大学物理实验教程

DAXUE WULI SHIYAN JIAOCHENG

主　编　黄建刚
副主编　何仁生　翦知渐　赵英　王祝盈　徐兰云
主　审　陈小林

湖南大学出版社

大学物理实验教程

主　编　黄建刚
副主编　何仁生　翦知渐　赵　英
　　　　王祝盈　徐兰云
主　审　陈小林

湖南大学出版社

内 容 简 介

本书根据教育部《高等工业学校物理实验课程基本要求》和《关于工科物理实验课程教学改革指南》，吸收近几年教学改革成果编写而成。全书共收入44个实验，分为五类：必修基础实验、开放综合实验、开放仿真实验、开放设计性实验和备选提高实验。其内容包括数据处理、力学实验、热学实验、电磁学实验、光学实验、近代物理实验和计算机仿真实验等。

本书可作为高等学校理工科各专业的物理实验课教材或参考书，也可供涉及物理学的广大科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程/黄建刚主编．—长沙：湖南大学出版社，2011.2

ISBN 978-7-81113-951-8

Ⅰ.①大… Ⅱ.①黄… Ⅲ.①物理学—实验—高等学校—教材

Ⅳ.①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第026085号

大学物理实验教程

Daxue Wuli Shiyan Jiaocheng

主　　编：黄建刚

责任编辑：严小涛

出版发行：湖南大学出版社　　**责任印制**：陈　燕

社　　址：湖南·长沙·岳麓山　　**邮　　编**：410082

电　　话：0731-88822559(发行部)，88821334(编辑室)，88821006(出版部)

传　　真：0731-88649312(发行部)，88822264(总编室)

电子邮箱：pressyanxt@hnu.cn

网　　址：http://hnupress.com

印　　装：衡阳顺地印务有限公司

开本：787×1092　16开　　**印张**：14.75　　**字数**：400千

版次：2011年2月第1版　　**印次**：2011年2月第1次印刷

书号：ISBN 978-7-81113-951-8/O·83

定价：28.00元

前　言

本实验教程是根据教育部《高等工业学校物理实验课程基本要求》和《关于工科物理实验课程教学改革指南》编写而成的。经过多年的教学实践和改编修订，已经基本成熟。为了更好地适应形势发展，使教材更紧密地与教学相结合，更有效地满足教学的需要，方便学生学习，我们新改编了这本《大学物理实验教程》。

全书共分为六章。第一章为绪论，介绍大学物理实验课程基本要求和实验安排，物理实验的测量误差和数据处理。在数据处理上，采用标准误差为不确定度。本章还特别增设了"实验数据的计算机处理"一节，以便对实验数据进行各种数学处理和函数拟合分析。第二章为必修实验，考虑到与中学物理教学的衔接，以及学生实验能力的差异，对学生进行力学、光学、电学最基本的实验技能的训练。第三章是开放实验，通过精简、合并、补充和提高，编入了一些具有代表性的传统基础实验，力图在综合性方面有所加强；并注意把我校物理实验中心用先进的科学仪器、测试技术和实验方法改造传统实验的成果融入教材中，如在气垫导轨上研究磁阻尼效应实验，以及有时代感和先进性的磁悬浮实验。第四章为开放计算机仿真实验，学生可选做一个，以对物理仿真实验有所了解。从培养学生独立地分析问题和解决问题的能力出发，在第五章安排了两个开放设计性实验。第六章为备选实验，包括两个未开放设计性实验，主要是近代物理实验内容，如核磁共振、塞曼效应等著名物理实验。备选实验的设计主要是考虑到应用物理等相关专业的教学需求，也是对开放实验的调整补充。本书注重对学生科学实验能力的培养和提高，力求实验原理叙述清楚，实验步骤简明扼要。每个实验后附有思考题。书后附录Ⅰ中介绍了我国法定计量单位的主要内容，附录Ⅱ提供了基本物理常数和其他常用的物理量，以便读者查用。

本次改编主要有如下变动：(1)实验 4 示波器的使用，由于仪器由原模拟示波器改换成数字示波器，故完全重写。(2)实验 11 与实验 15，由于 E－H 实验仪升级新型号，作了相应的改动，增加了新内容。(3)绪论、磁悬浮、全息照相、偏振光、超声波等实验作了部分修改。

