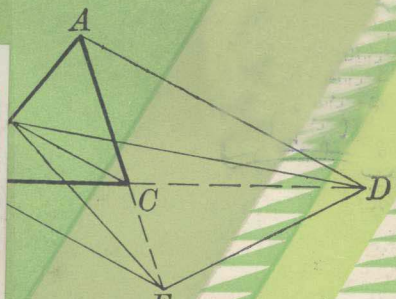
怎样学好数学

初中几何

·上册·



上海教育出版社

看后请归还！

许

怎样学好数学

初中几何

（上　册）

华东师大二附中　杨琳仙　蒋坤玉
上海中学　李承信　许美娥　仇春锦　编

上海教育出版社

怎样学好数学
初 中 几 何
（上 册）
华东师大二附中 杨琳仙 蒋坤玉
上海中学 李承信 许美娥 仇春锦 编
上海教育出版社出版
（上海永福路 123 号）
新华书店上海发行所发行 上海群众印刷厂印刷
开本 787×1092 1/32 印张 4.375 字数 92,000
1986 年 7 月第 1 版 1986 年 7 月第 1 次印刷
印数 1—45,400 本
统一书号：7150·3652 定价：0.53 元

写在前面

数学是现代科学的基础学科之一，数学水平的高低将会直接或间接地影响我国科学技术的发展．为了帮助青年学生在中学阶段系统而又牢固地掌握基础的基础，加深对中学数学基本概念、公式的理解，熟练基本运算技能，锻炼积极思维，培养分析问题和解决问题的能力，我们编写了这套《怎样学好数学》的小丛书，供中学生、自学青年参考、学习之用．

这套小丛书是以中学现行数学课本为依据而编写的，合共十册：初中代数、几何各两册；高中代数两册；三角、立体几何、解析几何各一册；数学学习和思考一册．在内容编排上力求配合教材，在知识方面适当地作了拓广．它的特点是，每册书的每章内容大致从五个栏目去展开的：(1)知识拓广(基础知识)，(2)疑难辨析，(3)解题方法，(4)错在哪里，(5)练习和思考．具体体现如下：

在知识拓广部分：介绍一些数学知识产生的背景；围绕教材的重点、难点，有针对性地讲清基本概念，从不同的角度定义某一概念，以及扩展和这一内容有关的知识，使学生比较深入地理解和掌握基础知识．

在疑难辨析部分：对教材中的难点或学生容易混淆的概念，讲清知识的内在联系和本质的区别，同时作一定的对比、分析，使学生养成严密地剖析思维的良好习惯．

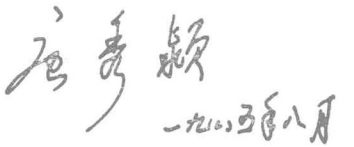
在解题方法部分：介绍几种典型例题的解题思路，指导学生的解题途径，有的采取一题多解，开扩学生的解题思路和

判断解法优劣的能力，有的采取小综合题，提高学生运用知识的能力和培养分析的习惯．至于在证题方法中，除了指导学生掌握定理本身的内容外，还引导学生掌握证明过程中所用到的方法．

在错在哪里部分：中学生目前在学习数学中，常常由于审题不周密，或者概念不清楚，或者推理无依据，或者讨论不全面，或者计算不准确，或者作图不认真而导致这样和那样的错误，故在分析和订正里引导学生认真剖析错误所在，找出造成错误的原因，然而订正错误，总结教训，有利于学生从反面加深对基础知识的理解和基本技能的掌握，从而提高分析问题和解决问题的能力．

在练习和思考部分：安排一定数量的练习题和思考题，引导学生独立思考，复习和巩固已学的知识，进一步提高运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力．

这套小丛书由本市上海中学、复旦附中、华东师大一附中、华东师大二附中、五十一中学、七一中学、杨浦区教育学院部分数学教师协同编写．由于我们水平有限，又缺乏编写经验，缺点、错误一定存在，希望多加批评指正．



