E) $-\frac{1983}{1984}$.

5. $ABCD$ 是面积为 1 的正方形, $\triangle BPC$ 为正三角形 (P 为正方形 $ABCD$ 内一点), 则 $\triangle BPD$ 的面积为 ()

(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$; (B) $\frac{2\sqrt{3}-1}{8}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(D) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$; (E) $\frac{1}{4}$.

二、(10分) 证明 $\lg^2 9 > \lg 8.1$.

三、(15分) 已知凸四边形边长分别为 a, b, c, d , 对角线相交所成的锐角为 45° , 若 S 为四边形的面积, 求证:

$$S = \frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{4}.$$

四、(15分) a 是负数, 求证方程:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+a^2} = 0.$$

1. 有两个异号实根;

2. 正根必小于 $-\frac{2}{3}a$, 负根必大于 $-\frac{2}{3}a^2$.

五、(10分) 对任给的 97 个互异的正整数 $a_1, a_2, \dots, a_{97}$, 试证其中一定存在四个正整数, 仅用减号、乘号和括号将它

们适当组合为一个算式，其结果是1984的倍数。

六、(10分)平面上有100个点，其中任何两点的距离都不小于3，现将距离恰好等于3的每两点间都连上一条线段，试证：这样的线段不会多于300条。

1984年上海市初中数学竞赛试题

第一试

一、选择题(24分，本题6个小题，每一小题都有代号为(A)、(B)、(C)、(D)四个答案供选择，其中有一个且只有一个答案是正确的，请把你认为正确的那个答案前的代号写在题后的括号内，答对者得4分，不答者得1分，答错者得零分)。

1. 已知 $\lg 2 = 0.3010$ ， $\lg 3 = 0.4771$ ，那么 $\left(\frac{6}{25}\right)^{100}$ 在小数点后第几位时才出现非零的数字()

(A) 61; (B) 62; (C) 63; (D) 都不是。

2. 方程 $|2x-1| + |x-2| = |x+1|$ 的实数解的个数是()

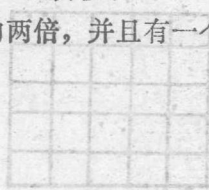
(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 无穷多。

3. 三角形中有一条边是另一条边的两倍，并且有一个角是 30° ，那么这个三角形()

(A) 一定是直角三角形;

(B) 一定是钝角三角形;

(C) 可能是锐角三角形;



(D)以上结论都不对。

4. 等腰三角形的一个底角的平分线把周长分成63和36两部分, 则腰长一定是(36)

(A)26.4; (B)33; (C)38.5; (D)以上答案都不对。36

5. 直角三角形有一条直角边的长是11, 另外两条边的长是连续的自然数, 那么它的周长是()

(A)132; (B)121; (C)120; (D)以上答案都不对。

6. 在四边形ABCD中, 对角线AC与相邻边AB、AD相等, 即 $AB=AC=AD$ 。如果 $\angle DAC$ 是 $\angle CAB$ 的 k 倍(k 为实数), 那么 $\angle DBC$ 是 $\angle BDC$ 的()

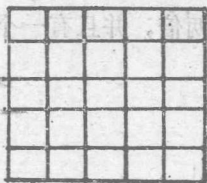
(A) k 倍; (B) $2k$ 倍; (C) $3k$ 倍; (D)都不对。

二、填充题(共16分, 每小题4分)

1. 某学生在将3.17乘以一正数时, 把3.17误看成3.177, 结果相差1.4, 则正确的结果应是()。

2. 某班学生不到50人, 在一次测验中有 $\frac{1}{7}$ 的学生得优, $\frac{1}{3}$ 的学生得良, $\frac{1}{2}$ 的学生得及格, 则有()人不及格。

A



B

图1

3. 半径为2的圆有两条相互垂直的弦AB和CD, 它们的交点E到圆心O的距离等于1, 则 $AB^2 + CD^2 = (40)$ 。

4. 如图1, 是某城市的一部分街道图, 纵横各有五条街, 如果

• 4 •

$$\frac{2+14+6}{42} = \frac{41}{42}$$

$$\frac{1}{42} \times$$

从A处到B处(只能由北到南,由西向东),那么有()种不同的走法。

第 二 试

一、(12分)以AB为直径的半圆周上有C、D两点,如果 $\angle DCB=120^\circ$, $\angle ADC=105^\circ$, $CD=1$, 求四边形ABCD的面积S(精确到0.01)。

二、(12分)不解方程,求作一个关于y的一元二次方程,使它的首项系数为1,两个根分别是方程 $x^2+3x+1=0$ 的两个根的五次方。

三、(12分)平面上有A、B、C、D四点,其中任意三点都不在一直线上,求证:在 $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ACD$, $\triangle BCD$ 中,至少有一个三角形的一个内角不超过 45° 。

四、(12分)某班有50名学生,男女各占一半,他们围成一圈后席地而坐开篝火晚会。求证:必能找到一位两旁都是女生的学生。

五、(12分)有一个小于2000的四位数,它恰有14个正约数(包括1和它本身),其中有一个质约数的末位数字是1,求这个四位数。

1984年天津市初中数学邀请赛试题

一、选择题:(共50分)本题共10个小题,每个题有五

个答案，其中有一个且只有一个答案是正确的，请把正确答案的英文字母代号填在括号内，每小题答对得5分，不答得1分，答错得0分。

1. 若 $|-a| > -a$ ，则 (A) $a > 0$ ；(B) $a < 0$ ；
(C) $a < -1$ ；(D) $-1 < a < 0$ ；(E) 以上结论都不对。