本书编入的实验选题大部分都是在我校开设多年的实验内容，多数教师和技术人员先后参加过原始实验讲义和教材的编写和修改工作，这是物理实验中心许多同志多年来积累的劳动成果，是集体智慧的结晶。本书在编写过程中，参考了许多国内外院校的优秀教材，同时得到了校、院、教务处等有关领导的关心和支持，在此一并表示衷心感谢。

本书由黄建刚担任主编，何仁生、翦知渐、赵英、王祝盈、徐兰云担任副主编，陈小林教授主审。

参加本书编写工作的还有(以姓氏笔画为序)：朱正华、陈小林、张乒、严颂庄、周正贵、周艳明、姚凌江、黄维清、谢中、曾永华。

由于编者水平有限，谬误和遗漏在所难免，真诚期待读者批评指正。

编　者

目　次

第一章 绪 论

第一节 物理实验课程简介

一、物理实验课程的主要目的和基本任务

物理学是一门实验科学。实验作为一种重要的实践形式，在科学研究和生产活动中都有着十分重要的作用。大学物理实验，既是物理理论的实践，也是其他实验课程的基础。物理实验不仅是理论的简单应用或机械重复，其还有自身的规律和特点。物理实验课的基本教学内容，如对实验数据的处理和分析、物理测试方法、仪器的使用方法等，是物理理论课所无法替代的。但大学物理实验课程也不同于科学研究，它不是以探索发现新的物理现象、新的物理规律为主要目的，而是通过实验课程的各个环节，即预习、实验和写实验报告等，来实现知识的迁移，提高学生的科学素质。

因而，物理实验课程的主要目的和基本任务为：

(1)掌握基本的实验方法和实验技能，掌握基本实验仪器的构造、原理以及使用方法。正确记录、分析和处理实验数据。

(2)培养观察、分析物理现象的能力，加深对物理概念、规律和理论的理解。

(3)培养严肃认真、严谨自律、一丝不苟的工作作风和实事求是的科学态度。

(4)培养创新意识，以及在实验过程中发现问题、解决问题的能力。

(5)培养工作责任感和安全意识。

二、物理实验课程的基本程序

物理实验教学应坚持以学生为主体的原则，学生应积极主动地参与实验，教师只作适当的指导。物理实验内容广泛，且与理论课并不同步，因此，有必要加强实验前的预习准备和实验后的归纳总结。一般情况下，物理实验课都要经历预习、实验和写实验报告三个基本程序。

1. 预习

学生在实验课之前必须进行预习，必须写出书面预习报告。预习以理解原理为主，初步了解实验内容和过程，查证相应的公式，补足相关的理论知识。同时，根据实验要求查看数据表格，以便完整、准确地记录测量数据。

2. 实验

按时进行实验，迟到超过5分钟以上者取消本次实验资格，并以旷课处理。必须带预习报告和有效身份证件(如学生证、身份证、图书证等)以供查验。本人应在“物理实验成绩评定表”上签名(很重要)。

实验操作前，首先听教师介绍基本原理、仪器使用方法及注意事项。然后按实验要求布置、安装并按操作规程调整好仪器。电学实验必须经教师检查线路后，方可接通电源。爱护仪器设备，避免因操作不当损坏仪器，设备出现故障或损坏应及时报告。

实验过程应按实验步骤进行。测量的数据要立即记录下来，注意数据的有效数字。实事求是，不随意涂改数据。发现错误，应查找原因并重新测量。保持实验室整洁，实验完毕先将原始记录交给指导教师签字认可（很重要），然后再对仪器进行整理、复原后方可离开实验室。

3. 写实验报告

实验报告是对实验的全面总结，应以简明扼要的语言和准确的表达方式来真实完整地撰写。可以在预习报告的基础上，进一步完成实验的数据处理、结果分析以及作图等。实验报告写在统一印制的实验报告纸上。

完整的实验报告应包括以下内容：①实验者的班级、姓名、学号；②实验名称；③实验目的；④简要原理和计算公式；⑤仪器设备型号、编号；⑥测得的数据；⑦计算、作图；⑧误差分析；⑨实验结果；⑩问题讨论。

