

水库溢洪道水工模型 及库区泥沙淤积模型

试验研究

SHUIKU YIHONGDAO SHUIGONG MOXING
JI KUQU NISHA YUJI MOXING SHIYAN YANJIU

邸国平 刘秀英 著

中国建筑工业出版社

水库溢洪道水工模型及库区泥沙淤积模型 试验研究

邸国平 刘秀英 著

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

水库溢洪道水工模型及库区泥沙淤积模型试验研究/邸国平, 刘秀英著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2012. 5

ISBN 978-7-112-14270-5

I. ①水… II. ①邸… ②刘… III. ①水库-溢洪道-水工模型
实验-研究②水库泥沙-异重流-水工模型试验-研究 IV. ①TV651
②TV145

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 081239 号

本书首次将随机游动理论应用于库区泥沙运动规律、泥沙沉降特性分析, 为库区泥沙淤积计算提供了理论基础; 结合多沙河流特点将局部三维水沙数学模型应用到坝前冲刷漏斗计算; 将非恒定非饱和异重流输沙模型应用到库区水沙运动规律和异重流排沙计算。

本书旨在理论和实践两方面为水利科研和工程技术人员提供参考依据。

* * *

责任编辑: 辛海丽

责任设计: 叶延春

责任校对: 刘梦然 赵颖

水库溢洪道水工模型及库区泥沙淤积模型试验研究

邸国平 刘秀英 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京科地亚盟排版公司制版

北京建筑工业印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 10 字数: 242 千字

2012 年 5 月第一版 2012 年 5 月第一次印刷

定价: 30.00 元

ISBN 978-7-112-14270-5

(22342)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

随着我国水利水电建设事业的蓬勃发展，流体力学在各项生产实践和试验技术的带动下，取得了显著的成绩，模型试验在水工水力学问题的研究上发挥了更大的作用。

水流运动是一项很复杂的运动过程，按照相似准则利用缩尺模型研究泄水建筑物水力学问题为主要对象的水工模型试验，能重演和预演复杂的水流运动现象，尤其随着计算机技术的日益成熟与发展，数学模型替代了物理模型在某些方面的局限性，其费用低、速度快、应用灵活方便的优势得到了迅猛的发展，并在研究和解决大量的生产实际问题中发挥着越来越重要的作用。

本书作者多年从事水工模型的应用研究工作，在写作过程中得到了许多老前辈及同事们的帮助与鼓励，并提出了许多宝贵的意见及建议，在此表示深深的敬意和衷心的感谢。

本书第一章、第二章、第三章及第六章第二节由山西省水利水电科学研究院邸国平撰写，第四章、第五章及第六章第一节由太原科技大学刘秀英撰写。

由于作者水平有限，书中错误在所难免，敬请批评指正。

2012年3月

目 录

第一章 工程概述	1
第一节 工程总体布置情况	1
第二节 项目立项背景研究目的及意义	3
第二章 溢洪道水工物理模型相似定律	6
第一节 相似性力学	6
第二节 流体作用力与特别模型定律	7
第三节 重力相似定律	8
第四节 黏滞力相似定律	10
第五节 压力相似定律	11
第六节 弹性力相似定律	12
第七节 表面张力相似定律	12
第八节 水力学常用公式的相似性	13
第九节 模型相似定律的应用	14
第十节 缩尺影响	15
第三章 水工模型试验测试技术及试验数据处理	17
第一节 常规测试仪器	17
第二节 试验资料的数据处理和误差分析	23
第四章 挟沙水流动床模型的基本相似条件	28
第一节 概述	28
第二节 挟沙水流动床模型的基本相似条件	29
第三节 模型沙	40
第五章 泥沙淤积数学模型计算方法	44
第六章 工程应用实例	81
第一节 张峰水库溢洪道水工模型试验研究	81
第二节 张峰水库库区泥沙淤积数学模型研究及应用	111

第一章 工程概述

第一节 工程总体布置情况

一、枢纽工程总布置

张峰水库位于山西省晋城市沁水县郑庄镇张峰村沁河干流上，距晋城市城区 90km。由枢纽工程与输水工程两部分组成。张峰水库为多年调节水库，库容 3.94 亿 m^3 。水库正常蓄水位 759m，防洪限制水位 756.5m，防洪高水位 759.78m，设计洪水位 760.8m，校核洪水位 762.63m，死水位 728.2m。

枢纽工程等别为 II 等。主要建筑物拦河坝、导流泄洪洞、溢洪道及供水发电洞进水口等建筑物级别为 2 级，供水发电洞、渠首电站、渠首输水泵站及次要建筑物级别为 3 级。

