



- 普通高等教育“十一五”规划教材
- 普通高等院校物理精品教材

○ ○ ○



# 大学物理同步辅导

范淑华 朱佑新 主编



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

C13031804

04-42

162

普通高等教育“十一五”规划教材

普通高等院校物理精品教材

本书是普通高等院校物理精品教材之一，是根据教育部颁布的《普通物理课程教学基本要求》编写而成的。本书可作为高等院校物理专业及相关专业的教材，也可供从事物理工作的工程技术人员参考。

# 大学物理同步辅导

主 编 范淑华 朱佑新

参编人员 (按编写内容排序)

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 刘书龙 | 吴 伟 | 陈昌胜 |
| 林 钢 | 李瑞霞 | 杨晓雪 |
| 张雁滨 | 项林川 | 朱佑新 |
| 喻力华 | 南 征 | 范淑华 |



北航

C1636461

华中科技大学出版社

中国·武汉

04-42

162

图书在版编目(CIP)数据

大学物理同步辅导/范淑华 朱佑新 主编. —武汉: 华中科技大学出版社, 2013. 3

ISBN 978-7-5609-8659-3

I. 大… II. ①范… ②朱… III. 物理学-高等学校-教学参考资料  
IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 011027 号

大学物理同步辅导

范淑华 朱佑新 主编

策划编辑: 周芬娜

责任编辑: 周芬娜

封面设计: 刘 卉

责任校对: 张 琳

责任监印: 周治超

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)81321915

录 排: 华中科技大学惠友文印中心

印 刷: 仙桃市新华印务有限责任公司

开 本: 850mm×1168mm 1/32

印 张: 15.625

字 数: 445 千字

版 次: 2013 年 3 月第 1 版第 2 次印刷

定 价: 29.50 元



本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换  
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务  
版权所有 侵权必究

# 前 言

---

大学物理是高等院校理工科学生的一门重要的通识性必修基础课,该课程所讲授物理的基本概念、基本理论和基本方法是构成学生科学素养的重要组成部分,具有其他课程不可替代的作用。学生在学习大学物理课程时,普遍感到这门课程理论性强、涉及面广,不容易抓住重点。为了帮助学生深入理解课程内容,理清思路,使学生领会大学物理课程的基本理论和解题方法,我们根据长期的教学研究和实践经验,编写了这本切实可行的学习辅导书。

本书与教材《大学物理(上、下册)》配套使用,对于不使用该教材的各类理工科学生,本书也不失为一本有益的参考书。

参加本书编写工作的有:刘书龙(第1、2章),吴伟(第3、5章),陈昌胜(第4、6章),林钢(第7章),李瑞霞(第8章),杨晓雪(第9、10、15章),张雁滨、项林川(第11章),朱佑新、喻力华(第12、13章),南征(第14、16、17章)。书中所附各套试卷及解答由范淑华编写。全书由范淑华、朱佑新统稿和校订。

书中若有错误或不足之处,敬请读者批评指正。

编 者

2013年3月

# 目 录

|                                |          |      |
|--------------------------------|----------|------|
| (85)                           | 点动点重,二   |      |
| (89)                           | 答精又思考思,三 |      |
| (94)                           | 答精又思考思,四 |      |
| (99)                           | 动由精,一章   |      |
| (103)                          | 点动点重,二   |      |
| (107)                          | 答精又思考思,三 |      |
| <b>第 1 章 质点运动学</b> .....(1)    |          |      |
| (1)一、内容提要                      |          | (1)  |
| (1)二、重点难点                      |          | (2)  |
| (1)三、思考题及解答                    |          | (2)  |
| (1)四、习题及解答                     |          | (4)  |
| <b>第 2 章 牛顿运动定律</b> .....(16)  |          |      |
| (16)一、内容提要                     |          | (16) |
| (16)二、重点难点                     |          | (17) |
| (16)三、思考题及解答                   |          | (18) |
| (16)四、习题及解答                    |          | (21) |
| <b>第 3 章 刚体的定轴转动</b> .....(49) |          |      |
| (49)一、内容提要                     |          | (49) |
| (49)二、重点难点                     |          | (50) |
| (49)三、思考题及解答                   |          | (50) |
| (49)四、习题及解答                    |          | (53) |
| <b>第 4 章 流体运动简介</b> .....(64)  |          |      |
| (64)一、内容提要                     |          | (64) |
| (64)二、重点难点                     |          | (65) |
| (64)三、思考题及解答                   |          | (65) |
| (64)四、习题及解答                    |          | (66) |
| <b>第 5 章 狭义相对论基础</b> .....(77) |          |      |
| (77)一、内容提要                     |          | (77) |