三、物理实验课程的教学安排

1. 开课时间

第一学年第二学期（一年级下学期）和第二学年第一学期（二年级上学期）。

2. 课程注册

物理实验实行建制班与开放式相结合的教学模式。绪论课教学和 5 个必修实验项目，按建制班进行。随后开始开放式实验。

同学们应自行上网注册预约开放式实验。

实践教学网网址：http://sjjx.hnu.cn，用户名即学号，初始密码为本人身份证号码，请及时更改密码，以免造成不良后果。预约系统使用方法详见主页上的帮助文件。重修生和未能正常注册者请及时与物理实验中心（217 室）丁老师联系。联络电话：(0731)88822892。

3. 教学计划

课程名称	教学计划及内容
大学物理实验	绪论课教学：测量误差与数据处理（3 学时） 实验教学：完成必修实验项目 5 个，完成选修实验项目 10 个。

四、实验地点和时间

地点：物理实验中心实验楼（绪论课除外）。

时间：必修实验：按照课表。

开放实验：下午 1：13:00—15:15（注意比正常上课时间早 30 分钟）。

下午 2：15:30—17:45。

晚上： 19:00—21:15。

五、选修开放实验的程序

(1)预约实验。可以在任何一台可上网的计算机上预约实验。实验项目、地点、设备套数和开放时间等基本信息都在网上公布，学生至少要提前两天上网预约。按教学进度，学生每周至少要完成一个实验。

同学们一定要按照约定的时间到大学物理实验中心做实验。若有变故，一定要在预定时间前两天取消预约实验或履行请假手续，否则，按旷课处理。若旷课累计达到两次，则该同学的大学物理实验成绩为不及格。

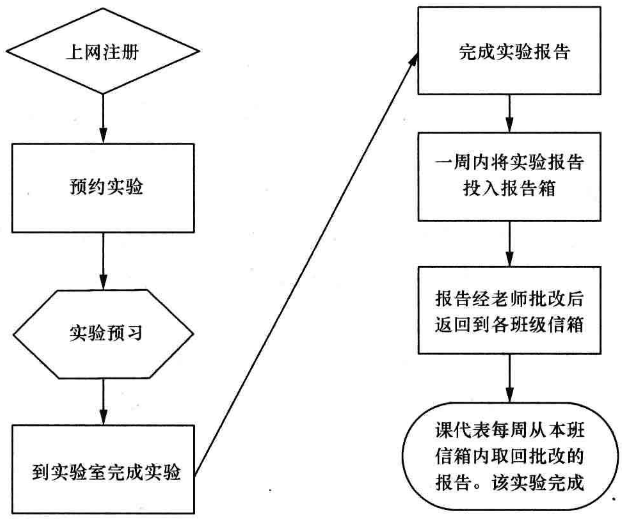
注意:取消预约实验应提前两天。

(2)写好预习报告,在约定的时间到大学物理实验中心做实验,要注意签到。

(3)交实验报告。在做完实验后的一周时间内,将实验报告交到相应实验报告箱。实验报告的收、发信箱位于实验中心大厅两侧。每个实验都配有一个实验报告箱,实验结束后一周内认真完成实验报告,并将报告(附指导教师签字的原始记录,否则报告无效)及时投入该实验的信箱中。迟交或不交实验报告者将对其实验成绩产生不良影响。必须在实验报告上注明姓名、专业、学号以及班级的实验报告箱编号,否则无法登记实验成绩。

(4)取实验报告。每个班级也都配有一个实验报告箱,每周的星期五下午,批改评分后的实验报告由各班课代表或学习委员到大学物理实验中心统一取回。

(5)选修开放实验流程。



特别提示:以上所述,如与湖南大学教学实践网上公布的信息不同,以网上公布信息为准。

第二节 测量误差的基本概念

一、测量

物理实验往往需要寻找或验证各种物理量之间的相互关系。运用量具、仪器、仪表以及相应的方法,确定某一物理量的数值的过程,称为测量。用米尺确定长度,用天平确定质量,用电压表、电流表结合欧姆定律确定电阻等,都是物理测量。测量的实质,就是将待测物理量与作为计量标准的物理量进行比较的过程。

测量可分为直接测量和间接测量两大类。若可直接从量具、仪表上读出待测量的值,则称之为直接测量。若待测量须由若干个直接测量的物理量通过一定函数运算才能得出,则称之为间接测量。

