

土力学研究与探索

——土力学理论新体系5讲

邵龙潭 著



科学出版社

内 容 简 介

本书是作者 2011 年在科学出版社出版的《土力学研究与探索》的修订版, 删除了“三轴试验土样变形数字图像测量方法”一章的内容, 增加了土力学基本平衡方程应用的内容, 使得这一新体系更加系统, 读者更容易理解和接受. 全书共分 5 讲. 从分析土力学物理力学量的定义出发, 讨论了对于空间分布不连续的土体材料, 如何应用连续数学和连续介质力学的手段和工具来描述其物理力学性质; 在此基础上, 以土体的每一相分别为独立的分析对象, 推导了饱和与非饱和土统一的平衡微分方程. 以平衡微分方程为纲, 给出了求解土壤渗流、土层应力应变的求解方法和简单实例, 以期向读者展示饱和与非饱和土统一的理论体系框架. 在稳定分析方面, 介绍了作者对土的抗剪强度理论的发展, 以及作者发展的边坡稳定分析的有限元极限平衡法.

本书可供土建、水利等部门从事科研、设计和勘察工作的工程技术人员参考, 也可以作为岩土工程类有关专业的本科生、研究生的专业教材.

图书在版编目(CIP)数据

土力学研究与探索: 土力学理论新体系 5 讲/邵龙潭著. —北京: 科学出版社, 2012

ISBN 978-7-03-034505-9

I. ①土… II. ①邵… III. ①土力学—研究 IV. ①TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012) 第 110087 号

责任编辑: 刘信力 钱 俊 / 责任校对: 张怡君
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年6月第一版 开本: B5(720×1000)

2012年6月第一次印刷 印张: 8 1/2

字数: 159 000

定价: 39.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

作者 2011 年在科学出版社出版了《土力学研究与探索》，包含土力学的平衡微分方程及其推论、三轴土样变形数字图像测量方法及其应用、土工结构稳定分析有限元极限平衡法及其应用三部分内容。第一部分的内容讲述比较简略，读者不容易理解其意义和目的；而第二部分内容属于试验测试技术，穿插在其中，破坏了全书内容编排的系统性。

本书是《土力学研究与探索》的修订版本，删除了“三轴试验土样变形数字图像测量方法”的内容，对土力学平衡微分方程的内容作了重新编排，增加了一些讲解，每一讲的结尾加了小结与评述，特别增加了关于平衡微分方程应用的内容，以求全书系统性更强，读者更加容易理解和接受。

本书还增加了副书名“土力学理论新体系 5 讲”。为什么称为“新体系”，新在什么地方？

传统的土力学是把土水混合体作为分析对象，因此需要引入“有效应力方程”以得到控制土体变形和强度的“有效应力”。新体系新在明确地把土骨架和孔隙流体分别作为研究对象，土的变形就是土骨架的变形，土骨架的抗剪强度就是土的抗剪强度，土骨架的受力决定土骨架的变形和强度，亦即土的变形和强度。

因为土中有孔隙水（气），所以将土骨架作为分析对象，立刻会遇到连续性（物质连续性与物理力学量的连续性）的问题。因此我们不得不讨论土的物理力学量的定义及其连续性，也不得不分析由孔隙水（气）的作用而产生在土骨架上的内力。这些讨论对完善和重新构建土力学的理论体系具有重要的基础性作用，其中最重要的是建立土骨架、孔隙水（气）力学分析的连续物质模型以及明确了孔隙水（气）压强与其作用在土骨架上所产生的内力组成一个自平衡力系，不产生剪应力。

基于上述讨论导出的土骨架、孔隙水（孔隙气）的平衡微分方程作为土力学的基本方程，奠定了统一的土力学理论的基础：饱和与非饱和土的平衡微分方程是统一的；由平衡微分方程得到的土骨架应力方程，或称为有效应力方程是统一的；含

吸附气泡的近饱和土的土骨架应力方程与非饱和土的土骨架应力方程也具有相同的形式; 斯开普顿的等效应力表达式是统一的; 饱和与非饱和土的渗流方程是统一的. 总之, 所有土的应力应变分析和孔隙流体运动的问题都被统一在平衡微分方程、本构方程和质量守恒 (变形/运动连续性) 方程的理论体系框架下.