枢纽工程主要建筑物的设计洪水标准为 100 年一遇，校核洪水标准为 2000 年一遇。枢纽工程区地震动峰值加速度为 0.1g，地震设防烈度为 7 度。

张峰水库溢洪道布置于水库左岸单薄山梁中段，导流泄洪洞左侧，与导流泄洪洞轴线基本平行，二者相距 115m。溢洪道总长 366m。

溢洪道由引渠段、闸室段、泄槽段、挑流段组成。

桩号溢 0—207.0~溢 0+000.0 为引渠段。

引渠段长 207m，平底，渠底高程 747.2m。桩号溢 0—207.0~溢 0+053.0 为喇叭口段，底宽 137.5~55.5m，底高程 747.2m。桩号溢 0—035.0~溢 0+000.0 段为直线段，底板左半部分基础为土层，为防止不均匀沉陷，挖除底板下约 50cm 土层，再用浆砌石回填至原高程。

桩号溢 0+000.0~0+034.0 为闸室段。

闸室段长 34m。闸室采用分离式结构。进口为无底坎宽顶堰。闸孔净宽 $4\text{m}\times 12\text{m}$ ，堰顶高程 747.20m。堰上设 4 扇 $12\text{m}\times 14.0\text{m}$ （宽 \times 高）弧形工作门，检修叠梁门布置于弧形闸门上游侧。在闸墩顶部桩号溢 0+024.0 处设交通桥连接两岸公路，交通桥结合溢洪道闸室布置，共设 4 孔，每孔净跨 12.0m。桥面高程 769.0m，桥宽 8.0m，全长 58.5m，为装配式钢筋混凝土结构。

桩号溢 0+034.0~溢 0+141.0 为泄槽段。

泄槽段长 107m，由抛物线连接段、陡坡段组成。泄槽净宽 55.5m，陡坡段底坡 1/2.5，下游接挑流鼻坎。

桩号溢 0+141.0~溢 0+159.0 为挑流段。

挑流段长 18m。挑流鼻坎边墙迎水面和底板迎水面采用 C35 抗冲磨混凝土厚度分别为

350mm、200mm，其余部分均为 C20 混凝土。

二、工程地质条件

桩号溢 0—207.0~0+000.0 为引渠段。

左边墙基础均位于 Q_4^l 低液限黏土层中，土层厚度 8~47m，开挖基础底面以下土层厚度 15~25m，以上土层厚度 2~38m。下伏基岩面高程 723~756m。

轴线部位在桩号 0—165.0 以前和 0—147.0~0—73.2 段地基为 Q_4^l 低液限黏土层，厚 6~16.5m。基础底面以上开挖厚度 3~16m，以下厚度 2~8m。桩号 0—165.0~0—147.0 和 0—73.2~0+000 段地基为 T11-3~T11-5 岩组细砂岩、粉砂岩夹砾岩、泥岩，基岩面高程 710~770m。

右边墙基础在桩号溢 0—207.0 以前段位于 Q_4^l 低液限黏土层中，厚度 0~10m，基岩面高程 741.8~748m，基础底面以下土层厚度 0~6.2m，以上土层厚度 0~5.9m；在桩号溢 0—207.0~0+000 段边墙位于 T11-4、5 岩组砂岩及泥岩层中，基岩高度 10~33.5m，上部土层厚度 2~9.8m。右边墙高岩质开挖边坡，受节理裂隙切割作用，易产生小坍塌或掉块。

桩号溢 0+000.0~0+034.0 为闸室段，基岩面高程 756.1~782.0m，自右边墙向左边墙方向基岩面逐渐降低，强风化层厚度 1~3m。上覆 Q_4^l 浅红色低液限黏土，厚度 9~33m。基础置于 T11-5 岩组上。

开挖边坡有土质和岩质两种边坡：土质边坡为 Q_4^l 低液限黏土，高度 9~33m；岩质边坡为 T11-5~T11-7 岩组细粒长石砂岩、粉砂岩夹薄层砾岩、泥岩，基础底面以上开挖厚度 8.1~34m。岩质边坡强风化带岩体破碎，易产生小坍塌。

闸室地基为 T11-4、5 岩组，以细砂岩、粉砂岩为主，处于弱风化状态，岩性较坚硬，呈互层状或薄层状结构，存在软弱结构面及楔体。

T11-4 岩组顶底部存在四层软弱岩层及泥化夹层：泥化夹层产状与岩层产状一致，遇水软化或风化，对溢洪道地基稳定条件不利。

桩号溢 0+034.0~0+141.0 为泄槽段，大部分地段基岩裸露，地层岩性为 T11-3~T11-7 岩组棕褐黄色细粒长石砂岩夹薄层泥岩和砾岩，山脊部位分布有 Q_4^l 浅红色低液限黏土，土层厚 0~9.3m，地面高程 720~782m。