答 ()

2. 以线段 $a=10$ ， $b=13$ ， $c=16$ ， $d=6$ 为边，且使 $a \parallel c$ 作四边形，这样的四边形

- (A) 能作一个；(B) 能作二个；
(C) 能作三个；(D) 能作无数多个；
(E) 不能作。

答 ()

3. 周长相同的正三角形，正方形，正六边形的面积分别是 S_3 ， S_4 ， S_6 ，则

- (A) $S_3 > S_4 > S_6$ ；
(B) $S_6 > S_4 > S_3$ ；
(C) $S_6 > S_3 > S_4$ ；
(D) $S_3 > S_6 > S_4$ ；
(E) $S_4 > S_6 > S_3$ 。

答 ()

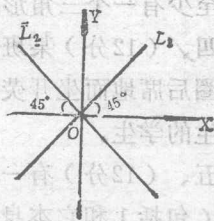


图2

4. 如图2，直线 L_1 和 L_2 上的点的坐标 (x, y) 满足关系式

- (A) $|x| + |y| = 0$ ；(B) $|x| + \sqrt{y^2} = 1$ ；
(C) $\sqrt{x^2} - |y| = 1$ ；(D) $|x| - |y| = 0$ ；
(E) $x - |y| = 0$ 。

答 ()

5. 方程 $x^2 + 1984513x + 3154891 = 0$

- (A) 没有实数根; (B) 有整数根;
(C) 有正数根;
(D) 两根的倒数和小于 -1;
(E) 以上结论都不对。

答 ()

6. $\triangle ABC$ 的三条外角平分线相交成一个 $\triangle LMN$, 则 $\triangle LMN$;

- (A) 一定是直角三角形;
(B) 一定是锐角三角形;
(C) 一定是钝角三角形;
(D) 不一定是钝角三角形;
(E) 一定不是钝角三角形。

答 ()

7. 已知方程 $2x^2 + kx - 2k + 1 = 0$ 的两实根的平方和为 $\frac{29}{4}$, 则 k 的值为

- (A) 3; (B) -11;
(C) 3或-11; (D) 11;
(E) 以上结论都不对。

答 ()

8. 一个两位数, 交换它的十位数字与个位数字所得的两位数是原来数的 $\frac{7}{4}$ 倍, 则这样的两位数有:

- (A) 1个; (B) 2个; (C) 4个;
(D) 无数多个; (E) 0个。

0=1081578+2.8181821+... 答()

9. 半径为13和半径为5的两个圆相交，圆心距为12，则这两圆公共弦长为

(A) $3\sqrt{11}$, (B) $\frac{65}{6}$,

(C) $4\sqrt{6}$, (D) 10,

(E) 以上结果都不对. 答()

10. 下列哪一个数一定不是某个自然数的平方(其中 n 为自然数)

(A) $3n^2 - 3n + 3$, (B) $4n^2 + 4n + 4$,

(C) $5n^2 - 5n - 5$, (D) $7n^2 - 7n + 7$,

(E) $11n^2 + 11n - 11$. 答()

二、(本题满分10分) 试推导出一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的求根公式。

三、(本题满分15分) 已知:

$A = 6 \lg p + \lg q$, 其中 p, q 为质

数, 且满足 $q - p = 29$, 求证: 3

$< A < 4$.

四、(本题满分15分) 已知:

如图3, $AB = BC = CA = AD$,

$AH \perp CD$ 于 H , $CP \perp BC$ 交 AH

于 P .

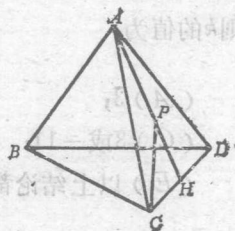


图3

求证: $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} AP \cdot BD$.

五、(本题满分15分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AC = 1$, AB

$=c$, $\triangle ABC$ 的外接圆半径长 $R \leq 1$.

求证: $\cos A - \sqrt{3} \sin A \leq C \leq \cos A + \sqrt{3} \sin A$.

六、(本题满分15分)有两种重量(设分别为 p 与 q ,且 $p > q$)的球五个,涂红、白、黑三种颜色.其中,两个红球重量不同;两个白球重量不同;一个黑球不知它的重量是 p 还是 q ,由于外形上不能确定球的轻重,请你用一台无砝码天平(只能比较轻重,不能称出具体重量)称两次,将5个球的轻重都区分出来,试叙述你的称球办法,并说明理由.

提示:用天平称球比较重量的结果,可用等号或不等号表示.

1984年福州、武汉、广州联合

初中数学竞赛试题

第一试

一、选择题(每小题5分,共45分)

说明:每小题都有四个结论供选择,但只有一个结论是正确的,请把你认为正确的结论前的代号填在题后的括号内,填对的给5分,填错给0分,不填给1分.

1.若 $a > b$,则()

(A) $a^2 > b^2$; (B) $2^a > 2^b$; (C) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;