土骨架的本构方程描述土骨架的应力与应变之间的物理属性; 孔隙水渗流的本构方程反映渗透阻力与水的流动速度之间的物理关系, 包括基质势 (吸力) 与稳态含水量之间的关系 (即稳态的含水量分布与土水作用力之间的关系, 亦即土水特性曲线); 孔隙气体的本构方程即气体状态方程.

由平衡微分方程, 得到达西公式和土体总应力、土骨架应力和孔隙流体压强之间的关系, 即土骨架应力方程, 从而揭示了达西定律和有效应力方程的物理意义. 说明太沙基关于饱和土的有效应力方程是唯一正确的表达式; 斯开普顿关于颗粒接触面积的修正是不合适的; 斯开普顿关于饱和土的等效应力表达式可以很自然地推广到非饱和土的情况. 作为传统土力学重要基石的有效应力方程, 成为了土骨架内力平衡分析的结果, 不再具有基础性的地位.

在这样的理论框架下, 饱和土力学理论可以自然地推广应用于非饱和土, 而饱和土也自然成为非饱和土的特例.

土力学理论新体系的构建清晰地遵循着土的内力分析、变形 (应变)、强度和稳定性的逻辑脉络. 在稳定分析中, 作者将土的强度理论从一点推广到曲面, 解释了滑动稳定安全系数的物理意义, 并可以解决土体结构局部和整体稳定分析的问题.

归纳本书中的创新点如下:

(1) 阐述了土骨架和孔隙流体的连续物质 (物理量定义) 模型. 明确了作用于土骨架的孔隙流体压力及其粒间作用力是自平衡的力系.

(2) 把土骨架、孔隙水和孔隙气三相中的每一相都作为独立的研究对象, 得到土骨架、孔隙水和孔隙气的平衡微分方程, 进而得到土骨架应力 (有效应力) 方程, 揭示了有效应力方程的物理基础, 并且可以终结自太沙基提出有效应力概念以来从未中断过的关于有效应力及其表达式 (有效应力方程) 的争论.

(3) 以土骨架应力和平衡微分方程为基础, 将饱和土与非饱和土的力学分析问题完全统一起来: 有效应力方程是统一的, 土体强度或体积变化等效的等效应力表

达式也是统一的. 由此可以推断关于饱和土的强度和变形理论也适用于非饱和土.

(4) 基于孔隙水的平衡微分方程, 揭示了达西定律的物理本质, 推导出非饱和土导水 (渗透) 系数的理论表达式.

(5) 平衡微分方程的直接应用, 得到了一些有趣的新结果. 如黏性土层在失去水分时的开裂含水量、近饱和土中封闭气泡的逸出条件、地表水有压入渗时包气带中气体的逸出条件等.

(6) 从讨论土体结构沿曲面局部或整体滑动的极限平衡条件出发, 给出土体沿曲面局部或者整体滑动稳定安全系数的定义. 发展的基于有限元应力计算的稳定分析方法几乎可以适用于任何土工结构的稳定性评价.

新的理论体系并没有否定传统的土力学, 而仅仅是重新建立其理论基础并加以推广和完善. 从某种意义上说, 这种重建和完善对土力学的发展具有划时代的意义. 同时, 统一的理论体系也为土力学的研究提出了许多课题: 不仅推广到非饱和土的理论结果需要深入研究和验证, 而且传统 (饱和) 土力学的理论也需要在新的理论体系框架下进一步清理.

新的理论体系完全建立在连续介质力学的基础上, 对于一般的土力学问题, 不需要应用热力学的知识, 也用不到混合物理论.