泄槽段右边墙为岩质边坡，高度 14.3~30.5m；左边墙边坡高度 18~30m，上部覆有土层厚度 1~9.3m。土级别为Ⅲ级，基岩为Ⅸ级。

泄槽段岩质边坡中发育有泥岩类软弱岩层，泄槽开挖后，泥化夹层遇水软化或风化，在节理裂隙相互切割作用下，具备顺层滑移的条件，易产生小型坍塌或掉块现象。

桩号溢 0+141.0~0+159.0 为挑流段，基础座于 T11-3 岩组细粒长石砂岩之上，其左、右边墙为 T11-3~T11-4 岩组细粒长石砂岩、粉砂岩夹薄层砾岩、泥岩。岩层倾向下游沁河方向。岩体受节理裂隙切割呈块状，对抗滑稳定不利。

下游平台段为岩质岸坡，地层岩性为 T11-3 岩组细粒长石砂岩，岩性较坚硬，抗冲刷条件较好。开挖时岩质边坡易产生掉块、局部坍塌。

第二节 项目立项背景研究目的及意义

一、立项背景

人类出于兴利除害需要，越来越频繁地在大大小小的河流上修建水库。这些水库的建成，使来自上游的泥沙纷纷落淤，造成库容损失、回水上延和泥沙过机等一系列问题。其库区泥沙冲淤变形状况直接影响到水库的寿命甚至威胁到大坝的安全，也同时影响到水库能否充分发挥预期综合利用效益。也正因为如此，水库泥沙问题一直引起广泛的关注。目前在水库的规划设计中，通常采用物理模型试验的方法来预演水库修建后泥沙淤积及回水上延的发展过程，为设计提供优化的水库运行方案。进行物理模型试验，成本高、周期长，不便于多方案对比优化，且有些问题物理模型试验很难模拟。数学模型作为研究水库泥沙冲淤变形过程和解决有关问题的工具，日益受到重视。所以开展水库泥沙数值模拟方法的研究无论在理论上还是在工程实践上都是十分必要的。

张峰水库是拟建于黄河三门峡至花园口区间三大支流之一的沁河上的一座水利枢纽(图 1-1)。距山西省晋城市城区 90km。工程的建设任务是以城市生活和工业供水、农村饮水为主，兼顾防洪、发电等综合利用。为满足张峰水库初设阶段的设计要求，预测水库的淤积形态及排沙情况，适应当前及今后工程建设需要，山西省水利科学研究所和武汉大学以张峰水库淤积为背景，开展了水库库区泥沙淤积数学模型及应用的专项研究工作。

二、立项背景

水库泥沙数学模型已有较长的历史，早在 20 世纪 50 年代初，发达国家就已运用在基本方程和计算方法做了很大简化的一维泥沙数学模型，对大型水库的淤积进行了模拟计算。20 世纪 50 年代后期，针对黄河三门峡水库的修建，先后采用前苏联列维和罗辛斯基的计算方法开展了水库及其下游河道的冲淤计算。因这类方法相当于平衡输沙的数学模型，水库淤积计算时又没有考虑泥沙淤积向上游的延伸，所以未能预估出水库实际运用后出现的严重淤积和迅速向上游淤积延伸，其下游河道的冲刷深度和速率也远较实际为小。1972 年韩其为利用非平衡输沙方程开发了一维三峡数学模型。近二十多年随着泥沙运动理论的发展和计算手段的提高，使数学模型逐渐成为水库淤积和排沙研究中不可缺少的工具。

在天然情况下，水沙运动为非恒定过程。非恒定过程所导致的不平衡输沙使得水沙体系的超饱和，饱和与恢复饱和的过程十分复杂，人们一直在寻求逼近这一实际过程的更为精确的模拟方法，在这一方面，学者们的工作各有其特点。有的试图从水沙运动机理方面深入探讨，有的试图改进模型的计算方法，但由于水流泥沙相互作用的复杂性，一维非恒定模型至今仍有许多没有解决的问题，还远未发展完善。比如模型方程中的许多参数及水沙运动基本公式都是在恒定流模型基础上建立起来的，非恒定流模型在运用这些参数及公式时，由于缺乏理论上的深入研究，无法建立统一的，与非恒定情况相符的相应参数及公