在物理实验中,对长度、质量、时间、电压、电流、温度的测量,一般为直接测量。它们大多为 SI 制中的基本物理量。非基本物理量的测量一般为间接测量。

二、误差

物理量的客观存在值称为真值。误差是测量值与真值之差。用 x 表示测量值，Δx 表示误差，μ 表示真值，则

$$\Delta x = x - \mu。\tag{1}$$

误差的绝对值越小，测量值就越准确。但对不同的测量对象，即使误差相同，测量结果的优劣也不一定相同。例如，分别测量一张课桌和一间教室的长，若以米尺测量，误差都是 0.5 mm，则后者的测量结果比前者的要好。用相对误差可以表示这种区别。用 E 表示相对误差，其定义为：

$$E = \frac{\Delta x}{\mu} \times 100\% \approx \frac{\Delta x}{x} \times 100\%。\tag{2}$$

三、不确定度

事实上，由于测量仪器精度限制、环境变化以及测量者主观因素的影响，测量值总是与真值不完全相等，因而误差总是存在的。另一方面，即使某一测量值恰好等于真值，我们也无法确认，因为这需要首先知道真值。为了表示"对真值认识缺乏的程度"，国际计量委员会(CIPM)在 20 世纪 80 年代决定引入"不确定度"(uncertainty)概念，它是对测量的真值在某个量值范围的一个客观评定。以"U"代表不确定度，x 表示测量值，则测量的真值以某一较高的概率出现在$(x-U, x+U)$区间。

不确定度通常含有两类分量：用统计学方法计算的 A 类分量 u_A；用其他方法评定的 B 类分量 u_B。通常用标准误差(将在下一节讨论)来表示。u_B 的评定方法复杂且尚未统一，本书不作具体讨论。

总的不确定度按"方和根法"合成：

$$U = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}。\tag{3}$$

四、正确度、精密度、准确度

正确度、精密度、准确度是评价测量结果好坏的三个术语。

正确度是指测量值与真值的接近程度。正确度愈高，说明测量值愈接近真值。可见，正确度是反映测量结果系统误差大小的术语。

精密度是指重复测量所得结果相互接近的程度。精密度高，说明重复性好，数据密集，即随机误差小。可见，精密度是反映测量结果随机误差大小的。

准确度是指综合评定测量结果重复性与接近真值程度。准确度高，说明精密度和正确度都高。可见，准确度反映随机误差和系统误差的综合效果。由于在物理实验中，误差计算主要是估算随机误差，有时往往不严格区分精密度和准确度，而统称为精度。

第三节　测量误差的确定

一、系统误差

在相同条件下多次测量同一物理量时，大小和符号保持恒定，或按规律变化的误差称为系

统误差。例如，用伏安法测电阻，就存在由于测量方法而产生的系统误差。认真选择好仪器，改进实验方法，客观上可以减小系统误差。分析和查找系统误差产生的原因，发现减小系统误差的途径，也是物理实验的一项重要任务。比较典型的减小系统误差的方法有：替换法、交换法、对称观测法等。系统误差可以修正。

二、随机误差

在相同条件下多次测量同一量时，误差时大时小，时正时负，无确定规律，这类误差称为随机误差。随机误差普遍存在于测量之中，是不可消除的。本书重点讨论随机误差。

多次测量的随机误差：

设在相同条件下对某物理量 x 进行 n 次测量，得到测量列 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$，则测量值的算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i。\tag{4}$$

根据误差理论，在一个测量列中，其算术平均值 $\bar{x}$ 最有把握接近于真值。算术平均值的数学期望值是真值。容易证明，当 $n\to\infty$时，$\bar{x}\to\mu$。因此，算术平均值称为近真值。

多次测量的随机误差对每次测量值而言，它或大或小，或正或负偏离真值，但总体上却表现出一定的统计规律，可以利用统计学原理来分析计算。高斯最初研究了多种因素微小起伏而引起的随机误差的概率分布，并于 1795 年发表了高斯分布函数，即正态分布函数。

高斯的研究基于下列事实：

(1) 小的误差比大的误差出现机会多，故在零附近有最大的概率——单峰性。

(2) 大小相等、符号相反的正负误差出现的概率相等——对称性。

(3) 十分大的误差出现的概率非常小，可认为其概率接近于零——有界性。

高斯证明，误差的概率密度函数 $f(\theta)$应具有以下形式：

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}}。\tag{5}$$

式中：θ 代表误差；$f(\theta)$就是误差的正态分布函数，如图 1 所示。曲线下 $\theta\sim\theta+d\theta$ 区间的面积，就是该区间误差发生的概率。由于误差出现在$(-\infty, +\infty)$区间的概率为 100%，故整个曲线下所围的面积为 1。σ 是正态分布函数中的重要参数，$\pm\sigma$ 是曲线的两个拐点坐标。在区间$(-\sigma, +\sigma)$，曲线下的面积为 0.683，这表明误差出现在该区间的概率为68.3%。