然而, 就重建和完善土力学的理论体系而言, 本书的工作只是不完整的一部分. 一方面, 它并不是一本完整的教科书, 没有显现土力学完整的理论体系, 而仅仅给出了传统土力学需要重建和完善的主要内容; 另一方面, 本书没有涉及任何土的本构关系研究的内容和成果, 这显然是重要的缺失. 作者希望在下一次再版时能够向读者介绍本人及其合作者在这方面的研究成果.

本书的内容曾经作为研究生课程在大连理工大学讲授, 作者在和助手郭晓霞以及学生们的讨论中获益匪浅. 在本书的修订过程中, 刘港同学帮助作者完成了文稿的编辑、整理和校对工作, 在此作者谨致深深的谢意!

书中的不妥之处, 敬请读者批评指正.

邵龙潭

2012年2月

目 录

前言

第 1 讲 土的状态变量定义及其连续性	1
1.1 土的状态变量的定义方法	1
1.1.1 连续介质的概念	2
1.1.2 土体一点状态变量的定义	3
1.1.3 孔隙面积和孔隙长度	5
1.1.4 代表体积	7
1.2 土体应力	8
1.2.1 干土的土骨架应力	8
1.2.2 饱和土的土骨架应力	10
1.2.3 非饱和土的土骨架应力	12
小结与评述	13
参考文献	14
第 2 讲 土力学平衡微分方程	15
2.1 土力学平衡微分方程	15
2.1.1 总应力平衡微分方程	15
2.1.2 孔隙流体引起的土骨架应力	15
2.1.3 饱和土体平衡微分方程	16
2.1.4 非饱和土体平衡微分方程	19
2.1.5 含气泡饱和土的平衡微分方程	22
2.2 土骨架应力方程	24
2.2.1 饱和土的土骨架应力方程	24
2.2.2 非饱和土的土骨架应力方程	25
2.2.3 含气泡饱和土的土骨架应力方程	25

2.2.4 统一的土骨架应力方程·····	26
2.3 土的等效应力·····	26
2.3.1 饱和土的等效应力·····	27
2.3.2 非饱和土的等效应力·····	28
2.4 关于有效应力原理的讨论·····	30
2.4.1 Terzaghi 有效应力方程的物理基础·····	31
2.4.2 Skempton 的修正公式为什么不当·····	32
2.4.3 有效应力和等效应力·····	34
小结与评述·····	35
参考文献·····	36
第 3 讲 孔隙水的渗流方程·····	38
3.1 静止孔隙水的压强和土水作用力·····	38
3.2 孔隙水渗流的运动方程·····	43
3.2.1 孔隙水渗流时的土水作用力·····	43
3.2.2 饱和土中层流渗流的运动方程·····	44
3.2.3 达西定律·····	45
3.2.4 饱和土中紊流渗流的运动方程·····	47
3.2.5 非饱和土中渗流的运动方程·····	49
3.3 孔隙水的渗流方程·····	50
3.3.1 连续方程·····	50
3.3.2 饱和土的层流渗流方程·····	53
3.3.3 非饱和土的渗流方程·····	54
3.3.4 渗流计算的边界条件·····	54
3.3.5 封闭气泡的逸出条件·····	55
3.3.6 地表水入渗时孔隙气体的逸出条件·····	57
小结与评述·····	59
参考文献·····	59
第 4 讲 土体的应力变形计算·····	60
4.1 应力应变本构关系·····	60