|              |       |
|--------------|-------|
| 二、重点难点       | (78)  |
| 三、思考题及解答     | (78)  |
| 四、习题及解答      | (80)  |
| 第 6 章 静电场    | (96)  |
| 一、内容提要       | (96)  |
| 二、重点难点       | (98)  |
| 三、思考题及解答     | (98)  |
| 四、习题及解答      | (101) |
| 第 7 章 稳恒磁场   | (151) |
| 一、内容提要       | (151) |
| 二、重点难点       | (152) |
| 三、思考题及解答     | (153) |
| 四、习题及解答      | (155) |
| 第 8 章 电磁感应   | (203) |
| 一、内容提要       | (203) |
| 二、重点难点       | (204) |
| 三、思考题及解答     | (204) |
| 四、习题及解答      | (205) |
| 第 9 章 气体动理论  | (240) |
| 一、内容提要       | (240) |
| 二、重点难点       | (241) |
| 三、思考题及解答     | (241) |
| 四、习题及解答      | (244) |
| 第 10 章 热力学基础 | (255) |
| 一、内容提要       | (255) |
| 二、重点难点       | (257) |
| 三、思考题及解答     | (257) |
| 四、习题及解答      | (261) |
| 第 11 章 振动与波动 | (276) |

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 一、内容提要 .....                 | (276) |
| 二、重点难点 .....                 | (280) |
| 三、思考题及解答 .....               | (281) |
| 四、习题及解答 .....                | (282) |
| <b>第 12 章 几何光学</b> .....     | (330) |
| 一、内容提要 .....                 | (330) |
| 二、重点难点 .....                 | (331) |
| 三、思考题及解答 .....               | (331) |
| 四、习题及解答 .....                | (333) |
| <b>第 13 章 波动光学</b> .....     | (339) |
| 一、内容提要 .....                 | (339) |
| 二、重点难点 .....                 | (342) |
| 三、思考题及解答 .....               | (342) |
| 四、习题及解答 .....                | (348) |
| <b>第 14 章 早期量子论</b> .....    | (385) |
| 一、内容提要 .....                 | (385) |
| 二、重点难点 .....                 | (386) |
| 三、思考题及解答 .....               | (387) |
| 四、习题及解答 .....                | (388) |
| <b>第 15 章 量子力学基础</b> .....   | (397) |
| 一、内容提要 .....                 | (397) |
| 二、重点难点 .....                 | (399) |
| 三、思考题及解答 .....               | (399) |
| 四、习题及解答 .....                | (401) |
| <b>第 16 章 半导体与激光简介</b> ..... | (412) |
| 一、内容提要 .....                 | (412) |
| 二、重点难点 .....                 | (413) |
| 三、思考题及解答 .....               | (413) |
| 四、习题及解答 .....                | (413) |

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| 第 17 章 原子核物理简介 .....        | (417) |
| (一、内容提要 .....               | (417) |
| (二、重点难点 .....               | (419) |
| (三、思考题及解答 .....             | (419) |
| (四、习题及解答 .....              | (420) |
| 历届大学物理课程考试试卷及解答 .....       | (427) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(1) .....     | (427) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(1)参考解答 ..... | (432) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(2) .....     | (435) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(2)参考解答 ..... | (440) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(3) .....     | (442) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(3)参考解答 ..... | (447) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(4) .....     | (449) |
| (大学物理课程(一)考试试卷(4)参考解答 ..... | (455) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(5) .....     | (459) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(5)参考解答 ..... | (464) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(6) .....     | (467) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(6)参考解答 ..... | (473) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(7) .....     | (476) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(7)参考解答 ..... | (481) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(8) .....     | (483) |
| (大学物理课程(二)考试试卷(8)参考解答 ..... | (488) |

# 第 1 章 质点运动学

## 一、内容提要

### 1. 描述质点运动的物理量

(1) 运动方程  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$

(2) 速度  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

(3) 加速度  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$

加速度:  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a_n \mathbf{e}_n + a_t \mathbf{e}_t$