图 1-1 张峰水库布置图

式，研究者往往只能根据所研究的具体问题进行选择和确定，使得多种模型同时并存，这也给非恒定模型的运用带来了一定困难。所以从工程角度来说，更有必要对库区泥沙淤积的非恒定非饱和输沙模型进行研究。

在有泥沙输移的河道上修建水库或取水工程，会在泄水或取水建筑物孔口前，特别是深水底孔前，形成局部冲刷坑，形似漏斗，称为冲刷漏斗。坝前局部冲刷漏斗形态，是多沙河流上修建的水库设计的主要参数之一，对于水库冲刷漏斗形态的研究，多通过模型试验来完成，国外由于多沙河流较少，对这方面的研究较少。国内早期研究的有丁联臻，徐国宾和白世录，近年的有熊绍隆、金腊华的试验研究。在数值模拟方面曹志先等用立面二维数学模型计算了坝前冲刷漏斗。而天然河道内水流一般是三维紊流形态，只有通过求解三维紊流模型才能正确地模拟其水流运动。水库坝前冲刷漏斗形态、大小及相应的水、沙流动特性直接关系到泄水建筑物的正常运行乃至整个枢纽工程的寿命。故迫切需要对坝前冲刷漏斗三维水沙模型计算开展研究。

张峰水库属于北方多沙河流河道型水库，异重流挟带大量泥沙潜入水库底层运动，当异重流运行到坝前时，若不能及时打开排沙孔，则大量泥沙将淤积在水库中，减少了水库有效库容，若能及时打开排沙底孔，则可以提高排沙效率，减少泥沙淤积，充分发挥水库发电、供水、防洪等综合效益。例如陕西黑松林水库共进行了7次的异重流排沙观测，进沙93.39万t，排沙58.37万t，平均排沙效率61.2%，最高达91.4%。可以看出研究异重流运动特性、掌握异重流运动规律、优化水库调度，可以提高排沙效率减少水库泥沙淤积，延长水库使用寿命，提高水库的发电、供水、防洪等综合效益。因此以张峰水库淤积为背景，采用非恒定非饱和输沙模型进行水库泥沙淤积计算、分析异重流特性及排沙效率的研究非常必要，不仅具有理论意义，而且具有经济和社会效益。用三维水沙模型计算坝前冲刷漏斗对水库的调水、调沙具有重要的实际意义。

由于国外多沙河流较少，国外对水库泥沙淤积、特别是异重流淤积、排沙特性研究较少，目前国内研究成果处于国际领先行列。

第二章 溢洪道水工物理模型相似定律

第一节 相似性力学

近代流体力学的基础是理论分析和实验观测相结合。对复杂的水流运动现象，由于种种原因尚无法用数学描述和预见，而工程技术人员需要得到可靠的实际成果时，必须考虑实验数据。

模拟制造的工程、结构或机械称为模型，该原工程、结构或机械称为原型。模型一般小于原型，亦可等于或大于原型。依据相似性力学原理及原型条件设计、制造模型和进行模型试验。水工模型定律即水力相似性原理的应用范围可分为两方面：①借水工模型试验分析研究水工建筑物或水力机械的设计问题、施工方法以及检验实际运行情况等；②流体运动现象的基本理论研究。

水力相似性根据力学原理课分为以下三种。

一、几何相似性

几何相似指模型与原型几何形状和边界条件的相似，即模型与原型间相应长度的比例 L_r 为一定值。根据定义得

$$\frac{L_p}{L_m} = L_r \quad (2-1)$$

相应的面积比例 A_r 及体积比例 V_r 为

$$\frac{A_p}{A_m} = A_r = L_r^2 \quad (2-2)$$

$$\frac{V_p}{V_m} = V_r = L_r^3 \quad (2-3)$$

式中 L 、 A 及 V ——长度、面积及体积；

p 、 m 及 r ——原型、模型及比例。

模型比例 L_r 的倒数 $1/L_r$ 习惯上称为模型缩尺。

在水工模型制造中必须遵守的基本法则：尽可能在工艺上保持一定的集合相似性。由于某一方面无法达到完全相似而导致水流运动的某种程度的变态必须心中有数，以免发生未能预知的误差。

二、运动相似性

运动相似模型与原型中水流质点运动的流线几何相似，这要求原型与模型间流速比例

v_r 为一定值。故运动相似的必要条件为

$$\frac{v_p}{v_m} = v_r = \frac{L_r}{T_r} = L_r T_r^{-1} \quad (2-4)$$

$$\frac{a_p}{a_m} = a_r = \frac{v_r}{T_r} = L_r T_r^{-2} \quad (2-5)$$

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L_p^3 T_p^{-1}}{L_m^3 T_m^{-1}} L_r^3 T_r^{-1} \quad (2-6)$$

