

“十二五”国家重点图书

Advances
in
Materials
and
Mechanics

结构 非线性分析的 二次摄动法

A Two-Step Perturbation Method in
Nonlinear Analysis of Structures

沈惠申 著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

Advances
in
Materials
and
Mechanics

结构非线性分析的 二次摄动法

A Two-Step Perturbation Method in
Nonlinear Analysis of Structures

JIEGOU FEIXIANXING FENXI DE ER CI SHEDONGFA

沈惠申 著



Author

Prof. Hui-Shen Shen

Shanghai Jiao Tong University, China

E-mail: hsshens@sjtu.edu.cn

图书在版编目(CIP)数据

结构非线性分析的二次摄动法/沈惠申著. -- 北京:
高等教育出版社, 2012. 12

(材料与力学进展/孙博华主编)

ISBN 978-7-04-036468-2

I. ①结… II. ①沈… III. ①非线性结构分析-摄动
法 IV. ①O342②O32

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 277016 号

策划编辑	刘剑波	责任编辑	焦建虹	封面设计	杨立新	版式设计	童 丹
插图绘制	尹 莉	责任校对	杨凤玲	责任印制	毛斯璐		

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京中科印刷有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 23
字 数 440 千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2012 年 12 月第 1 版
印 次 2012 年 12 月第 1 次印刷
定 价 79.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 36468-00

Advances in Materials and Mechanics 8 (AMM 8)

材料与力学进展 **8**

Advances in Materials and Mechanics (AMM)

Chief Editor

Bohua Sun

Cape Peninsula University of Technology,
South Africa

Member of Academy of Science of South
Africa (ASSAf)

Member of Royal Society of South Africa
(RSSA)

Co-Chief Editors

Shiyi Chen

Peking University, China

Shaofan Li

The University of California at Berkeley,
USA

Qing-Hua Qin

The Australian National University, Aus-
tralia

Chuanzeng Zhang

University of Siegen, Germany

Scientific Advisors

Jianbao Li

Hainan University, Tsinghua University,
China

Renhuai Liu

Jinan University, China
Member of Chinese Academy of Engineer-
ing

Enge Wang

Chinese Academy of Sciences, Peking Uni-
versity, China
Member of Chinese Academy of Sciences

Heping Xie

Sichuan University, China
Member of Chinese Academy of Engineer-
ing

Wei Yang

Zhejiang University, China
Member of Chinese Academy of Sciences

Editors

Jinghong Fan

Alfred University, USA

David Yang Gao

University of Ballarat, Australia

Deli Gao

China University of Petroleum(Beijing),
China

Qing Jiang

University of California, USA

Tianjian Lu

Xi'an Jiaotong University, China

Xianghong Ma

Aston University, UK

Ernie Pan

The University of Akron, USA

Chongqing Ru

University of Alberta, Canada

Zhensu She

Peking University, China

Jian-Qiao Sun

University of California, Merced, USA

C.M. Wang

National University of Singapore, Singa-
pore

Jianxiang Wang

Peking University, China

Yan Xiao

University of Southern California, USA

Huikai Xie

University of Florida, USA

Jianqiao Ye

Lancaster University, UK

Zhiming Ye

Shanghai University, China

Yapu Zhao

Institute of Mechanics, Chinese
Academy of Sciences, China

Zheng Zhong

Tongji University, China

Zhuo Zhuang

Tsinghua University, China



作者简介

沈惠申 上海交通大学应用力学教授, 博士生导师, 享受政府特殊津贴。1970年2月毕业于清华大学工程力学数学系。1982年3月于上海交通大学工程力学系获硕士学位; 1986年4月于上海交通大学船舶及海洋工程系获博士学位。1991年5月至1992年11月留学英国 Wales 大学 (Cardiff) 和 Liverpool 大学。1992