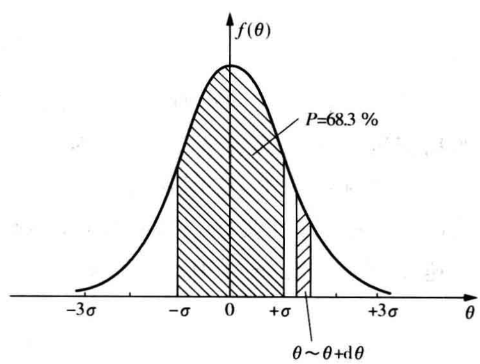


图 1　正态分布函数

σ 也是正态分布函数中唯一的参数，它唯一确定正态分布曲线的形状。不同的测量列，有不同的 σ 值。σ 越小，曲线峰值越高，图形越尖锐，这表明测量数据集中，重复性好。因此，就以 σ 来评定、表征一个测量列的随机误差，称为“标准误差”。

三、标准误差的估算

我们可以用标准误差来表示测量的随机误差，评判测量结果的精密度，区分不同测量列的

优劣。那么，标准误差如何确定呢？根据标准误差定义，若已知误差的正态分布曲线，则可在图上确定 σ。但由于一般不知道误差分布曲线图，因此不能使用此方法。

事实上，在一组等精度的测量中，得到

测量值：$x_1, x_2, \cdots, x_n$；

误差：　$\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$，

其中 $\theta_i = x_i - \mu$。

考虑误差出现在以下区间：

$$(\theta_1, \theta_1 + \Delta\theta), (\theta_2, \theta_2 + \Delta\theta), \cdots, (\theta_n, \theta_n + \Delta\theta)$$

的概率，作函数

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot \cdots \cdot P_n, \tag{6}$$

其中 P_i 为误差出现在 $(\theta_i, \theta_i + \Delta\theta)$ 区间的概率，

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-\frac{\theta_i^2}{2\sigma^2}} \Delta\theta, \tag{7}$$

故

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n \mathrm{e}^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}} (\Delta\theta)^n。 \tag{8}$$

式中，求和范围为 $1 \sim n$，以下同。

将 σ 看成变量，对 σ 求导，并令其为零。由此求出的 σ 值就是对应于 P 极大的 σ。

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\sigma} = {} & n\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^{n-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}}(\Delta\theta)^n + \\ & \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\right)^n \mathrm{e}^{-\frac{\sum\theta_i^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{\sum\theta_i^2}{\sigma^3} \cdot (\Delta\theta)^n = 0,\end{aligned} \tag{9}$$

即

$$-n + \frac{1}{\sigma^2}\sum\theta_i^2 = 0, \tag{10}$$

因此

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum\theta_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \mu)^2}{n}}。 \tag{11}$$

式(11)即为以一组测量数据(测量列)对标准误差的最佳估计值。此处 σ 表示这一测量列的精密度。根据其数学形式，亦称之为均方根误差。

但实际操作上，应用式(11)，必须知道真值 μ，才能确定 σ。在大多数情况下，μ 是不知道的(仅对纯验证性实验，其理论值或准确值可视为真值，如光速、某一光谱的波长、某地的重力加速度等)，这时，σ 可用式(12)来估算：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}。 \tag{12}$$

我们将各测量值与平均值之差称为偏差，记为 $\nu_i = x_i - \bar{x}$。

因为

$$\frac{1}{n}\sum(x_i - \mu) = \bar{x} - \mu,$$

即

$$\bar{x} = \mu + \frac{1}{n}\sum\theta_i,$$

所以

$$\begin{aligned}\nu_i &= x_i - \left(\mu + \frac{1}{n}\sum\theta_i\right) \\ &= \theta_i - \frac{1}{n}\sum\theta_i。\end{aligned}$$