式中 T 、 v 、 a 及 Q ——时间、流速、加速度及流量。

三、动力相似性

动力相似指模型与原型水流中相应点作用力的相似性。例如流过弧形闸门的水流，为达到模型与原型的几何相似，选用模型长度比例为 $(L_1)_r = (L_2)_r = (L_3)_r = L_r$ ，同时保持运动相似 $(v_a)_r = (v_b)_r = v_r$ 。

设于水流中 C 点有三种作用力，根据其向量图形的相似性及牛顿第二定律 ($F=Ma$)，可得

$$\frac{(F_1)_p}{(F_1)_m} = \frac{(F_2)_p}{(F_2)_m} = \frac{(F_3)_p}{(F_3)_m} = \frac{M_p(a_c)_p}{M_m(a_c)_m} = F_r \quad (2-7)$$

即为了达到动力相似，沿流路所有相应点的 F_r 比例必须保持一定。从向量图可明显看出

$$F_1 \mapsto F_2 \mapsto F_3 = \frac{Ma_c}{g_c} \quad (2-8)$$

式中 \mapsto ——向量加法；

M ——质量；

a_c ——加速度；

g_c ——比例常数（尺度为 $M \cdot L/F \cdot T^2$ ，即 $\text{kg} \cdot \text{m}/\text{N} \cdot \text{s}^2$ ）。从式 (2-8) 亦可得

$$F_r = \frac{(F_1)_p \mapsto (F_2)_p \mapsto (F_3)_p}{(F_1)_m \mapsto (F_2)_m \mapsto (F_3)_m} = \frac{M_p(a_c)_p}{M_m(a_c)_m} \quad (2-9)$$

第二节 流体作用力与特别模型定律

使流体发生运动的常见作用力可有以下 8 种，其尺度表示如下：

(1) 惯性力 $F_i = \text{质量} \times \text{加速度} = (\rho L^3) (L/T^2) = \rho L^2 v^2$

(2) 重力 $F_g = \text{质量} \times \text{重力加速度} = (\rho L^3) g = \gamma L^3$

(3) 黏滯力 $F_\mu = \text{黏滯剪切应力} \times \text{剪切面积} = \tau L^2 = \mu \left(\frac{dv}{dz} \right) L^2 = \mu (v/L) L^2 = \mu L v$

(4) 压力 $F_p = \text{压强} \times \text{面积} = \rho L^2$

(5) 弹性力 $F_E = \text{弹性模量} \times \text{面积} = E L^2$

(6) 表面张力 $F_\sigma = \text{表面张力强度} \times \text{长度} = \sigma L$

(7) 离心力 $F_\omega = \text{质量} \times \text{加速度} = (\rho L^3) (L/T^2) = \rho L^4 \omega^2$

(8) 振动力 $F_i = \text{质量} \times \text{加速度} = (\rho L^3) (L/T^2) = \rho L^4 f^2$

以上各式中 γ ——密度；

ω ——角速度；

f ——振动频率。

如果上述 8 种作用力都作用在某一流体单元上，则模型与原型完全动力相似要求

$$F_r = (F_i \mapsto F_g \mapsto F_u \mapsto F_p \mapsto F_E \mapsto F_\delta \mapsto F_\omega \mapsto F_f)_r = (Ma)_r \quad (2-10)$$

同时，完全的动力相似性尚须符合

$$(F_i)_r = (F_g)_r = (F_u)_r = (F_p)_r = (F_E)_r = (F_\delta)_r = (F_\omega)_r = (F_f)_r = (Ma)_r \quad (2-11)$$

式 (2-10) 及式 (2-11) 为流体运动的完全动力相似必要条件，但模型流体则无法选择出使其不同作用力同时与原型流体相似 ($L_r=1$ 除外)。

实际上，很多实际工程问题中，流体运动中的某些作用力常不发生作用或影响甚微，故可仅仅考虑惯性力及某一种主要作用力以满足式 (2-10) 或式 (2-11) 的比例关系，得出原型与模型间各量的相似定律，即特别模型定律。