4.2	变形连续性条件	61
4.3	水平半空间无限土层自重作用下的应力应变	63
4.4	侧限压缩条件下的应力和应变	73
4.5	三轴应力条件下的应力与应变	80
4.6	一般三维非饱和土层的应力应变	86
	小结与评述	89
	参考文献	89
第 5 讲	土工结构滑动稳定分析的有限元极限平衡法	90
5.1	安全系数的定义	90
5.1.1	土体沿滑动面的极限平衡状态	90
5.1.2	曲面上土体的极限平衡条件	92
5.1.3	滑动稳定安全系数的定义	93
5.1.4	关于安全系数的讨论	94
5.2	最危险滑动面搜索方法	96
5.2.1	稳定分析问题的数学表述	96
5.2.2	安全系数计算	98
5.2.3	最危险滑动面搜索	99
5.2.4	局部破坏和稳定性分析	99
5.3	有限元极限平衡法应用举例	100
5.3.1	自重作用下边坡的稳定分析	100
5.3.2	存在软弱夹层边坡的稳定分析	101
5.3.3	极限承载力作用下边坡和地基的稳定分析	104
5.3.4	土钉支护基坑边坡的稳定分析	106
5.3.5	重力式挡土墙的稳定分析	108
5.3.6	基于确定性随机地震响应分析的有限元边坡稳定分析	111
5.3.7	土体结构局部破坏稳定分析	115
5.4	三维滑动稳定分析	118
5.4.1	三维有限元极限平衡法的安全系数定义	118

5.4.2 滑动面搜索	119
5.4.3 应用举例	120
小结与评述	124
参考文献	125

第 1 讲 土的状态变量定义及其连续性

土力学是把土体作为结构材料研究其物理性质, 以及力学性能和行为的工程科学学科. 土的状态变量是描述或标定土的物理性质、力学特性和行为的物理力学量, 如体积、密度、应力、变形、孔隙率等, 是建立土力学学科的基础.

土体是多相体, 其中的每一相, 无论是土骨架、水, 还是空气在空间分布上都是不连续的. 因此, 当我们应用连续介质力学方法于土力学时, 首先遇到的困难是如何定义其物理力学量并满足空间连续性. 例如, 当我们说土体中一点的密度或者一点的应力, 是什么含义呢? 在土体中的任意表面, 孔隙率有意义吗?

1.1 土的状态变量的定义方法^[1]

土力学已经建立起完整的概念体系. 土的状态变量, 如质量、密度、重度、含水量、饱和度、孔隙率、孔隙比等等, 在土力学中已经有定义, 土的应力、变形、应变, 以及土的渗透流速等都沿用了弹性力学或水动力学的相应定义. 图 1-1 所示是定义土的物理性质的三相关系示意图, 由此可以导出土的三相物理指标及其之间的关系, 见表 1-1.

其中,

m_s ——土粒质量; m_w ——土中水质量;

m ——土的总质量, $m = m_s + m_w$;

V_s ——土粒体积; V_w ——土中水体积;

V_a ——土中气体积;

V_v ——土中孔隙体积, $V_v = V_w + V_a$;

V ——土的总体积, $V = V_s + V_w + V_a$.