法向加速度:  $a_n = \frac{v^2}{\rho}$  ( $\rho$  为曲率半径)

切向加速度:  $a_t = \frac{dv}{dt}$

在圆周运动中,用角量表示:

角速度  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度  $\beta = \frac{d\omega}{dt}$

而  $v = \omega R$ ,  $a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$ ,  $a_t = \frac{dv}{dt} = R\beta$

### 2. 质点运动学的两类问题

(1) 微分问题  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ ,  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$

(2) 积分问题  $v = v_0 + \int_0^t a dt, \quad r = r_0 + \int_0^t v dt$

### 3. 相对运动

$$v_{\text{绝对}} = v_{\text{相对}} + v_{\text{牵连}}$$

## 二、重点难点

1. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度、角速度、角加速度等描述质点运动的物理量,明确它们的矢量性、瞬时性和相对性。正确求解运动学的微分问题和积分问题。

2. 理解法向加速度和切向加速度的物理意义;掌握圆周运动的角度和线量的关系。

3. 理解伽利略坐标、速度变换,能分析相对运动的问题。

## 三、思考题及解答

1-1 (1)  $|\Delta r|$  与  $\Delta r$  有无不同? (2)  $\left| \frac{dr}{dt} \right|$  和  $\left| \frac{dr}{dt} \right|$  有无不同?

(3)  $\left| \frac{dv}{dt} \right|$  和  $\left| \frac{dv}{dt} \right|$  有无不同? 其不同在哪里? 试举例说明。

解 (1)  $|\Delta r|$  是位移的模,  $\Delta r$  是位矢的模的增量, 即  $|\Delta r| = |r_2 - r_1|, \Delta r = |r_2| - |r_1|$ 。

(2)  $\left| \frac{dr}{dt} \right|$  是速度的模, 即  $\left| \frac{dr}{dt} \right| =$

$|v| = \frac{ds}{dt}$ 。  $\frac{dr}{dt}$  只是速度在径向上的分量。



思考题 1-1 图

因为  $r = re_r$  (式中  $e_r$  叫做单位矢), 则  $\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dt}e_r + r \frac{de_r}{dt}$ , 式中

$\frac{dr}{dt}$  就是速度径向上的分量, 所以  $\left| \frac{dr}{dt} \right|$  与  $\frac{dr}{dt}$  不同, 如图所示。

(3)  $\left| \frac{dv}{dt} \right|$  表示加速度的模, 即  $|a| = \left| \frac{dv}{dt} \right|$ ,  $\frac{dv}{dt}$  是加速度  $a$  在切向上的分量。

因为  $v = ve_t$  ( $e_t$  表示轨道切线方向单位矢), 所以  $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dt}e_t + v \frac{de_t}{dt}$ , 式中  $\frac{dv}{dt}$  就是加速度的切向分量。

1-2 若质点限于在平面上运动, 试指出符合下列条件的分别是什么样的运动?

$$(1) \frac{dr}{dt} = 0, \frac{dr}{dt} \neq 0; (2) \frac{dv}{dt} = 0, \frac{dv}{dt} \neq 0; (3) \frac{da}{dt} = 0, \frac{da}{dt} \neq 0$$

答 (1) 质点做圆周运动; (2) 质点做匀速率曲线运动; (3) 质点做抛物线运动。

1-3 运动物体的加速度随时间减小, 而速度随时间增加, 是可能的吗?

答 是可能的。加速度随时间减小, 说明速度随时间的变化率减小。

1-4 一质点做斜抛运动, 用  $t_1$  代表落地的时刻。

$$(1) \text{说明下面三个积分的意义: } \int_0^{t_1} v_x dt, \int_0^{t_1} v_y dt, \int_0^{t_1} v dt.$$

(2) 用  $A$  和  $B$  代表抛出点和落地点位置, 说明下面两个积分的意义:  $\int_A^B dr$ ,  $\int_A^B |dr|$ 。

答 (1)  $\int_0^{t_1} v_x dt$  表示物体落地时  $x$  方向的距离。

$\int_0^{t_1} v_y dt$  表示物体落地时  $y$  方向的距离。

$\int_0^{t_1} v dt$  表示物体在  $0 \sim t_1$  时间内走过的几何路程。

(2)  $\int_A^B dr$  表示抛出点到落地点的位移。

$\int_A^B |\mathrm{d}\mathbf{r}|$  表示抛出点到落地点的路程。

1-5 下列说法正确的是 [ ]