对上式两边平方求和得

$$\sum \nu_i^2 = \sum \theta_i^2 + n\frac{(\sum \theta_i)^2}{n^2} - 2\cdot\frac{1}{n}\cdot(\sum \theta_i)^2$$

$$= \sum \theta_i^2 - \frac{1}{n}(\sum \theta_i)^2。$$

又

$$(\sum \theta_i)^2 = \sum \theta_i^2 + \sum_{i\neq j}\theta_i\theta_j = \sum \theta_i^2。$$

上式成立是因为正负误差出现的概率相等,交叉项 $\theta_i\theta_j$ 彼此抵消。

因此

$$\sum \nu_i^2 = \sum \theta_i^2 - \frac{1}{n}\sum \theta_i^2 = \frac{n-1}{n}\sum \theta_i,$$

即

$$\frac{\sum (x_i-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum (x_i-\mu)^2}{n}。\tag{13}$$

这就证明了式(12)与式(11)是等价的。式(12)是根据实验测量数据确定标准误差 σ 的实用公式。真值落在 $x_i \pm \sigma$ 区间的概率约为 68.3%。

四、平均值的标准误差

由于平均值 $\bar{x}$ 比任意一个测量值 x_i 更可能接近真值,因而它的标准误差比测量列的标准差小。假如作 80 次测量,将其分成 8 个测量列,则得到每个测量列的平均值依次为 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_8$,视这些平均值为一新的测量列,该测量列的分布必然更靠近真值,因为平均值已经对测量的随机误差或多或少作了一定程度的抵消。容易证明,平均值的标准误差估算公式为

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}},\tag{14}$$

真值位于 $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ 的概率约为 68.3%。

式(14)表明,增加测量次数 n,可使测量结果的不确定度减小。当 n 较小时,$\sigma_{\bar{x}}$ 减小十分明显;n 较大时($n>10$),$\sigma_{\bar{x}}$ 减小已不明显。而且测量次数增多,使实验时间延长,也可能会出现实验条件的变化而影响测量结果,故一般物理实验取 5～10 次为宜。

例 1.1 测量长度 x,数据如下(单位 mm):

40.3, 39.6, 39.7, 40.4, 39.8,
40.3, 39.5, 39.6, 40.5, 40.3。

求测量结果及不确定度。

解: $\bar{x}=40.0$,

$$\sum (x_i-\bar{x})^2 = 0.3^2 + (-0.4)^2 + (-0.3)^2 + 0.4^2 + (-0.2)^2 + 0.3^2 + (-0.5)^2 + (-0.4)^2 + 0.5^2 + 0.3^2 = 1.38,$$

故

$$\sigma = \sqrt{\frac{1.38}{9}} = 0.392 \approx 0.4,$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = \frac{0.392}{\sqrt{10}} = 0.124 \approx 0.1。$$

因此被测量 x 的最佳值是 40.0 mm,真值有 68.3%的可能包含在(40.0±0.1) mm 区间,即(39.9,40.1) mm 内。真值分别落在(40.3±0.4) mm 或(39.6±0.4)mm 等区间的可能性

也是 68.3%。可见,用平均值 $\bar{x}$ 和均值标准差 $\sigma_{\bar{x}}$ 给出的测量结果最好。

五、单次测量的误差

在实验中,由于时间和实验条件的限制,有时只能做一次测量。这时只得到一个测量值,其平均值就是它本身,其误差只能从其他途径来估计。一般根据仪器误差和测量条件来判断误差的大小和结果的优劣。例如,分别用游标卡尺和千分尺测量同一导线的直径,容易判断后者所得结果要比前者的好。我们简化地取单次测量的标准误差(不确定度)为 $\frac{\Delta}{\sqrt{3}}$,Δ 为仪器的最大误差。

第四节　测量误差的传递

在第三节我们讨论的都是直接测量的不确定度。在大学物理实验中,一般都是间接测量。设 $A,B,C,\cdots$,是互不相关的直接测量值,N 是间接测量值,它们有函数关系

$$N = f(A,B,C,\cdots),$$

则

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial f}{\partial A}\mathrm{d}A + \frac{\partial f}{\partial B}\mathrm{d}B + \frac{\partial f}{\partial C}\mathrm{d}C + \cdots$$

考虑到通常误差远小于测量值,可把误差 $\Delta N,\Delta A$ 等看做微分 $\mathrm{d}N,\mathrm{d}A$ 等,即

$$\Delta N = \frac{\partial f}{\partial A}\Delta A + \frac{\partial f}{\partial B}\Delta B + \frac{\partial f}{\partial C}\Delta C + \cdots \tag{15}$$