一九八三年八月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

引言 ……1
第一章　基本概念 ……3
• 基础知识 •
1．直线、射线、线段有什么区别，又有什么联系（3） 2．角的定义、表示法和它的分类（4） 3．线段与角的作图语言（6）
• 错在哪里 •
问题1（7） 问题2（7）
• 练习和思考 •
1～10 （8）～（11）
第二章　相交线、平行线 ……13
• 基础知识 •
1．在同一平面内，两直线的位置关系（13） 2．垂线的性质及垂线、中垂线、垂线段的区别（14） 3．三线八角（15） 4．平行线判定公理可以论证吗（16） 5．如何区分平行线的判定与性质（17） 6．符号语言和作图语言（18） 7．命题及其证明（19）
• 证题方法 •
1．在相交线和垂线中的一次推理证题（24） 2．在平行线中的二次推理证题（25） 3．简单几何题完整的推理证明（26）
• 错在哪里 •
问题1（28） 问题2（29） 问题3（29）
• 练习和思考 •
1～16 （30）～（36）
第三章　三角形……37

• 基础知识 •

1. 三角形的主要线段(37) 2. 三角形全等的判定公理能否作为定理(39) 3. 如何找对应元素(42) 4. 等腰三角形有哪些特殊性质(44) 5. 三角形的边、角不等关系(46) 6. 如何用直尺、圆规作三角形(48)

• 证题方法 •

1. 线段或角相等的证明(52) 2. 线段和差的证明(57) 3. 线段或角的倍分的证明(60) 4. 线段或角的不等的证明(63)

• 错在哪里 •

问题 1(68) 问题 2(68)

• 练习和思考 •

1～18 (70)～(72)

第四章 四边形……73

• 基础知识 •

1. 多边形(73) 2. 四边形的定义和性质(75) 3. 平行四边形的性质和判定(77) 4. 矩形、菱形、正方形的性质和判定(80) 5. 中心对称和中心对称图形(82) 6. 梯形和特殊梯形的性质和判定(85) 7. 几个重要定理(88)

• 证题方法 •

1. 如何判定一个四边形是某种特殊的四边形(91) 2. 利用特殊四边形的性质去解某类问题(94) 3. 梯形问题中添辅助线常用的方法(96) 4. 中心对称和旋转对称在解题中的应用(100) 5. 三角形中位线定理的应用(102) 6. 四边形的作图(107)

• 错在哪里 •

问题 1(110) 问题 2(110) 问题 3(111)

• 练习和思考 •

1～22 (112)～(115)

第五章 面积、勾股定理……117

• 基础知识 •

1.面积与几何(117)　2．面积的度量(117)　3．勾股定理的意义(119)　4．勾股定理的几种证法(120)　5．勾股定理的一个应用(122)

• 证题方法 •

1．利用面积证明几何题(124)　2．等积形的证明(126)

• 错在哪里 •

问题　(128)

• 练习和思考 •

1～11　(129)～(132)

引　言

学习几何首先要了解几何学是研究什么的？

几何学是数学的一个分支，它研究的是物体的形状、大小和位置关系．初中所学的几何则是以平面图形为对象的平面几何．

几何学与其他学科一样，是随着人类生产和生活的需要而产生、发展的．相传在四千多年前，古埃及尼罗河每年洪水泛滥，迫使人们要重新丈量土地、勘定田界、计算面积，从而他们积累了测量、绘图、计算等知识．后来希腊人到埃及去经商，学到了测量和绘图的知识，并逐步加以补充，使这些知识逐渐充实和丰富起来．几何学这个名词，希腊文原义是“测量土地的技术”．后来，由希腊伟大的数学家欧几里得作了系统的总结和整理，写成一本《几何原本》，此书对几何学的发展起了很大的作用．

早在公元前二千多年，我国先民就对几何图形有了认识和研究．我国几部最古算书《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》等书都载有几何的问题．

其次需了解组成几何图形的基本元素是什么？

现实生活中的物体与几何中所研究的“几何体”是两个不同的概念．对于一个物体，当只研究物体的形状和大小，而不去考虑它的其他性质时，我们就说它是几何体．例如，一个排球、一个足球、一个篮球、一个乒乓球或一个木球，它们的颜色、重量、空心、实心，用什么材料制成，以及它们的用途都不

去考虑，而只是研究它们的共同特征，即它们在空间表示的形状——球体时，才是几何研究的几何体.