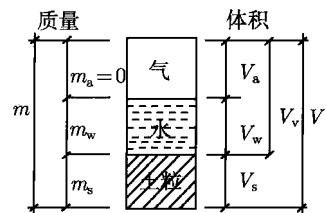


图 1-1 土的三相组成草图

表 1-1 土的物理状态指标及其之间的关系

指标名称	三相比例定义式	常用换算公式	单位
天然密度 ρ	$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_s + m_w}{V_s + V_n}$	$\rho = \rho_a(1+w)$ $\rho = \frac{\rho_s(1+w)}{1+e}$	g/cm^3
土粒密度 ρ_s	$\rho_s = \frac{m_s}{V_s}$	$\rho_s = \frac{S_r e}{\omega} \rho_w$	g/cm^3
干密度 ρ_d	$\rho_d = \frac{m_s}{V}$	$\rho_d = \frac{\rho}{1+w}$ $\rho_d = \frac{\rho_s}{1+e}$	g/cm^3
饱和密度 ρ_{sat}	$\rho_{\text{sat}} = \frac{m_s + V_v \cdot \rho_w}{V}$	$\rho_{\text{sat}} = \rho_d + n \rho_w$ $\rho_{\text{sat}} = \frac{\rho_s + e \cdot \rho_w}{1+e}$	g/cm^3
浮重度 γ'	$\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w$	$\gamma' = \frac{\rho_s - \rho_w}{1+e} \cdot g$ $\gamma' = \frac{(\rho_s - \rho_w) \cdot \rho}{\rho_s(1+w)} \cdot g$	kN/m^3
孔隙比 e	$e = \frac{V_v}{V_s}$	$e = \frac{\rho(1+w)}{\rho} - 1$ $e = \frac{\rho_s}{\rho_d} - 1$	
孔隙度 n	$n = \frac{V_v}{V} \times 100\%$	$n = \frac{e}{1+e}$ $n = \left[1 - \frac{\rho}{\rho_s(1+w)} \right] \times 100\%$	
含水量 ω	$\omega = \frac{m_w}{m_s} \times 100\%$	$\omega = \frac{S_r e}{\rho_s} \rho_w$ $\omega = \frac{\rho}{\rho_d} - 1$	
饱和度 S_r	$S_r = \frac{V_w}{V_n} \times 100\%$	$S_r = \frac{w \cdot \rho_s}{e \cdot \rho_w} \times 100\%$	

因为土体的骨架(孔隙)在空间上分布不连续,所以尽管土力学有完备的物理学量定义,但是其连续性问题仍然需要讨论和明确。比如说土体中一点的质量密度(或其他量),这里的“一点”指的是什么?它在数学意义上连续吗?

下面,我们参考连续介质的概念^[2],讨论和说明土状态变量的定义及其连续性。

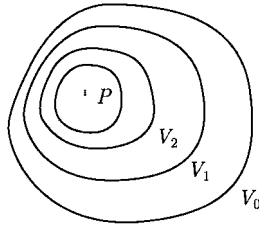
1.1.1 连续介质的概念

物质是在空间中存在的。在经典力学的意义下,空间是不依赖于其中物质而存在的客观实在,并为其中存在的物质状态和运动提供度量的根据。

在数学上,物质存在的空间可以用以实数集表示的坐标系来度量。正如数学中的实数系是一个连续集一样,直觉中的三维空间和时间也是一个连续集,可以用实数系 x, y, z, t 来表示。为了在这种数学意义上的连续时空内研究物质的状态和运动,在连续介质力学中将连续集的概念推广到物质,即认为物质在空间上是连续分布的。以连续介质力学中物质质量密度的定义为例来说明。

假定一定的物质充满一定的空间 V_0 ,如图 1-2 所示,考察 V_0 中的一点 P 及收敛于 P 点的子空间序列 V_0, V_1, V_2, \dots , 令

$$V_n \subset V_{n-1}, \quad P \in V_0 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

图 1-2 收敛于 P 点的空间域序列

设 V_n 中所含物质的质量是 M_n , V_n 代表子空间的体积, 那么 P 点的物质质量密度 $\rho(P)$ 定义为

$$\rho(P) = \lim_{V_0 \rightarrow 0} \frac{M_n}{V_n} \quad (1-1)$$

这样的定义实际上是一种数学上的抽象. 对于真实的物质, 当 V_n 的尺度逼近到原子半径的量级时, 上述定义会遇到明显的困难. 此时, 随着物质原子基本粒子不停地运动, 式 (1-1) 的极限要么不存在, 要么随时间和空间波动.

为了摆脱这种困难, 需要对式 (1-1) 的极限表达式附加限制条件. 当考察比值 M_n/V_n 的极限时, 对于无限的子空间序列 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 若令 V_n 变得越来越小直至趋近于零时, 要求 V_n 总是保持足够大, 可使得在其中能够包含足够多数目的粒子. 如果比值 M_n/V_n 在这个附加的限制条件下趋于一个确定的极限值 $\rho(P)$, 则定义 $\rho(P)$ 为物质的质量密度.