这就是误差传递公式。

式(15)两边平方,并假设测了 n 次,可得

$$(\Delta N_i)^2 = (\frac{\partial f}{\partial A})^2(\Delta A_i)^2 + (\frac{\partial f}{\partial B})^2(\Delta B_i)^2 + \cdots +$$
$$2(\frac{\partial f}{\partial A})(\frac{\partial f}{\partial B})(\Delta A_i)(\Delta B_i) + \cdots \quad (i = 1,2,\cdots,n)$$

若把各次测量等式两边相加,并考虑到正、负误差出现的概率相同,则相加后交叉相乘项相互抵消,并把等式两边除以 $n-1$,得

$$\frac{\sum(\Delta N_i)^2}{n-1} = (\frac{\partial f}{\partial A})^2\frac{\sum(\Delta A_i)^2}{n-1} + (\frac{\partial f}{\partial B})^2\frac{\sum(\Delta B_i)^2}{n-1} + \cdots$$

即

$$\sigma_N^2 = (\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_A^2 + (\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_B^2 + \cdots$$

故

$$\sigma_N = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_A^2 + (\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_B^2 + \cdots} \tag{16}$$

式(16)即标准误差的传递公式。

类似地,平均值的标准误差传递公式为:

$$\sigma_{\bar{N}} = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A})^2\sigma_{\bar{A}}^2 + (\frac{\partial f}{\partial B})^2\sigma_{\bar{B}}^2 + \cdots} \tag{17}$$

相对误差公式为:

$$E_N = \frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial A}\cdot\frac{\sigma_A}{N})^2 + (\frac{\partial f}{\partial B}\cdot\frac{\sigma_B}{N})^2 + \cdots} \tag{18}$$

几种常用的误差传递公式见表 1。乘除关系一般选择先算相对误差较为方便。

表 1　几种常用函数的误差传递公式

函数关系	传递公式
$N=A\pm B$	$\sigma_N=\sqrt{\sigma_A^2+\sigma_B^2}$
$N=AB$ $N=\frac{A}{B}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\sigma_A}{A})^2+(\frac{\sigma_B}{B})^2}$
$N=\frac{A^mB^n}{C^l}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{m^2(\frac{\sigma_A}{A})^2+n^2(\frac{\sigma_B}{B})^2+l^2(\frac{\sigma_C}{C})^2}$
$N=kA$	$\sigma_N=k\sigma_A$
$N=A^{\frac{1}{k}}$	$\frac{\sigma_N}{N}=\frac{1}{k}\cdot\frac{\sigma_A}{A}$
$N=\sin A$	$\sigma_N=\cos A\cdot\sigma_A$
$N=\ln A$	$\sigma_N=\frac{1}{A}\cdot\sigma_A$

例 1.2　根据标准误差传递公式，证明平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$。

证：因

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i,$$

故

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{1}{n}\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2+\cdots+\sigma_n^2}$$

$$=\frac{1}{n}\sqrt{n\cdot\sigma^2}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}。$$

σ 是测量列的标准差，对每个测量值都是相同的，故有 $\sigma_1=\sigma_2=\cdots=\sigma_n=\sigma$。

第五节　测量值的有效数字

一、有效数字

用直尺测一本书的长度，读数为 18.54 cm，其中前三位数“18.5”是从尺上刻度数值直接读出的，称为可靠数字，而最后一位“0.04”是从尺上两刻度之间估计的，称为可疑数字。可靠数字与可疑数字合称有效数字。18.54 cm 是四位有效数字。

测量值一般只能取一位可疑数字，据此，误差一般也只能取一位有效数字。在测量时，每次的读数应满足上述要求。

要取得正确的测量值，除必须正确记录数据、单位外，还必须注意有效数字。

二、有效数字运算规则

(1) 和差运算。和差运算结果的小数点后数字的个数，应与参加运算各数中小数点位数最少者相同。

例 1.3 $123.012\bar{5}+0.\bar{6}+1.3\bar{2}=124.\bar{9}$。

$$\begin{array}{r} 123.012\bar{5} \\ 0.\bar{6} \\ +\quad 1.3\bar{2} \\ \hline 124.\bar{9}\bar{3}2\bar{5} \end{array}$$