几何图形由基本元素点、线、面、体组成.

体是由面围成的，任何物体都占有一部分空间，都用它的表面与它周围的空气分开. 如果我们丢开物体本身，单独去想象它的表面，我们就把几何里的面看成是没有厚度的. 正象水和油放在同一只瓶子里，它们的分界面是没有厚度的那样.

面和面相交于线，几何里的线看作是没有厚度，也没有宽度，只有长度. 例如在一张白纸上画上一个图案，这图案的颜色与纸上白色的分界是一条线.

线与线相交于点，几何里的点看作是没有厚薄、宽窄和长度的，它只表示了一个位置.

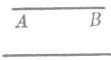
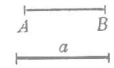
第一章　基本概念

基础知识

1．直线、射线、线段有什么区别，又有什么联系

直线是不定义的概念，我们必须深刻地理解“直线是向两方无限延伸着的”这句话的涵义．它没有端点，我们画直线只能画出它的一部分．射线和线段都是用直线被点分成的部分来定义的，射线有一个端点，是向一方无限延伸着的．线段有两个端点．线段和射线都是直线的一部分．

直线、射线、线段三者的意义可列下表加以比较：

概念名称	图　形	表示方法	界　限	端　点	基本性质（公　理）
直　线		直线 AB 直线 l	两方无限	无	两点决定一条直线
射　线		射线 OA	一方有界 一方无限	一个	
线　段		线段 AB 线段 a	两方有界	二个	两点之间线段最短

线段有两个端点，它是有固定的长度的．如果需要将它延长，必须加以说明．本来，线段 AB 和线段 BA 都是同一条线段，并不存在方向问题，也就无所谓正向、反向延长．但是一条线段有两条延长线，为了区分这两条延长线，我们规定：如果从点 A 向 B 的方向延长，那么这就说成线段 AB 的延

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

长线，或是线段 BA 的反向延长线；如果从点 B 向 A 的方向延长，那么这就说成线段 BA 的延长线或线段 AB 的反向延长线.

例 图 1 中，直线 l、线段 a 或射线 OA 能相交吗？

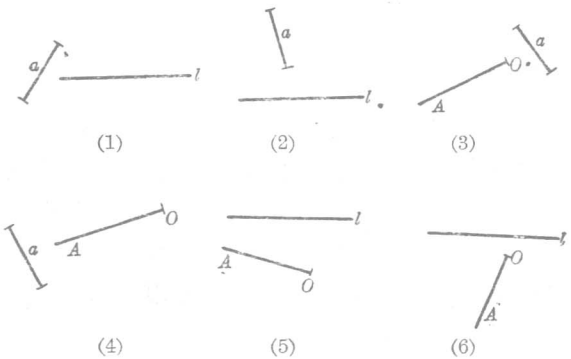


图 1

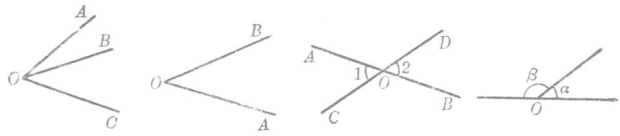
解 根据直线、射线、线段的概念可知，图 1(1)、(4)、(5) 能相交，图 1(2)、(3)、(6) 不能相交.

2. 角的定义、表示法和它的分类

角的定义是，“有公共端点的两条射线所组成的图形”，这就是说“角”这个图形是由两个条件，即“两条射线”、“有公共端点”所规定的，两者缺一不可. 角也可以看成是“由一条射线绕它的端点旋转而成的”. 例如，时钟的时针或分针绕轴旋转所成的图形就是角.

