

高等学校教材

大学数学基础

◎ 主 编 马 锐

 高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高等学校教材

大学数学基础

Daxue Shuxue Jichu

主 编 马 锐

编 者(以姓氏笔画排名)

马 锐 王云秋 王 彬 刘 雯

成蓉华 杨春晓 杨朝丽 陈龙伟

宗 琮 罗兆富 罗秋瑾 傅文玥



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是云南省教育厅及云南财经大学公共数学课程改革项目成果之一。本书主要特点：一是数学基础部分概念准确，难度适中，题型简练，便于学生掌握数学基础知识；二是数学应用取材适当，言简意赅，通俗易懂，可读性强，有利于激发学生的学习兴趣。

本书内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计三篇，其中第一篇微积分包括预备知识与函数、极限与连续、导数与微分、导数应用、不定积分、定积分、微分方程初步及各部分的应用实例，共七章；第二篇线性代数包括行列式、矩阵、线性方程组、线性代数的应用，共四章；第三篇概率论与数理统计包括随机事件及概率、随机变量及其分布、随机变量的数字特征、数理统计初步、概率论的应用，共五章；每章后配有习题和参考答案。另外，部分教学内容用*标注，教师可根据学生的实际需求灵活选择。

本书可作为高等院校高职本科、专科大学数学少学时课程和文科类专业大学数学基础课程的教材，还可作为在职人员继续教育学习的数学教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学基础 / 马锐主编. -- 北京 : 高等教育出版社, 2012. 7

ISBN 978-7-04-035189-7

I. ①大… II. ①马… III. ①高等数学-高等学校-教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 137487 号

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京市四季青双青印刷厂	网上订购	http://www.landraco.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印 张	20.75	版 次	2012年7月第1版
字 数	370千字	印 次	2012年7月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	30.40元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 35189-00

前 言

本教材是云南省教育厅及云南财经大学公共数学课程改革项目成果之一,涉及内容广泛,涵盖大学数学的三门基础课“微积分”、“线性代数”和“概率论与数理统计”的内容,主要针对高等院校高职本科、专科和文科类学生对大学数学的需求而编写。考虑到大部分专业的数学学时较少,为充分调动学生学习数学的积极性,本教材简明实用,概念准确,尽量避免繁琐的理论推导和证明,例题选取精炼,难度适中,便于学生掌握数学的基础知识,着重强调数学的应用。另外,应用实例取材新颖、贴近生活,便于学生学以致用。

本教材在编写过程中,得到了云南财经大学、云南大学、昆明理工大学、云南农业大学、西南林业大学、昆明学院等高校专家及同仁的大力帮助,并提出了许多宝贵的意见和建议。特别是云南省数学会理事长李继彬教授审阅了全书,提出了具体的修改意见。高等教育出版社张长虹等编辑在组稿、定稿的过程中做了大量的工作,编者在此一并表示衷心的感谢。

本教材由马锐教授主编。第一篇微积分:第一章、第二章由成蓉华老师编写,第三章由罗秋瑾老师编写,第四章由罗秋瑾、成蓉华老师编写,第五章由马锐教授编写,第六章由罗兆富副教授编写,第七章由杨朝丽教授编写,其中应用实例部分由王彬、马锐、陈龙伟共同编写;第二篇线性代数:第一章由宗琮老师编写,第二章由王云秋副教授编写,第三章由罗兆富副教授编写,第四章由参编线性代数的老师共同编写;第三篇概率论与数理统计:第一章由傅文玥老师编写,第二章由王云秋副教授编写,第三章由刘雯老师编写,第四章由杨春晓老师编写,第五章由参编概率论与数理统计的老师共同编写。

第一篇由马锐教授、陈龙伟教授负责统稿,第二篇由宗琮老师负责统稿,第三篇由王云秋副教授负责统稿。

全书由石磊教授、费宇教授主审,由马锐教授、陈龙伟教授最后定稿。

由于水平和时间限制,书中难免有疏漏和不当之处,恳请读者批评指正。

编 者

2012年3月21日

《大学数学基础》编委名单

主 编 马 锐

编 者(以姓氏笔画排名)