惯性力比例可写成 $(Ma)_r = \rho_r L_r^4 T_r^{-2}$ ，当模型与原型流体选定后， ρ_r 为常数，故惯性力比例可写成长度和时间比例的函数

$$(Ma)_r = \varphi_1(L_r, T_r) \quad (2-12)$$

$$F_r = \varphi_2(L_r, T_r) \quad (2-13)$$

动力相似的必要条件，按式 (2-10) 及式 (2-11)，原型与模型间惯性力的比例必须与所考虑的主要作用力的比例相等

$$\varphi_1(L_r, T_r) = \varphi_2(L_r, T_r)$$

故得

$$T_r = \varphi(L_r) \quad (2-14)$$

对于所考虑的主要作用力，式 (2-14) 即为该种作用力的动力相似特别模型定律。

应用特别模型定律时一般先决定 L_r ，其次由特别模型定律的关系式算出 T_r ，根据 L_r 和 T_r 即可推演出动力相似的其他各量的比例关系。

如果作用于流体运动系统中的力需要同时考虑两种作用力 F_1 及 F_2 ，则根据模型与原型动力相似的必要条件得

$$(Ma)_r = (F_1)_r = (F_2)_r$$

而

$$(Ma)_r = \varphi_1(L_r, T_r) \quad (2-15)$$

$$(F_1)_r = \varphi_2(L_r, T_r) \quad (2-16)$$

$$(F_2)_r = \varphi_3(L_r, T_r) \quad (2-17)$$

式 (2-15)、式 (2-16)、及式 (2-17)，3 个方程式含有 3 个变数 $(Ma)_r$ ， L_r 及 T_r ，其间只有一组解答存在，故原型与模型间的比例关系均因流体的选定而随之确定，没有任何其他模型比例选择的可能。

第三节 重力相似定律

今考虑原型与模型促成运动的主要作用力为重力，将次要影响力略去不计，则重力比例为

$$(F_g)_r = r_p L_p^3 / r_m L_m^3 = r_r L_r^3 \quad (2-18)$$

按原理与模型动力相似的必要条件，惯性力比例与作用力比例相等，即 $\rho_r L_r^4 T_r^{-2} = r_r L_r^3$ 或 $\rho_r L_r^4 T_r^{-2} r_r^{-1} = 1$ ，故得重力相似定律

$$\text{时间比例} \quad T_r = (L_r / g_r)^{1/2} \quad (2-19)$$

$$\text{流速比例} \quad v_r = (g_r L_r)^{1/2} \quad (2-20)$$

由于 $g_r = 1$ ，以上两式可写成

$$T_r = L_r^{1/2} \quad (2-21)$$

$$v_r = L_r^{1/2} \quad (2-22)$$

其他各量的模型比例，皆可从式 (2-21) 及式 (2-22) 推导得出

$$\text{流量比例} \quad Q_r = A_r v_r = L_r^2 L_r^{1/2} = L_r^{5/2} \quad (2-23)$$

$$\text{力的比例} \quad Fr = \rho_r L_r^4 T_r^{-2} = \rho_r L_r^4 T_r^{-1} = \rho_r L_r^3 \quad (2-24)$$

$$\text{若 } \rho_r = 1, \text{ 则} \quad Fr = L_r^3 \quad (2-25)$$

从式 (2-20) 的 v_r 的比例关系可得

$$v_r / \sqrt{g_r L_r} = (Fr)_r = 1 \quad (2-26)$$

式中 Fr ——表示水流重力特性的参数 (弗汝德数)，考虑重力为主要作用力而设计模型时，其相似条件即原型与模型的弗汝德数 Fr 必须相等。

实际上，水流由于重力作用发生流动的同时，边界面对流体产生阻力作用。设 τ_0 为单位边界面对水流的剪力， P 为湿周长， l 为流路长度，则对水流发生作用的阻力为

$$F_s = \tau_0 p l \quad (2-27)$$

因为 $\tau_0 = rRS = \rho gRS$ ，故

$$(F_g)_r = (\rho gRSpl)_r = \rho_r g_r L_r^3 S_r \quad (2-28)$$

根据 $(Ma/F_g)_r = \rho_r L_r^2 v_r^2 / \rho_r g_r L_r^3 S_r = v_r^2 / g_r L_r S_r = 1$

故得

$$(Fr)S_r^{-1/2} = 1 \quad (2-29)$$

式中 R ——水力半径；

S ——水力坡降。

上式指明，按弗汝德模型定律设计的模型，为获得阻力相似，应使原型与模型水力坡度一致。

对于阻力平方区的紊流，水力坡降 S 如按谢才公式计算，可得

$$S_r = (v^2 / C^2 R)_r = 1 \quad (2-30)$$

或

$$C_r = 1 \quad (2-31)$$

式中 C 即谢才公式中的谢才系数，从 $C = \sqrt{8g/\lambda}$ ，可得阻力系数 λ 的模型比例

$$\lambda_r = 1 \quad (2-32)$$

而 $\lambda = f(\Delta/R)$ ，故得

$$(\Delta/R)_r = 1 \quad (2-33)$$

式中 Δ ——粗糙率凸起高度；

Δ/R ——相对粗糙率。

式 (2-33) 表明，按重力相似定律设计模型时，要求渠道的相对粗糙率必须相等。

如根据曼宁公式

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

得

$$v_r = \left(\frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \right)_r = L_r^{2/3} n_r^{-1} \quad (2-34)$$