角的表示方法有四种：

(i) 用三个大写字母表示. 就是在角的两边上各取一点，把表示角顶的字母写在这两个字母的中间. 如图 2(1) 中的三个角记为 $\angle AOB$、$\angle BOC$、$\angle AOC$ 或 $\angle BOA$、$\angle COB$、$\angle COA$.



(1) (2) (3) (4)

图 2

(ii) 用表示角的顶点的一个大写字母表示. 注意这种表示方法只能用在以这个顶点的角只有一个时. 如图 2(2)中的 $\angle AOB$ 也可记作 $\angle O$, 图 2(1)中的角不能记作 $\angle O$, 图 2(3)中的角也不能记作 $\angle O$.

(iii) 角还可用一个小写希腊字母写在角的内部靠近顶点处,并加上弧线来表示. 如图 2(4)中 $\angle\alpha$、$\angle\beta$.

(iv) 用一个数字写在角内部靠近顶点处,并加上弧线来表示. 如图 2(3)中 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 可分别记作 $\angle 1$、$\angle 2$.

这里必须注意, 角的后三种表示方法无论是看或写都比较清晰、简单. 但也需注意,不要因表示不妥而产生混淆, 如图 3 中 $\angle BAC$ 只须记 $\angle A$; $\angle DBC$ 和 $\angle ABD$ 记 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 为好, 而不能写成 $\angle B$; $\angle ACB$ 不能用 $\angle 3$ 表示, 因为这样标出的 $\angle 3$ 不易看清是指哪个角. 图 3 中 $\angle BDC$ 或 $\angle ADB$ 绝对不能写成 $\angle D$.

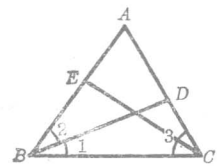


图 3

角可按角的大小来分类, 有周角、平角、直角、锐角和钝角. 它们的大小列表如下:

名称	直角	平 角	周 角	锐 角 α	钝 角 β
大小	90°	180°	360°	$0°<\alpha<90°$	$90°<\beta<180°$

两个角之间的关系有对顶角、互为余角、互为补角(其中特殊的有互为邻补角). 它们之间的区别列表如下:

概念名称	大　　小	角两边的位置关系
对顶角	相　　等	一角的两边是另一角两边的反向延长线
互余角	度数和等于90°	与位置无关
互补角	度数和等于180°	与位置无关
邻补角	度数和等于180°	两个角有一条公共边，两个角的另一边是互为反向延长线

3. 线段与角的作图语言

几何中的作图是几何知识的一个重要内容，我们必须重视教科书中的作图语句，逐步积累作图语言，逐步培养按正确的作图顺序说出作法。

用直尺作图的基本语句有:“过点×、点×作直线××”;“连结×、×两点”;“延长线段××至×点，使××=××”.“延长××,交××于×”.

用圆规作图的基本语句有:“在直线或线段××上截取××,使××=××”;“在线段××上取点×，使××=××”;“在××上从点×起顺次截取××=××=……”;“以点×为圆心,以××为半径作弧,交××于×点”等.

在画角中常用的作图语句有:“以点×为顶点，射线××为一边，作∠×××=∠×，并且使射线××在∠×××的内部(或外部)”;“作∠×××=∠×”;“作∠×××的平分线××”,或“作××平分∠×××”,

错在哪里

问题 1 下列说法对吗？为什么？

(1) 延长直线 AB；

(2) 画出两点 A、B 的距离；

(3) 在 $\angle ABC$ 的一边的延长线上取一点 D.

分析和订正 (1) 直线本身就是向两方无限延伸着的，画出的直线总是一部分，这“一部分”可以画得短一些，也可以画得长一些，不需说“延长”.

(2) “画”，只能画出图形. 而“两点的距离”是一个数量，不是图形，怎么可以说“画出距离”呢？应该说“求两点 A、B 的距离”.