- (A) 加速度恒定不变时, 物体的运动方向也不变。
- (B) 平均速率等于平均速度的大小。
- (C) 当物体的速度为零时, 加速度必定为零。
- (D) 质点做曲线运动时, 质点速度大小的变化产生切向加速度, 速度方向的变化产生法向加速度。

答 (D)

1-6 某质点做直线运动的运动学方程为  $x = 3t - 5t^3 + 6$  (SI), 则该质点做 [ ]

- (A) 匀加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴正方向。
- (B) 匀加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴负方向。
- (C) 变加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴正方向。
- (D) 变加速直线运动, 加速度沿  $x$  轴负方向。

答 (D)

1-7 以下五种运动形式中,  $a$  保持不变的运动是 [ ]

- (A) 单摆的运动。
- (B) 匀速率圆周运动。
- (C) 行星的椭圆轨道运动。
- (D) 抛体运动。
- (E) 圆锥摆运动。

答 (D)

## 四、习题及解答

1-1 分析以下三种说法是否正确?

- (1) 运动物体的加速度越大, 物体的速度也必定越大。
- (2) 物体做直线运动时, 若物体向前的加速度减小了, 则物体前进的速度也随之减小。
- (3) 物体的加速度很大时, 物体的速度大小必定改变。

答 (1) 不对。加速度是速度的变化率。加速度大,只是速度的变化率大,而速度不一定大。

(2) 不对。直线运动时,如物体的速度向前,向前的加速度减小,只是速度增大得慢了,而速度还是在增大,并没有减小。

(3) 不对。有可能是法向加速度,只改变速度的方向,不改变速度大小,如匀速圆周运动。

1-2 质点的运动方程为  $x=x(t)$ ,  $y=y(t)$ 。在计算质点的速度和加速度时,有人先求出  $r=\sqrt{x^2+y^2}$ ,然后根据  $v=\frac{dr}{dt}$  和  $a=\frac{d^2r}{dt^2}$  求出  $v$  和  $a$ ;也有人先计算速度和加速度的分量,再求出  $v=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$  和  $a=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$ 。这两种方法哪一种正确?为什么?

解 后一种方法正确。因为速度与加速度都是矢量,在平面直角坐标系中,有  $\mathbf{r}=xi+yj$ , 因为

$$\mathbf{v}=\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\mathbf{i}+\frac{dy}{dt}\mathbf{j}, \quad \mathbf{a}=\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j}$$

它们的模即为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

1-3 物体做曲线运动时,速度一定沿轨迹的切向,法向分速度恒为零,因此法向加速度也一定为零。这种说法对吗?

解 不对。虽然法向分速度恒为零,但法线的方向时刻在改变,所以法向加速度不一定为零,比如匀速圆周运动。

1-4 一质点做直线运动,其平均速率总等于  $\frac{1}{2}$ (初速+末速)吗?用上式计算平均速率的条件是什么?

解 平均速率不一定等于  $\frac{1}{2}$  (初速+末速)。

用上式计算平均速率的条件是加速度为恒量,即匀加速直线运动。

1-5 将一小球竖直上抛,不考虑空气阻力,它上升和下降所经过的时间哪一个长? 如果考虑空气阻力呢?

解 不考虑空气阻力时,上升和下降所经过的时间一样长。

考虑空气阻力时,下降所经过的时间比上升所经过的时间长。

1-6 一质点在  $Oxy$  平面上运动,运动方程为

$$x=3t+5, \quad y=\frac{1}{2}t^2+3t-4$$

式中,时间  $t$  的单位用  $s$ ,坐标  $x, y$  的单位用  $m$ 。求:(1) 质点运动的轨迹方程;(2) 质点位置矢量的表达式;(3) 从  $t_1=1 s$  到  $t_2=2 s$  的位移;(4) 速度矢量的表达式;(5) 加速度矢量的表达式。