年年底回国任教授。1995—2012年曾多次在英国 Cardiff 大学、中国香港理工大学、中国香港城市大学、新加坡南洋理工大学、日本静冈大学、澳大利亚西悉尼大学和加拿大约克大学作访问教授。主要研究领域为先进复合材料结构非线性分析、板壳结构非线性稳定理论。主要研究成果有: 提出并发展了一种壳体屈曲的边界层理论和相应的奇异摄动方法; 建议并发展了一种二次摄动法。在板壳结构非线性弯曲、后屈曲和非线性振动研究领域取得系统的创新研究成果, 部分成果获 1998 年和 2003 年上海市科学技术进步奖 (自然科学类) 二等奖。已在国内外重要学术期刊上发表研究论文 240 余篇。据 SCI 数据库检索, 研究成果已被 180 余种国际学术期刊他人 1 000 余篇论文引用 2 000 余次; 据中国引文数据库检索, 研究成果已被 170 余种国内学术期刊他人 390 余篇论文引用 500 余次。他人总引次超过 3 900 次。根据 Web of Science, 沈惠申的 “h-index” 为 28 (截止到 2012.10)。专著有《结构的屈曲》(上海科技文献出版社, 1993)、《板壳后屈曲行为》(上海科学技术出版社, 2002)、《Functionally Graded Materials: Nonlinear Analysis of Plates and Shells》(CRC Press, 2009)。目前是 JSPS Fellow。应用数学和力学 (ISSN: 1000-0887/0253-4827)、International Journal of Structural Stability and Dynamics (ISSN: 0219-4554)、Journal of Strain Analysis for Engineering Design (ISSN: 0309-3247)、Journal of Applied Mathematics (ISSN: 1110-757X)、Composite Structures (ISSN: 0263-8223) 期刊编委。60 余种国际学术期刊特邀论文评审专家。

Hui-Shen Shen is a Professor of Applied Mechanics at Shanghai Jiao Tong University. He was graduated from Tsinghua University in 1970, and received a MSc degree in Solid Mechanics and a PhD degree in Structural Mechanics from Shanghai Jiao Tong University in 1982 and 1986, respectively. From 1991 to 1992 he was invited as a Visiting Research Fellow at the University of Wales (Cardiff) and the University of Liverpool in the United Kingdom. He became a full Professor of Applied Mechanics at Shanghai Jiao Tong University at the end of 1992. From 1995 to 2012 he was invited as a Visiting Professor time after time at the University of Cardiff, the Hong Kong Polytechnic University, the City University of Hong Kong, the Nanyang Technological University in Singapore, the Shizuoka University in Japan, the University of Western Sydney in Australia, and the York University in Canada. His research interests include elastic stability theory and, in general, non-linear response of plate and shell structures, nano mechanics and cell mechanics. He has published over 240 Journal papers, of which 173 are international journal papers. His research publications have been widely cited in the areas of mechanics of materials and structures (more than 3 900 times by papers published in 182 international archival journals, 170 local journals, and other publications, excluding self-citations). Referring to the Web of Science, his “h-index” was 28 (as of October 2012). He is the co-author of the book entitled “*Buckling of Structures*” (with T-Y Chen) and is the author of two books entitled “*Postbuckling Behavior of Plates and Shells*”, and “*Functionally Graded Materials: Nonlinear Analysis of Plates and Shells*” (CRC Press). He won the 2nd Science and Technology Progress Awards of Shanghai in 1998 and 2003, respectively. Currently, he serves on the editorial boards of the Journal “Applied Mathematics and Mechanics” (ISSN: 0253-4827), the “International Journal of Structural Stability and Dynamics” (ISSN: 0219-4554), the “Journal of Strain Analysis for Engineering Design” (ISSN: 0309-3247), the “Journal of Applied Mathematics” (ISSN: 1110-757X), and the international journal “Composite Structures” (ISSN: 0263-8223). He has been invited to be the peer reviewer for over 60 international journals, including the premier journals: International Journal of Solids and Structures, Journal of Applied Mechanics ASME, Applied Mechanics Reviews, Composite Science and Technology, Nanotechnology, and Journal of Sound and Vibration.