马 锐	王云秋	王 彬	刘 雯
成蓉华	杨春晓	杨朝丽	陈龙伟
宗 琮	罗兆富	罗秋瑾	傅文玥

目 录

第一篇 微 积 分

第一章 预备知识与函数	3
§ 1.1 预备知识	3
一、实数与数轴	3
二、实数的绝对值	3
三、区间	4
§ 1.2 函数	5
一、函数的定义	5
二、函数的性质	8
三、反函数	10
四、基本初等函数	11
五、复合函数	16
第一章习题	18
第二章 极限与连续	22
§ 2.1 极限的概念	22
一、数列极限的定义	22
二、函数极限的定义	23
§ 2.2 无穷大量与无穷小量	25
一、无穷大量	25
二、无穷小量	25
三、无穷大量与无穷小量的关系	26
四、无穷小量阶的比较	26
§ 2.3 极限计算	26
一、利用极限的四则运算法则	26
二、直接代入法	27
三、利用有界变量与无穷小量的乘积	27
四、倒数法	27
五、约去零因式法	27
六、无穷小量分出法	28
七、通分法	29

八、有理化法	29
九、变量代换法	30
十、利用 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 计算相关极限	30
十一、利用 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 计算相关极限	31
十二、利用等价无穷小替换求极限	31
§ 2.4 函数的连续性	33
一、函数的改变量	33
二、函数在一点连续的定义	34
三、连续函数与连续区间	36
四、初等函数的连续性	36
五、分段函数的连续性	36
* 六、闭区间上连续函数的性质	37
§ 2.5 应用实例	39
一、存贷款利息计算	39
二、自然增长模型	41
第二章习题	41
第三章 导数与微分	47
§ 3.1 导数概念	47
一、实例	47
二、导数的定义	48
三、导数的几何意义	49
四、左导数与右导数	50
五、可导与连续的关系	51
§ 3.2 求导数的方法	52
一、基本初等函数求导公式	52
二、导数运算法则	53
三、反函数求导法则	54
四、复合函数求导法则(链式求导法则)	55
五、隐函数求导法	57
六、对数求导法	57
七、高阶导数	59
§ 3.3 微分	60
一、微分的定义	60
二、导数与微分的关系	61
三、微分的几何意义	62
四、微分计算	62

五、微分的应用——近似计算	64
第三章习题	64
第四章 导数应用	68
§ 4.1 导数应用——洛必达法则	68
一、 $\frac{0}{0}$ 型未定式	68
二、 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	69
三、其他类型的未定式	70
§ 4.2 函数的单调性和极值	72
一、函数单调性	72
二、函数的极值	75
§ 4.3 最值及其应用	78
一、闭区间上函数的最值	78
二、最值的应用	79
*§ 4.4 函数图形的描绘	84
一、曲线的凹凸性和拐点	84
二、曲线的渐近线	86
三、函数图形的描绘	88
§ 4.5 导数在经济学中的应用	90
一、边际分析	90
二、弹性分析	92
*三、相关变化率	94
*四、最小二乘法	95
第四章习题	100
第五章 不定积分	106
§ 5.1 不定积分的概念	106
一、原函数	106
二、不定积分的概念	107
三、不定积分的几何意义	107
§ 5.2 不定积分的性质	108
§ 5.3 基本积分公式	109
§ 5.4 换元积分法	111
一、第一类换元法(复合函数凑微分法)	111
二、第二类换元法	115
§ 5.5 分部积分法	120
第五章习题	122

第六章 定积分	125
§ 6.1 定积分的概念和性质	125
一、从阿基米德的穷竭法谈起	125
二、曲边梯形的面积计算	126
三、定积分的概念	127
四、定积分的存在定理	128
五、定积分的性质	129
§ 6.2 微积分基本定理	132
一、积分上限函数及其导数	132
二、微积分基本定理	133
§ 6.3 定积分的计算方法	134
一、定积分的凑微分法	134
二、定积分的换元法	135
三、定积分的分部积分法	137
§ 6.4 广义积分	138
一、无穷区间的广义积分	138
*二、无界函数的广义积分	140
§ 6.5 积分的应用	142
一、求原函数	142
二、求平面图形的面积	143
三、求旋转体的体积	144
四、求总量	145
*五、求资产的未来价值与现行价值	147
第六章习题	150
第七章 微分方程初步	157
§ 7.1 微分方程的基本概念	157
§ 7.2 可分离变量的一阶微分方程	159
§ 7.3 一阶线性微分方程	161
一、一阶线性微分方程的概念	161
二、一阶线性齐次方程的解法	161
三、一阶线性非齐次方程的解法	162
§ 7.4 可降阶的二阶微分方程	164
一、 $y''=f(x)$ 型的二阶微分方程	164
二、 $y''=f(x,y')$ (不显含未知函数 y)型的二阶微分方程	165
*三、 $y''=f(y,y')$ (不显含自变量 x)型的二阶微分方程	165
*§ 7.5 微分方程的应用	166
第七章习题	171