解 (1) 从运动方程中消去  $t$ , 得轨迹方程

$$y=\frac{1}{18}x^2+\frac{4}{9}x-7\frac{11}{18}$$

(2) 质点位置矢量

$$\mathbf{r}=xi+yj=(3t+5)i+\left(\frac{1}{2}t^2+3t-4\right)j$$

(3)  $t_1=1 s$  和  $t_2=2 s$  的位置矢量分别为

$$\mathbf{r}_1=8i-0.5j, \quad \mathbf{r}_2=11i+4j$$

这期间位移为

$$\Delta\mathbf{r}_{12}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1=3i+4.5j$$

$$\text{大小 } \Delta r_{12}=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=\sqrt{3^2+4.5^2} m=5.41 m$$

$$\text{方向 } \alpha_{\Delta r_{12}}=\arctan \frac{4.5}{3}=56.31^\circ$$

$$(4) \text{ 速度矢量 } \mathbf{v}=\frac{d\mathbf{r}}{dt}=3i+(t+3)j$$

$$(5) \text{ 加速度矢量为 } \mathbf{a}=\frac{d\mathbf{v}}{dt}=j$$

**例 1-7** 一质点在  $Oxy$  平面上运动,其加速度为  $\mathbf{a} = 5t^2\mathbf{i} + 3t\mathbf{j}$ 。已知  $t=0$  时,质点静止于坐标原点。求在任一时刻该质点的速度、位置矢量、运动方程和轨迹方程。

**解** (1) 因为  $\mathbf{a} = 5t^2\mathbf{i} + 3t\mathbf{j}$ , 又  $t=0$  时  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}, \mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$ , 所以

$$\mathbf{v} = \int_0^t \mathbf{a} dt + \mathbf{v}_0 = \frac{5}{3}t^3\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$$

$$(2) \mathbf{r} = \int_0^t \mathbf{v} dt + \mathbf{r}_0 = \int_0^t \left( \frac{5}{3}t^3\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} \right) dt + \mathbf{0} = \frac{5}{12}t^4\mathbf{i} + \frac{3}{2}t^3\mathbf{j}$$

$$(3) \text{运动方程为 } x = \frac{5}{12}t^4, \quad y = \frac{3}{2}t^3$$

$$(4) \text{轨迹方程为 } x = \frac{5}{27}y^2$$

**例 1-8** 一质点以匀速率  $1 \text{ m/s}$  沿顺时针方向做圆周运动,圆半径为  $1 \text{ m}$ 。(1) 求质点在走过半个圆周时的位移、路程、平均速度及瞬时速度;(2) 求质点在绕圆运动一周时的上述各量。

**解** (1) 如图所示,从  $A$  到  $B$  的过程中,

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = \mathbf{i} - (-\mathbf{i}) = 2\mathbf{i}$$

$$s = \pi r = 3.14 \text{ m}$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A}{s/v} = \frac{2\mathbf{i}}{3.14} \times 1$$

$$= 0.6\mathbf{i} \text{ (m/s)}$$

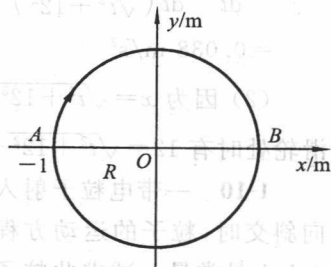
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_B = -\mathbf{j} \text{ (m/s)}$$

$$(2) \Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_A = \mathbf{0}$$

$$s = 2\pi R = 6.28 \text{ m}$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_A}{\Delta t} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_A = \mathbf{j} \text{ (m/s)}$$



习题 1-8 图

**例 1-9** 如图所示,一根绳子跨过滑轮,绳的一端挂一重物,一人拉着绳的另一端沿水平路面匀速前进,速度  $v = 1 \text{ m/s}$ 。设滑轮离地高  $H = 12 \text{ m}$ ,开始时重物位于地面,人在滑轮正下方,滑轮、重

物和人的大小都忽略。求：(1) 重物在 10 s 时的速度和加速度；(2) 重物上升到滑轮处所需的时间。

解 (1) 如图所示，设在  $t$  时刻，重物离地高度为  $x$ ，则

$$AC = H + x, \quad AD = ut$$

$$AC^2 = CD^2 + AD^2$$

$$(H + x)^2 = H^2 + (ut)^2$$

$$x = \sqrt{H^2 + (ut)^2} - H$$

$$= \sqrt{t^2 + 12^2} - 12$$

10 s 时：

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{t^2 + 12^2} - 12)$$

$$= \frac{t}{\sqrt{t^2 + 12^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 12^2}} \text{ m/s}$$

$$= 0.64 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{t}{\sqrt{t^2 + 12^2}}\right) = \frac{12^2}{(t^2 + 12^2)^{3/2}} = \frac{12^2}{(10^2 + 12^2)^{3/2}} \text{ m/s}^2$$

$$= 0.038 \text{ m/s}^2$$

(2) 因为  $x = \sqrt{t^2 + 12^2} - 12$ ，当  $x = H = 12$  时，即重物上升到滑轮处时有  $12 = \sqrt{t^2 + 12^2} - 12$ ，解得  $t = 20.8 \text{ s}$ 。