这实质上是一种修匀过程, 即附加了限制条件的物质质量密度的定义实质上并不是 P 点子空间无限序列的极限, 而是在包含 P 点的有限的微小空间上物质宏观质量与宏观体积比值的平均值. 换句话说, 当设想在微小空间上将物质质量均布于其中时, 对于真实物质, 我们便给出了一个连续介质的数学模型, 它既具有式 (1-1) 所严格定义的质量密度, 又可以克服对物质进行力学分析时在数学处理上可能带来的困难. 当所研究的问题不涉及物质的微观结构时, 应用上述修匀过程不会遇到任何困难.

与质量密度一样, 在这样修匀的意义上, 我们可以定义其他所有的物理力学量.

1.1.2 土体一点状态变量的定义

对于土体, 即使在宏观条件下也会遇到同在连续介质微观条件下相似的困难.

由于土骨架在宏观条件下其空间分布是不连续的, 所以当我们试图用式 (1-1) 定义土体密度时, 会发现一旦 V_n 趋近小于骨架颗粒或微团的体积时, $\rho(P)$ 将失去原有的物理意义: 它不再代表宏观土体的密度, 而是变成骨架颗粒 (质点) 或其孔隙中一点气体或液体物质的质量密度, 这意味着此时式 (1-1) 的极限不存在.

因此, 如果要用式 (1-1) 定义土体的质量密度, 我们必须在更大的空间尺度上附加限制条件. 也就是说, 我们必须在绕 P 点包含足够数目骨架颗粒 (质点) 的有限空间上进行修匀, 即设想在这样的有限空间内, 固体物质微元和孔隙均布其中. 这样, 我们才可以给出土体质量密度的定义.

假设在一定的空间域 V_0 内充满着孔隙介质, 对于该空间域内任意一点, 考察收敛于 P 点的子空间序列 $V_0, V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 令

$$V_n \subset V_{n-1}, \quad P \in V_0 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

而 V^* 是包含 P 点的这样一个微元空间: 它足够小直至趋近于零, 同时又保持足够大使得其中包含足够数目的土骨架颗粒 (质点), 称 V^* 为 P 点的代表性微元体积, 简称代表体积 (REV).

设 V_n 中包含的土骨架的质量是 M_{sn} , 孔隙液体的质量是 M_{wn} . 忽略孔隙气体的质量, 那么, 若极限

$$\rho(P) = \lim_{\substack{V_n \rightarrow V^* \\ V^* \rightarrow 0}} \frac{M_{sn} + M_{wn}}{V_n} \quad (1-2)$$

和

$$\rho_d(P) = \lim_{\substack{V_n \rightarrow V^* \\ V^* \rightarrow 0}} \frac{M_{sn}}{V_n} \quad (1-3)$$

存在, 则分别称之为 P 点土体的质量密度和质量干密度.

同样地, 称极限

$$\rho_s(P) = \lim_{\substack{V_n \rightarrow V^* \\ V^* \rightarrow 0}} \frac{M_{sn}}{V_{sn}} \quad (1-4)$$

为 P 点土骨架的质量密度.

上式的定义包含两方面的意义: 一是 P 点的质量密度是围绕 P 点代表体积土体质量密度的平均值, 二是在代表体积之内土体的质量“无限”均化, 以致逼近到 P 点仍然有意义, 保证质量密度定义的连续性.

如果当子空间序列无限逼近于 P 点的代表体积时, 土的其他物理力学量的极限存在, 我们就把该极限定义为相应的物理力学量。

抛开物质在绕 P 点有限区域 (代表体积) 内均化的思想, 而只把定义的物理力学量看成是表征着该微小区域内与之相对应的不连续物理力学量的平均值, 那么在概念上会更加清晰。正如在本节开始时曾经提到的, 连续的自然空间仅仅为我们提供了度量土体 (土骨架和孔隙流体) 状态的参照系。土骨架 (质点) 在空间中分布不连续是客观实在, 但是当我们关心空间一点颗粒集合体的受力和运动状态时, 则对应空间某一点的物理力学量应该是反映该点处颗粒集合体状态的平均值。