式中，用加上横线的数字代表可疑数字，下同。

(2) 积商运算。积商运算结果的有效数字位数，应与参加运算各数中有效数字位数最少者相同。

例 1.4 $\bar{3}\times 2\,48\bar{9}=\bar{7}\times 10^3$。

$$\begin{array}{r} 248\bar{9} \\ \times\quad \bar{3} \\ \hline \bar{7}\bar{4}6\bar{7} \end{array}$$

(3) 乘方与开方。其结果的有效数字应与其底的有效数字相同。

(4) 三角函数。三角函数的有效数字位数由角度的有效数字决定。物理实验中，角度多由分光计测出，其精度为 1′。sin 1′=0.000 3，故一般取四位有效数字。

例 1.5 $\sin 9°31'=0.165\,047\,6=0.165\,0$；

$\sin 19°2'=0.326\,118\,1=0.326\,1$。

有效数字运算结果，我们规定用四舍五入约整。运算中的各种物理常数、无理数、公认值，其有效数字位数应比运算结果所应取的有效数字至少多保留一位。

例 1.6

$$\begin{aligned} & 27.13/(\pi\times 0.561^2\times 10.085) \\ & =27.13/(3.142\times 0.561^2\times 10.085) \\ & =27.13/9.97 \\ & =2.72; \end{aligned}$$

$0.004\,824\,6\div 0.000\,012\,3=3.92\times 10^2$。

第六节　测量的数据处理及结果表示

每完成一次实验，必须对测量的数据进行分析处理，归纳总结，得出实验结果，写出实验报告。实验结果可以用三种形式表示。

一、代数表示

实验中测量的原始数据需要首先进行整理，去除坏值。当测量次数较多时，一般认为误差(偏差)大于 3σ 的测量值是坏值，应当剔除。因为根据误差的正态分布，误差大于 3σ 的概率仅为 0.3%，实验中实际测量次数一般小于 10 次，故这种大的误差几乎不会出现。因此，“3σ”称为极限误差。

设已经去除坏值整理的测量数据为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，则先求平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i,$$

然后计算平均值标准误差

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}},$$

再计算相对误差

$$E = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}},$$

测量结果的正确表示为：

$$\begin{cases} x = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}, \quad (P = 68.3\%) \\ E = \dfrac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}。 \end{cases} \tag{19}$$

在式(19)中，$\sigma_{\bar{x}}$一般只取一位有效数字(特别精确的结果除外)，$\bar{x}$的末位与$\sigma_{\bar{x}}$的有效位同位。相对误差E一般也只保留一位有效数字。建议使用函数计算器的统计功能，直接输入测量值，得到$\bar{x}$，σ，但最后结果的有效数字必须正确。需注意阅读计算器使用说明书上"σ"的表达式，以免出错。

例 1.7 用螺旋测微计测一钢珠直径，数据如下(单位 mm)：

6.360，6.359，6.362，6.359，

6.355，6.368，6.370，6.365。

求钢珠直径和体积。

解：(1) 直径

$$\bar{d} = 6.362\ 25 \approx 6.362,$$

$$\sigma_d = 0.005\ 063\ 877\ 7 \approx 0.005,$$

$$\sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{8}} = 0.001\ 767\ 767 \approx 0.002,$$

$$E_d = \frac{\sigma_{\bar{d}}}{\bar{d}} = 2.778\ 634\ 1 \times 10^{-4} \approx 0.03\%,$$

故 $$d = (6.362 \pm 0.002)\ \text{mm}, \quad (P = 68.3\%)$$

$$E_d = 0.03\%。$$

(2) 体积

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3,$$

$$\bar{V} = \frac{1}{6}\pi \bar{d}^3 = 134.827\ 85 \approx 134.8,$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}d} = \frac{1}{2}\pi d^2,$$

根据式(17)得 $$\sigma_V = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}d} \cdot \sigma_{\bar{d}} = \frac{1}{2}\pi d^2 \sigma_{\bar{d}} = 0.127\ 156\ 1 \approx 0.1,$$

$$E_V = \frac{\sigma_V}{\bar{V}} \approx 0.09\%,$$

故 $$V = (134.8 \pm 0.1)\ \text{mm}^3, \quad (P = 68.3\%)$$

$$E_V = 0.09\%。$$

二、列表表示

列表的优点是简单易行，数据易于参考比较，形式紧凑有序，可以同时表示几个变量间的