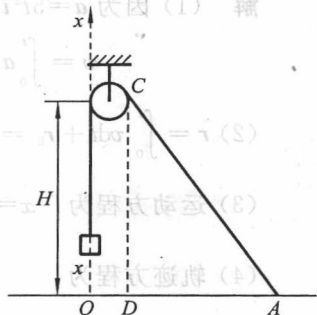
**1-10** 一带电粒子射入均匀磁场，当粒子的初速度与磁场方向斜交时，粒子的运动方程为  $x = a \cos kt$ ， $y = a \sin kt$ ， $z = bt$ ，其中  $a, b, k$  是常量。试求此粒子的运动轨迹，以及走过的路程  $s$  与时间  $t$  的关系。

解 在运动方程  $x, y$  分量中消去  $t$ ，得

$$x^2 + y^2 = (a \cos kt)^2 + (a \sin kt)^2 = a^2$$

上式是圆方程，所以轨迹是以  $z$  轴为对称轴的螺旋线。因为

$$\begin{aligned} ds &= \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} \\ &= \sqrt{(-ak \sin kt)^2 + (ak \cos kt)^2 + b^2 dt} = \sqrt{a^2 k^2 + b^2} dt \end{aligned}$$



习题 1-9 图

所以  $s = \int ds = \int_0^t \sqrt{a^2 k^2 + b^2} dt = \sqrt{a^2 k^2 + b^2} \cdot t$

**1-11** 一质点在  $Oxy$  平面上运动, 运动方程为  $x=2t, y=19-2t^2$ , 式中,  $t$  的单位是 s, 长度的单位是 m. (1) 什么时候位置矢量与速度垂直? 这时质点位于哪里? (2) 什么时候质点离原点最近? 这时距离是多少?

解  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = 2t\mathbf{i} + (19-2t^2)\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j}$

(1)  $\mathbf{r}$  与  $\mathbf{v}$  垂直时,  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{v} = 0$ , 即

$$[2t\mathbf{i} + (19-2t^2)\mathbf{j}] \cdot (2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j}) = 0, \quad 4t(-18+2t^2) = 0$$

解得  $t_1=0, t_2=3, t_3=-3$  (舍去), 即当  $t_1=0, t_2=3$  时, 位置矢量与速度垂直. 质点分别位于  $\mathbf{r}_1=19\mathbf{j}(\text{m})$  和  $\mathbf{r}_2=(6\mathbf{i}+\mathbf{j})(\text{m})$  处.

(2) 质点离原点距离

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4t^2 + (19-2t^2)^2} = \sqrt{(2t^2-18)^2 + 37}$$

令  $\frac{dr}{dt} = 0$ , 得  $t=3$  s, 即  $t=3$  s 时, 质点离原点最近, 此时

$$r_{\min} = \sqrt{(2 \times 3^2 - 18)^2 + 37} \text{ m} = 6.08 \text{ m}$$

**1-12** 如图所示, 一气象气球自地面以匀速度  $v$  上升到天空, 在距离放出点为  $R$  处用望远镜对气球进行观测. 求: (1) 仰角  $\theta$  随高度  $h$  的变化率; (2) 仰角  $\theta$  的时间变化率.

解 (1) 如图所示,

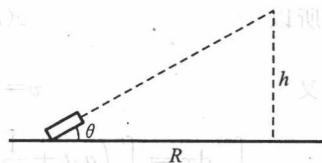
$$\tan\theta = \frac{h}{R}$$

两边对  $h$  求导, 有

$$\frac{1}{\cos^2\theta} \frac{d\theta}{dh} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{d\theta}{dh} = \frac{\cos^2\theta}{R} = \left( \frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)^2 \frac{1}{R} = \frac{R}{R^2 + h^2}$$

(2) 将  $\tan\theta = \frac{h}{R}$  两边对  $t$  求导, 有



习题 1-12 图