如图 1-3 所示, 如果在土体占据的空间 V 内任意一点的物理力学状态变量都表征 P 点的代表体积的平均值, P 点可以连续移动, 则该物理量在空间 V 上严格满足数学上的连续条件。在这样的意义下, 土骨架或孔隙流体空间分布的连续性不再成为特征量空间连续性的必要条件。

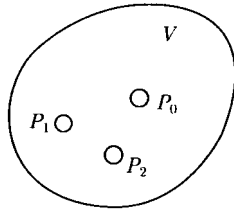


图 1-3 代表体积

有限体积空间的限制条件和在此空间上土力学量或者物理力学量的无限均化, 事实上建立了一种土力学的物质模型。当采用宏观方法处理土力学问题时, 描述其空间任意一点土的状态的特征量都是以该点为质心的一定区域内的平均值。这个区域就是该点的代表体积, 在宏观意义上, 也就是我们研究土力学问题的“质点”。

1.1.3 孔隙面积和孔隙长度

通过前面的讨论可以了解, 当我们说土体内一点时, 所谓的点指的是该点对应的代表体积 (空间), 该点的物理力学量都是在代表体积 (空间) 上的平均值。

同样地, 土体内任一平面, 是指该平面对应的具有代表体积厚度的柱体; 土体内任一直线, 是指该直线对应的具有代表体积面积的柱体。简单地说, 代表性微元体积的特征长度就是孔隙介质的代表性长度, 代表性长度意义下的有限面积就是代

表性面积. 下面说明孔隙面积和孔隙长度的概念.

在土体内任取一平面 xOy , 如图 1-4 所示. 在垂直于该平面方向上取一微元长度 δ , 当 δ 越来越小, 但始终保持足够大以保证在以 xOy 平面和 δ 形成的体积内含有合理数量的骨架颗粒 (质点) 时, 取极限

$$A_v = \lim_{\substack{\Delta z \rightarrow \delta \\ \delta \rightarrow 0}} \frac{\int_{z_0}^{z_0+\Delta z} \left[\iint A n dx dy \right] dz}{\Delta z} \quad (1-5)$$

为 $z = z_0$ 处 xOy 平面上的孔隙面积. 其中, A_v 为 xOy 平面的孔隙面积; n 为孔隙率; A 为 xOy 平面的面积.

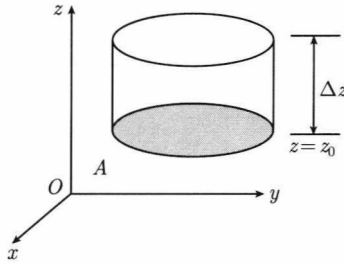


图 1-4 孔隙面积的定义

当 Δz 很小时, 可以认为孔隙率的变化与 z 无关, 则式 (1-5) 可以变为

$$A_v = \iint_A n dx dy \quad (1-6)$$

式 (1-6) 就是土体任意一平面上孔隙面积的表达式. 当 n 为常量时, 有

$$A_v = nA \quad (1-7)$$

从均化的角度来理解: 土体一点在 xOy 平面的孔隙面积, 就是该点代表体积 (空间) 所包含的孔隙 (体积) 在 Δz 上的平均值. 它是孔隙体积在有限长度上的平均.

同样地, 取当 $\Delta x, \Delta y$ 同时趋近于代表长度时的极限

$$L_v = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow \delta \\ \Delta y \rightarrow \delta}} \frac{\int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \int_{y_0}^{y_0+\Delta y} \int_{z_1}^{z_2} n dx dy dz}{\Delta x \Delta y} = \int_{z_1}^{z_2} n dz \quad (1-8)$$

为 $x = x_0, y = y_0$ 处 z_1 到 z_2 上土体线元的孔隙长度. 设空间 (x_0, y_0, z_1) 与 (x_0, y_0, z_2) 两点间直线的长度为 L , 当土体为均质时有

$$L_v = nL \quad (1-9)$$

同理可以得到骨架面积与骨架线长度的积分表达式, 这里不再写出. 在均质条件下

$$A_s = (1 - n)A \quad (1-10)$$

$$L_s = (1 - n)L \quad (1-11)$$

其中, A_s 为骨架面积; L_s 为骨架长度; A 为土体面积; L 为土体代表线元的长度; n 为孔隙率.