第二篇 线性代数

第一章 行列式	177
§ 1.1 行列式的定义	177
一、二阶行列式	177
二、三阶行列式	178
三、 n 阶行列式	180
§ 1.2 行列式的性质与计算	182
一、行列式的基本性质	182
二、行列式按某一行(列)展开	186
第一章习题	189
第二章 矩阵	192
§ 2.1 矩阵的定义	192
§ 2.2 矩阵的运算	193
一、矩阵的加法	193
二、数与矩阵相乘	194
三、矩阵与矩阵相乘	194
四、矩阵的逆	196
§ 2.3 矩阵的初等变换	197
第二章习题	200
第三章 线性方程组	203
§ 3.1 解线性方程组的克拉默法则	203
§ 3.2 解线性方程组的初等变换法	207
第三章习题	211
第四章 线性代数的应用	213
§ 4.1 行列式的应用	213
§ 4.2 矩阵的应用	214
§ 4.3 线性方程组的应用	218
一、交通流量模型	218
二、在解析几何中的应用	220
三、人口迁移模型	221
四、梳头定理	222

第三篇 概率论与数理统计

第一章 随机事件及概率	227
§ 1.1 随机事件	227
一、随机现象	227

二、随机试验	227
三、样本空间	228
四、随机事件	228
五、事件的集合表示	228
六、事件的关系及其运算	229
七、事件的运算律	231
§ 1.2 随机事件的概率	233
一、概率的统计定义	233
二、概率的古典定义	234
三、概率的公理化定义	235
§ 1.3 条件概率	237
一、条件概率	237
二、乘法公式	238
三、全概率公式和贝叶斯公式	239
§ 1.4 事件的独立性	240
第一章习题	242
第二章 随机变量及其分布	245
§ 2.1 随机变量	245
§ 2.2 离散型随机变量及其分布	246
§ 2.3 随机变量的分布函数	248
一、随机变量的分布函数	248
二、离散型随机变量的分布函数	249
§ 2.4 连续型随机变量及其分布	250
§ 2.5 随机变量函数的分布	257
一、随机变量的函数	257
二、离散型随机变量函数的分布	257
三、连续型随机变量函数的分布	258
第二章习题	258
第三章 随机变量的数字特征	264
§ 3.1 随机变量的数学期望	264
一、数学期望的定义	264
二、随机变量函数的数学期望	267
三、随机变量数学期望的性质	268
§ 3.2 方差	269
一、方差的概念	269
二、随机变量的方差的性质	271
三、常见分布的期望和方差	271

第三章习题	272
第四章 数理统计初步	275
§ 4.1 总体与样本	275
一、总体与样本	275
二、样本与简单随机样本	275
§ 4.2 抽样分布	276
一、统计量	276
二、常用的统计量	276
三、抽样分布	277
四、几个重要的抽样分布定理	277
§ 4.3 统计推断	278
一、参数估计	278
二、点估计方法	278
三、区间估计	279
四、假设检验	282
第四章习题	287
第五章 概率论的应用	289
附表	294
附表 1 标准正态分布表	294
附表 2 泊松分布表	296
附表 3 t 分布表	298
附表 4 χ^2 分布表	300
习题参考答案	302
第一篇 微积分	302
第二篇 线性代数	311
第三篇 概率论与数理统计	314

第一篇 微 积 分

第一章 预备知识与函数

函数是数学中最重要的基本概念之一,是现实世界中量与量之间的依存关系在数学中的反映,也是微积分的主要研究对象,本章将介绍函数的有关知识.

§ 1.1 预备知识

一、实数与数轴

由于微积分中的函数是在实数范围内来讨论的,因此我们先简单介绍实数集的有关知识.

有理数和无理数统称为实数,实数的全体所构成的集合称为实数集,记为 \mathbf{R} .

数轴是一条有原点、有方向和单位长度的直线,如图 1-1 所示.

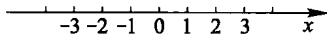


图 1-1

实数与数轴上的点是一一对应的,即每一个实数 x 对应于数轴上唯一一个点 P ,反过来,数轴上的任意一点 P 都对应一个实数 x . 数轴上点 P 按上述对应规则所对应的实数 x 称为点 P 的坐标. 为方便起见,把点 P 与其坐标视为等同,有时二者用同一个字母来表示,比如数 a 也称为点 a ,而点 a 就表示坐标为 a 的点.