前言

弹性结构的静动力响应从本质上讲都是非线性的,线性解只是其一阶近似的结果。

线性分析叠加原理成立,非线性分析叠加原理失效。某些在结构线性分析中行之有效的传统方法或新方法,在结构非线性分析中显得无能为力。

弹性结构的非线性分析包括几何非线性问题和接触非线性问题。近代,新颖复合材料的不断出现进一步拓宽了结构非线性分析的研究空间。本书系统地总结了作者在梁板壳结构非线性弯曲、后屈曲和非线性振动分析中所取得的最新成果,取材于作者在国际主要学术期刊上发表的 70 篇论文,当然也包括作者在国内核心期刊上发表的部分基础性成果。金属—陶瓷功能梯度复合材料板壳结构非线性行为研究所取得的成果已收入作者早先的英文专著《Functionally Graded Materials: Nonlinear Analysis of Plates and Shells》,本书不再重复讨论。

本书集中体现了作者的两大理论成果:二次摄动法和壳体屈曲的边界层理论。

二次摄动法,顾名思义,是将摄动法分两步来做。与传统的小参数摄动法不同。为求解板壳结构 Kármán 型方程,先将结构位移函数(如挠度 $\bar{W}$ 、转角 $\bar{\Psi}_x$ 和 $\bar{\Psi}_y$)及应力函数 $\bar{F}$ 展开为 ε 的幂函数,摄动参数 ε 可人为引入,也可暂不赋予任何含义,但肯定是小参数。逐阶求解摄动方程,可得到 $\bar{W}$ 、 $\bar{\Psi}_x$ 、 $\bar{\Psi}_y$ 和 $\bar{F}$ 的高阶渐近表达式。而后,通过摄动参数转换,如转换成板壳的最大挠度,进而得到板壳结构的非线性响应,如非线性弯曲问题的荷载—挠度曲线和荷载—弯矩曲线、后屈曲问题的荷载—挠度曲线和荷载—端部缩短曲线、非线性振动问题的频率—幅值曲线等。二次摄动法创建于 20 世纪 80 年代后期,是在钱伟长先生 1947 年创建的钱氏摄动法的基础上发展起来的。二次摄动法克服了传统小参数摄动法在求解结构非线性问题时的局限性。应用这种分析方法不仅不需要靠猜测来假定位形函数,而且能够得到显式解析解,从而对各种参数的影响进行充分的研究,对所研究的力学问题进行定性的和定量的讨论。应用该方法,作者及其合作者成功地求解了应用弹性力学中的许多历史难题,如弹性基础上四边自由矩形板在横向压力和预应力作用下的非线性弯曲、置于无拉力弹性基础上层合剪切板壳的接触后屈曲。二次摄动法经过二十多年的应用和考验已相当成熟,被国际同行称之为“沈—张方法”。本书力求使该方法的应用做得非常规范。

壳体屈曲的边界层理论同样创建于 20 世纪 80 年代后期,完成于 20 世纪 90 年代初。该理论认为圆柱薄壳屈曲问题中存在边界层现象,非线性前屈曲

效应仅在支承边缘附近很窄的一个薄层内起作用。这一薄层称之为边界层,其宽度为 $\sqrt{Rh}$ 的量级,其中 R 为圆柱壳的半径, h 为壁厚。在这很薄的边界层区域中弯矩和挠度的变化很剧烈,而在边界层的“外部”区域,非线性前屈曲的影响可以忽略。壳体屈曲的边界层理论是在钱学森先生 1941 年创建的 Kármán-Tsien 非线性大挠度理论的基础上发展起来的。该理论克服了已有弹性稳定性三大理论(非线性大挠度理论、初始后屈曲理论和非线性前屈曲一致理论)的局限性。应用这种理论可以在分析中同时考虑前屈曲非线性变形、后屈曲大挠度和初始几何缺陷的影响,不仅可以进行完整的后屈曲分析,也可进行缺陷敏感度分析。壳体屈曲的边界层理论将近代弹性稳定性理论推向一个新的高度,被国际同行称之为“沈氏边界层理论”。