故得渠道粗糙率系数 n 的模型比例

$$n_r = L_r^{1/6} \quad (2-35)$$

从上述原理可知，按弗汝德模型定律设计模型，为符合原型与模型间的阻力相似，使水力坡降一致，必须使原型和模型间包括粗糙率在内的边界条件完全相似。

但实际缩制模型时，技术上不易解决粗糙率的缩制问题，故很难达成原型和模型间的完全动力相似。所幸，对具有自由表面的紊流。重力作用远较其他作用力显著。故一般水工建筑物模型中，如比例适当，边界面的粗糙率即使不能达到式 (2-35) 的要求，在尽可能做到平整光滑的条件下，模型中所测得的结果仍可使用。由于粗糙率不相似而产生的缩尺影响，可设法进行校正，包括必要时进行不同比例的模型试验。

由于受重力作用具有自由液面流动现象在水力学中占主要位置，故水工模型试验中，弗汝德模型定律的应用范围远较其他模型定律为广。

第四节 黏滯力相似定律

设有两相邻薄层流体表面，其垂直距离为 z ，当上层流体受作用力 F 时，则上、下两薄层 $abcd$ 间 (图 2-1) 的流体将发生角变形而变成 $ebcf$ ， $\angle abe$ 的变形速率为 v/\overline{ab} ，一般情况用 dv/dz 表示。

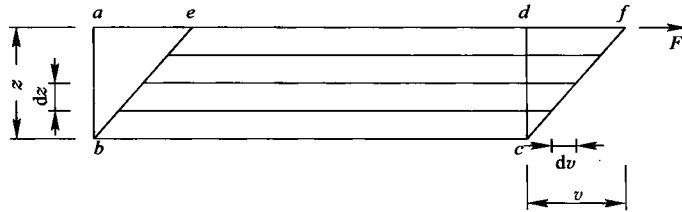


图 2-1 相邻薄层流体黏滯力作用示意图

如单位面积上因角变形所受的剪力为 τ ，则 $\tau \propto dv/dz$ ，即

$$\tau = \mu \frac{dv}{dz} \quad (2-36)$$

式中 μ ——流体的动黏滯率。

若两相邻薄层流体间的面积为 A ，则其间的黏滯力应为

$$F_u = \tau A = \mu \frac{dv}{dz} A \quad (2-37)$$

当运动的流体中黏滯力为主要作用力时，则原型和模型间黏滯力的比例为

$$(F_u)_r = \mu_r \left(\frac{dv}{dz} \right)_r A_r = \mu_r L_r^2 T_r^{-1} \quad (2-38)$$

按原型和模型动力相似的必要条件，黏滯力比例与惯性力比例相等，即 $\rho_r L_r^4 T_r^{-2} =$

$\mu_r \times L_r^2 T_r^{-1}$, 故得

$$T_r = L_r^2 \left(\frac{\rho_r}{\mu_r} \right) = L_r^2 v_r^{-1} \quad (2-39)$$

$$V_r = \frac{L_r}{T_r} = v_r L_r^{-1} \quad (2-40)$$

式中 ν ——流体的运动黏滞率, $\nu = \mu/\rho$ 。

式 (2-39) 及式 (2-40) 为雷诺模型定律的时间比例及速度比例。若模型流体与原型相同, $v_r = 1$, 则

$$T_r = L_r^2 \quad (2-41)$$

$$v_r = L_r^{-1} \quad (2-42)$$

从式 (2-40) 可得

$$V_r L_r / v_r = (Re)_r = 1 \quad (2-43)$$

式中 Re ——雷诺数, 为表示流体黏滞性运动的参数。

从式 (2-43) 中可知, 当黏滞力支配运动时, 流体运动的相似条件为原型与模型的 Re 数必须相等。应用雷诺模型定律主要研究不可压缩流体中紊流受流体内部摩擦力影响下的运动现象, 或研究管道内无自由液面不可压缩流体的问题, 例如潜艇在深水下的运动, 以及飞机在大气中的飞行等。

$$v_r L_r = 1 \quad (2-44)$$

若 L_m 较原型 L_p 缩小 L_r 倍, 则模型中流速需要增大 L_r 倍, 才能保持水流运动的完全动力相似。这从例 5 和例 6 亦可看出。此外, 管流模型借雷诺模型定律设计, 所解决的实际问题有限, 除特殊需要外, 一般水工模型试验中雷诺模型定律很少应用。