(3) 根据角的定义，角的一边是一条射线，射线本来就是向一方无限延伸着的. 所以只须说“在 $\angle ABC$ 的一边上取一点 D”.

问题 2 根据下列语句画出的图(图 4)对吗？为什么？

(1) 过点 A、B 画直线[图 4(1)]；

(2) 连结 AB[图 4(2)]；

(3) 点 P 在直线 AB 上，但在直线 CD 外[图 4(3)].

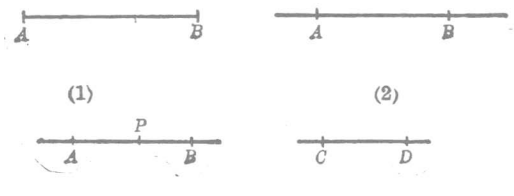


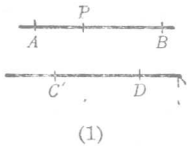
图 4

分析和订正 (1) 要求画直线，但图 4(1)给人以线段的

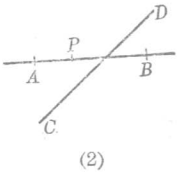
形象.

(2) “连结 AB” 是简略用语，即画出以点 A 和点 B 为端点的线段，图 4(2)是过 A、B 两点的直线，不是线段. 图 4(1)和图 4(2)对调一下就都符合题意了.

(3) 直线是向两方无限延伸着的，显然图 4(3)中直线 CD 与直线 AB 是在同一条直线上，所以点 P 也在直线 CD 上，与“点 P 在直线 CD 外”不符. 造成这个错误的原因，还在于对“直线是向两方无限延伸着的”理解不够. 应该画成图 5(1)或图 5(2)所示的图形.



(1)



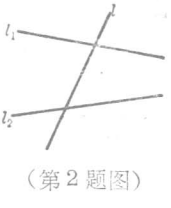
(2)

图 5

练习和思考

1. 如图，A、B 是直线 MN 上的两点，A、B 两点把直线 MN 分成几部分？并写出各部分图形的名称.

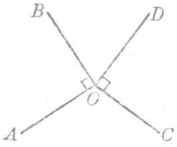
(第 1 题图)



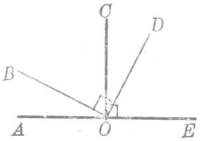
(第 2 题图)

2. 如图，两直线 l_1、l_2 被第三条直线 l 所截，三直线把平面分成几部分？

3. 图中相等的角有哪几对？互补的角有哪几对？



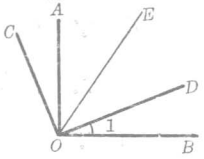
（第3题图）



（第4题图）

4. 如图，$\angle AOC=\angle COE=\angle BOD=$ Rt$\angle$. 图中互余的角有哪几对？互补的角有哪几对？

5. 如图，已知 $\angle AOB$、$\angle COD$ 均为直角，OE 是 $\angle AOD$ 的平分线，$\angle 1=21°30'$. 求 $\angle COE$ 的度数.



（第5题图）

6. 一个角的余角和它的补角的比是 2:5. 求这个角.

7. 判断下列叙述是否正确？不正确的加以改正.

(1) 连结两点的线段，叫做两点的距离；

(2) 如果 $\angle\alpha+\angle\beta=90°$，那么 $\angle\alpha$、$\angle\beta$ 叫做互为余角；

(3) 如果线段 $AB=BC$，那么点 B 叫做线段 AC 的中点；

(4) 有公共顶点的两条射线叫做角.

8. 填空(注明理由)：

(1) ① $\because$ P 是 AB 的中点，

$\therefore$ $AP=PB$ (　　).

② $\because$ $AP=PB$,

$\therefore$ P 是 AB 的中点 (　　).

(2) ① $\because$ $\angle 1=\angle 2$,

$\therefore$ OC 平分 $\angle AOB$ (　　).

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com