本书可以看做是作者早先的中文专著《板壳后屈曲行为》的延续和拓展。二次摄动法除了应用于板壳结构后屈曲分析外,已被拓展到板壳结构的非线性弯曲和非线性振动分析。边界层理论已被发展到完全各向异性壳的后屈曲分析和非线性振动分析。

相信本书的出版将会使人们对梁板壳结构非线性行为有一个更全面的认识。同时,希望二次摄动法和壳体边界层理论能在中国的这片大地上发扬光大,为人类知识宝库增砖添瓦。

2011 年是钱学森先生 100 周年诞辰,今年又逢钱伟长先生 100 周年诞辰,谨以此书献给中国力学界的两位巨匠。

沈惠申

2012 年夏于上海交通大学

符号表

A, B, D, E, F, H	抗拉、拉 - 弯耦合、抗弯及高阶刚度矩阵
$A_{ij}^*, B_{ij}^*, D_{ij}^*, E_{ij}^*, F_{ij}^*, H_{ij}^*$	约化刚度矩阵
a, b	板长和板宽
d_{31}, d_{32}	单层层板压电应变常数
E_{ij}, F_{ij}, H_{ij}	高阶刚度
E_{11}, E_{22}	单层层板弹性模量
E^f, E^m	纤维和基体弹性模量
E_Z	Z 向电场分量
$\bar{F}, F$	应力函数及其无量纲形式
G_{12}, G_{13}, G_{23}	单层层板剪切弹性模量
h	板或壳板的厚度
$\bar{K}_1, K_1, k_1$	Winkler 弹性基础刚度系数及其无量纲形式
$\bar{K}_2, K_2, k_2$	Pasternak 弹性基础刚度系数及其无量纲形式
L	圆柱壳长度
P	力, 荷载
p	比压
q	分布荷载
R	圆柱壳平均半径
$\bar{t}, \tilde{t}$	时间变量及其无量纲形式
$\bar{U}, \bar{V}$	X 向和 Y 向位移分量
V_f, V_m	纤维和基体体积率
V_k	第 k 层层板控制电压
$\bar{W}, W$	板或壳板法向挠度及其无量纲形式
$\bar{W}^*, W^*$	板或壳板初始几何缺陷及其无量纲形式
X, Y, Z	右手直角坐标系
x, y, z	直角坐标系 (无量纲形式)
$\bar{Z}, \bar{Z}_B$	壳体几何参数
α_{11}, α_{22}	单层层板纵向和横向热胀系数
α^f, α^m	纤维和基体热胀系数
β_{11}, β_{22}	单层层板纵向和横向湿胀系数
β^f, β^m	纤维和基体湿胀系数
β	板长宽比 ($=a/b$) 或圆柱壳长径比 [$=L/(\pi R)$]
Δ_x, δ_x	板或壳体端部缩短量及无量纲形式

ε	摄动小参数
λ^*	缺陷敏感度参数
λ_p, λ_p^*	无量纲轴向压应力
λ_q, λ_q^*	无量纲侧向压应力
λ_T, λ_T^*	无量纲热应力
μ	缺陷参数
ν_{12}, ν_{21}	单层层板的 Poisson 比
ν^f, ν^m	纤维和基体的 Poisson 比
ρ, ρ^f, ρ^m	板、纤维和基体的质量密度
$\overline{\Psi}_x, \overline{\Psi}_y$	板中面法线相对 X 和 Y 的转角
Ω_L, ω_L	线性频率及其无量纲形式
Ω_{NL}, ω_{NL}	非线性频率及其无量纲形式