至于研究输水管道进出口水流问题, 因受重力作用, 故仍应用弗汝德模型定律; 研究输水管道内部水流情况时, 必须保证紊流的雷诺数位于阻力平方区, 同时对施测数值应加以适当的校正。

具有自由液面而流速甚低的层流及渗流, 因黏滞力影响较大, 且受重力作用, 故设计此类模型时常将雷诺定律与弗汝德定律结合使用, 即动力相似条件 $(Fr)_r = 1$ 和 $(Re)_r = 1$ 应同时成立, 故从 $(Fr)_r = (Re)_r$ 得

$$v_r / \sqrt{g_r L_r} = v_r L_r / v_r$$

将 $g_r = 1$ 代入上式后即得

$$L_r = v_r^{2/3} \quad \text{或} \quad L_r^{2/3} = v_r \quad (2-45)$$

从式 (2-45) 可知, 这种模型比例确定于所选择的流体。如果模型流体与原型相同, $L_r = 1$, 则失去模型试验意义, 故模型流体应选择黏滞性较小者, L_r 也不能太大。

第五节 压力相似定律

在不可压缩流体中运动的物体所受的压力

$$F_p = \text{压强} \times \text{面积} = pL^2$$

而运动物体的惯性力

$$F_i = \rho L^2 v^2$$

当模型设计中只考虑压力为作用力时, 按原型与模型动力相似的必要条件, 惯性力比

值与作用力比值相等，即

$$(\rho L^2 v^2)_r = (p L^2)_r \quad \text{或} \quad \rho_r v_r^2 / p_r = (Eu)_r = 1 \quad (2-46)$$

式中 Eu 为一表示流体压力特性的参数，称为欧拉数。借模型研究原型物体在流体中运动，原型与模型的欧拉数必须相等。

第六节 弹性力相似定律

设某种可压缩流体的密度为 ρ ，体积为 V 。当增加单位面积上的压力 Δp 时，其体积的缩小率为 $\Delta V/V$ ，同时相应的密度增加率为 $\Delta\rho/\rho$ ，由于 $\Delta p \propto (\Delta\rho/\rho)$ ，故可定义 $\Delta p = E (\Delta\rho/\rho)$ ，或

$$E = \rho(\Delta p / \Delta\rho) \quad (2-47)$$

式 (2-47) 中 E 为比例常数（即弹性模量），此时可表示为作用在某种流体单位面积上的压力强度，故弹性力为

$$F = EA \quad (2-48)$$

设弹性力支配流体运动，则原型与模型间弹性力的比例为

$$F_r = E_r A_r = E_r L_r^2 \quad (2-49)$$

根据动力相似的必要条件

$$\rho_r L_r^4 T_r^{-2} = E_r L_r^2$$

则

$$T_r = L_r / \sqrt{(E/\rho)_r}$$

而运动弹性率 $e = E/\rho$ ，得模型的时间比例为

$$T_r = L_r e_r^{-\frac{1}{2}} \quad (2-50)$$

流速比例为

$$v_r = L_r / T_r = e_r^{\frac{1}{2}} \quad (2-51)$$

若原型与模型的流体系统，则 $e_r = 1$ ，式 (2-50) 及 (2-51) 可写成

$$T_r = L_r \quad (2-52)$$

$$v_r = 1 \quad (2-53)$$

式 (2-51) 可写成

$$v_r e_r^{-1/2} = (Ma)_r = 1 \quad (2-54)$$

或写成

$$(\rho v^2 / E)_r = (Ca)_r = 1 \quad (2-55)$$

式 (2-54) 及式 (2-55) 中 Ma 及 Ca 为两种表示弹性力的参数， Ma 为马赫数， Ca 为柯西 (Cauchy) 数。进行弹性力模型试验时，动力相似的条件及柯西数 Ca (或 Ma 数) 必须保持与原型值相等。

柯西模型定律一般用于空气动力学问题的研究中。由于水在水力学问题的试验研究中常作为不可压缩流体，故柯西定律很少应用于水工模型试验中。

第七节 表面张力相似定律

由于流体分子间的凝聚力。两种不相混合的液体、或液体与气体间分界面上产生表面张力现象。表面张力强度以单位长度的力衡量，今以 σ 表示，则表面张力的总力可写成