二、实数的绝对值

1. 定义

定义 1.1 设 x 是一个实数,则 x 的绝对值定义为

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

绝对值 $|x|$ 的几何意义: $|x|$ 表示点 x 到原点的距离. 而 $|x - y|$ 则表示点 x 到点 y 的距离.

2. 基本性质

设 x, y 为任意实数,则

- (1) $|x| \geq 0$;
 (2) $|-x| = |x|$;
 (3) $-|x| \leq x \leq |x|$;
 (4) $||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|$;
 (5) $|xy| = |x| \cdot |y|$;
 (6) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} (y \neq 0)$.

3. 解绝对值不等式

设 x 为任意实数, 则

- (1) $|x| < a (a > 0)$ 的充分必要条件是 $-a < x < a$.
 (2) $|x| > b (b > 0)$ 的充分必要条件是 $x > b$ 或者 $x < -b$.

三、区间

区间是微积分中常用的实数集, 包括四种有限区间和五种无限区间.

定义 1.2 设 a, b 为两个实数, 且 $a < b$, 定义

1. 有限区间

开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$;

闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$;

半开、半闭区间 $(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$, $[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$;

2. 无限区间

无限区间 $\mathbf{R} = (-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}$,

$(-\infty, b] = \{x \mid -\infty < x \leq b\}$, $(-\infty, b) = \{x \mid -\infty < x < b\}$,
 $[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x < +\infty\}$, $(a, +\infty) = \{x \mid a < x < +\infty\}$.

例 1 用区间表示满足不等式 $|x+3| \geq 2$ 的所有 x 的集合.

解 $|x+3| \geq 2 \Rightarrow x+3 \geq 2$ 或者 $x+3 \leq -2$, 即 $x \geq -1$ 或者 $x \leq -5$
 用区间表示为 $(-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$, 用数轴表示为图 1-2.

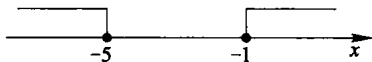


图 1-2

例 2 用区间表示满足不等式 $1 < |x-2| < 3$ 的所有 x 的集合.

解 $1 < |x-2| < 3 \Rightarrow \begin{cases} |x-2| > 1, \\ |x-2| < 3. \end{cases}$

$|x-2| > 1 \Rightarrow x-2 > 1$ 或者 $x-2 < -1$, 即 $x > 3$ 或者 $x < 1$,

$|x-2| < 3 \Rightarrow -3 < x-2 < 3$, 即 $-1 < x < 5$.

所以原不等式的解集用区间表示为 $(-1, 1) \cup (3, 5)$, 如图 1-3 所示.

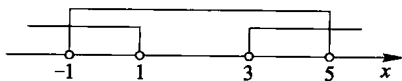


图 1-3

§ 1.2 函 数

一、函数的定义

定义 1.3 设 D 是一个非空实数集, 如果按照某一确定的对应法则 f , 对于每一个 $x \in D$, 都有唯一确定的实数 y 与之对应, 则称对应法则 f 为定义在 D 上的函数, 记作

$$y = f(x), \quad x \in D,$$

其中, x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为函数的定义域, 也记作 D_f , $f(x)$ 称为函数 f 在 x 处的函数值, 全体函数值的集合, 称为函数的值域, 记作 R_f 或者 $f(D)$, 即 $R_f = f(D) = \{y \mid y = f(x), x \in D_f\}$.

注 由定义 1.3 知, 确定一个函数需要两个要素, 即定义域和对应法则. 如果两个函数的定义域和对应法则都相同, 我们称这两个函数相同.

例 1 判断 $y = x$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$ 是否为相同的函数.

解 $y = x$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 而 $y = \frac{x^2}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

因此 $y = x$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$ 是定义域不同的两个不同的函数. 如图 1-4 与图 1-5.

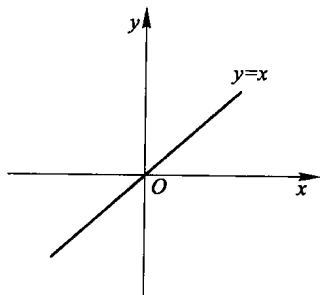


图 1-4

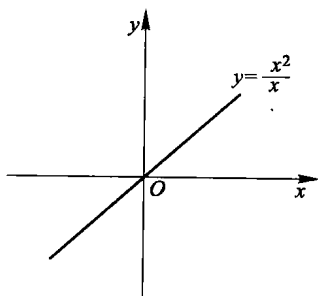


图 1-5