目录

第一章 经典小参数摄动法	1
1.1 引言	1
1.2 荷载型摄动法	2
1.3 挠度型摄动法	3
1.4 多参数摄动法	4
1.5 经典小参数摄动法的局限性	4
参考文献	6
第二章 梁的非线性分析	9
2.1 引言	9
2.2 Euler-Bernoulli 梁非线性分析模型	10
2.3 梁的后屈曲分析	13
2.4 梁的非线性弯曲分析	17
2.5 梁的非线性振动分析	20
参考文献	24
第三章 板的非线性振动分析	27
3.1 引言	27
3.2 Reddy 高阶剪切板理论	29
3.3 广义 Kármán 型运动方程	34
3.4 功能梯度纤维增强复合材料板非线性振动	41
3.5 湿热环境对层合剪切板非线性振动的影响	59
3.6 带压电作动器层合剪切板的非线性振动	66
参考文献	71
第四章 板的非线性弯曲分析	77
4.1 引言	77
4.2 双参数弹性基础上四边自由矩形板在横向压力和预加面 内压缩共同作用下的非线性弯曲	78
4.3 双参数弹性基础上四边自由矩形板在横向压力和预加热 荷载共同作用下的非线性弯曲	88
4.4 无拉力弹性基础上四边自由矩形板的非线性弯曲	91
4.5 层合剪切板在横向压力和预加面内压缩共同作用下的非 线性弯曲	96
4.6 层合剪切板在横向压力和预加热荷载共同作用下的非线 性弯曲	106
4.7 功能梯度纤维增强复合材料板的非线性弯曲	113

附录 A	122
附录 B	129
附录 C	129
附录 D	130
附录 E	134
附录 F	135
参考文献	139
第五章 板的后屈曲分析	145
5.1 引言	145
5.2 无拉力弹性基础上层合薄板的后屈曲	147
5.3 无拉力弹性基础上层合剪切板的压缩后屈曲	161
5.4 无拉力弹性基础上层合剪切板的热后屈曲	168
5.5 无拉力弹性基础上层合剪切板在热 / 机荷载共同作用 下的后屈曲	176
5.6 功能梯度纤维增强复合材料板的压缩后屈曲	183
5.7 功能梯度纤维增强复合材料板的热后屈曲	191
5.8 带压电纤维复合材料作动器层合剪切板的后屈曲	197
参考文献	206
第六章 圆柱壳的非线性振动分析	211
6.1 引言	211
6.2 Reddy 高阶剪切壳理论及广义 Kármán 型运动方程	213
6.3 正交铺设层合剪切圆柱壳的非线性振动	216
6.4 各向异性层合剪切圆柱壳的非线性振动	229
6.5 湿热环境对功能梯度纤维增强复合材料圆柱壳非线性 振动的影响	248
6.6 带压电作动器层合剪切圆柱壳的非线性振动	253
附录 G	259
参考文献	266
第七章 圆柱壳的后屈曲分析	271
7.1 引言	271
7.2 功能梯度纤维增强复合材料圆柱壳在轴压作用下的 后屈曲	273
7.3 功能梯度纤维增强复合材料圆柱壳在外压作用下的 后屈曲	293
7.4 功能梯度纤维增强复合材料圆柱壳的热后屈曲	310
7.5 置于弹性介质中各向异性层合剪切圆柱壳在轴压作用 下的后屈曲	317
7.6 置于弹性介质中各向异性层合剪切圆柱壳在内压作用 下的后屈曲	322