同样从均化的角度来理解: 土体一点 Δz 的孔隙长度, 是该点代表体积 (空间) 中的孔隙 (体积) 在垂直于 Δz 的 xOy 平面上的平均值. 它是孔隙体积在有限面积上的平均.

换句话说, 孔隙面积是对有限厚度而言; 孔隙长度是对有限面积而言.

1.1.4 代表体积

代表体积对于土的物理力学量的定义及其连续性很重要, 但其实我们通常并不需要真正确定其空间尺寸. 对于不同的土体, 或在同一土体中的不同点, 代表体积的大小都可能不同. 实际上, 代表体积 V^* 不能取得太大, 否则平均的结果不能代表 P 点的值, 同时也不能太小, 必须包含有足够数目的孔隙或土骨架颗粒, 这样才能得出有意义的统计平均值.

虽然一般情况下并无必要准确地给出代表体积的尺寸, 但是代表体积的选择应满足以下条件^[3]:

- (1) 特征量的平均值不依赖于它的大小和形状;
- (2) 特征量的平均值在空间和时间上连续可微;
- (3) 如果 l 是代表体积的特征长度, d 是固体骨架颗粒的特征长度, 则

$$l \gg d \quad (1-12)$$

- (4) 如果 L 是特征量发生变化的土的区域特征长度, 则

$$l \ll L \quad (1-13)$$

实际上, 式 (1-12) 和式 (1-13) 保证了代表体积 (REV) 的选取能够消除土体在微观上的不均质性, 又不影响其宏观上的均质性和非均质性。

要确定代表体积的大小, 可以通过土的渗透系数试验。设想用一柱状桶取原状土样, 或在现场进行渗透试验, 不断缩小桶的直径, 直到测得的渗透系数数值随着直径减小出现明显跳跃, 跳跃前的柱状桶大小就是代表体积的大小。

在土体所占据的空间内, 如果沿某一曲面以及曲面所包围的区域不能定义土的物理力学量, 那么该曲面就形成土体结构的表面或者边界。土体材料连同其表面或者边界形成土体结构。

1.2 土体应力

土作为一种多相物质, 由土体颗粒、孔隙水、孔隙气组成, 固相颗粒构成土的骨架, 称为土结构。土结构, 或者叫土骨架, 是指能够通过颗粒质点把作用在其上的力从一个边界传递到另一个边界的颗粒体集合^[4]。在此意义下, 不传递作用力的颗粒不作为骨架的组成部分。

为了分析土体的应力和应变, 土力学研究者通常是将土骨架和孔隙水的混合体作为一个整体取脱离体进行受力分析, 并导出平衡微分方程, 此时土体内力由土骨架和孔隙水共同承担, 称为总应力。为了明确起见, 在谈到土体应力时, 我们把土体混合体的应力称为土体总应力, 把土体骨架作为独立分析对象的应力称为土骨架应力。需要注意的是, 在本书中我们所谈的骨架应力都是对土体所占据的整体空间而言的, 也就是说土骨架应力并不是在骨架所占据的实有面积上平均, 而是在包括骨架和孔隙的面积上平均的。

1.2.1 干土的土骨架应力

在连续介质力学中, 一点的应力通常定义为微元面积 Δs 上平均受力的极限^[5]。Peck^[6] 讨论了土力学中干土中应力的定义, 并指出在讨论土中一点的应力时, 通常必须包含一个相当大的点 (可以理解为前面所说的代表体积)。

为了更明确地说明应力的定义, 取一个具有有限体积并包含足够数目骨架颗粒 (质点) 的微元体, 如图 1-5(a) 所示。对于微元体骨架中的每一个颗粒 (质点), 它受