附录 H	326
附录 I	336
附录 J	338
参考文献	341

CONTENTS

1. Traditional Perturbation Method	1
1.1 Introduction	1
1.2 Load-type Perturbation Method	2
1.3 Deflection-type Perturbation Method	3
1.4 Multi-parameter Perturbation Method	4
1.5 Limitations of Traditional Perturbation Method	4
References	6
2. Nonlinear Analysis of Beams	9
2.1 Introduction	9
2.2 Nonlinear Motion Equations of Euler-Bernoulli Beams	10
2.3 Postbuckling Analysis of Euler-Bernoulli Beams	13
2.4 Nonlinear Bending Analysis of Euler-Bernoulli Beams	17
2.5 Large Amplitude Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beams	20
References	24
3. Nonlinear Vibration Analysis of Plates	27
3.1 Introduction	27
3.2 Reddy's Higher Order Shear Deformation Plate Theory	29
3.3 Generalized Kármán-type Motion Equations	34
3.4 Nonlinear Vibration of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Plates	41
3.5 Hygrothermal Effects on the Nonlinear Vibration of Shear Deformable Laminated Plates	59
3.6 Nonlinear Vibration of Shear Deformable Laminated Plates with PFRC Actuators	66
References	71
4. Nonlinear Bending Analysis of Plates	77
4.1 Introduction	77
4.2 Nonlinear Bending of Rectangular Plates with Free Edges under Transverse and In-plane Loads and Resting on Two-parameter Elastic Foundations	78
4.3 Nonlinear Bending of Rectangular Plates with Free Edges under Transverse and Thermal Loading and Resting on Two-parameter Elastic Foundations	88
4.4 Nonlinear Bending of Rectangular Plates with Free Edges	

Resting on Tensionless Elastic Foundations	91
4.5 Nonlinear Bending of Shear Deformable Laminated Plates under Transverse and In-plane Loads	96
4.6 Nonlinear Bending of Shear Deformable Laminated Plates under Transverse and Thermal Loading	106
4.7 Nonlinear Bending of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Plates	113
Appendix A	122
Appendix B	129
Appendix C	129
Appendix D	130
Appendix E	134
Appendix F	135
References	139
5. Postbuckling Analysis of Plates	145
5.1 Introduction	145
5.2 Postbuckling of Thin Plates Resting on Tensionless Elastic Foundations	147
5.3 Postbuckling of Shear Deformable Laminated Plates under Compression and Resting on Tensionless Elastic Foundations	161
5.4 Thermal Postbuckling of Shear Deformable Laminated Plates Resting on Tensionless Elastic Foundations	168
5.5 Thermomechanical Postbuckling of Shear Deformable Laminated Plates Resting on Tensionless Elastic Foundations	176
5.6 Postbuckling of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Plates under Compression	183
5.7 Thermal Postbuckling of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Plates	191
5.8 Postbuckling of Shear Deformable Hybrid Laminated Plates with PFRC Actuators	197
References	206
6. Nonlinear Vibration Analysis of Cylindrical Shells	211
6.1 Introduction	211
6.2 Reddy's Higher Order Shear Deformation Shell Theory and Generalized Kármán-type Motion Equations	213
6.3 Nonlinear Vibration of Shear Deformable Cross-ply Laminated Cylindrical Shells	216
6.4 Nonlinear Vibration of Shear Deformable Anisotropic	

Cylindrical Shells	229
6.5 Hygrothermal Effects on the Nonlinear Vibration of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Cylindrical Shells	248
6.6 Nonlinear Vibration of Shear Deformable Laminated Cylindrical Shells with PFRC Actuators	253
Appendix G	259
References	266
7. Postbuckling Analysis of Cylindrical Shells	271
7.1 Introduction	271
7.2 Postbuckling of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Cylindrical Shells under Axial Compression ...	273
7.3 Postbuckling of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Cylindrical Shells under External Pressure	293
7.4 Thermal Postbuckling of Functionally Graded Fiber Reinforced Composite Cylindrical Shells	310
7.5 Postbuckling of Axially Loaded Anisotropic Cylindrical Shells Surrounded by an Elastic Medium	317
7.6 Postbuckling of Internal Pressure Loaded Anisotropic Cylindrical Shells Surrounded by an Elastic Medium	322
Appendix H	326
Appendix I	336
Appendix J	338
References	341