

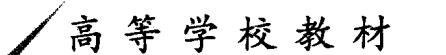
教材

# 简明临界物态 土力学与有限元法

李晓军 编



西北工业大学出版社

 高等学校教材

# 简明临界物态土力学与有限元法

李晓军 编

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书是系统介绍临界物态土力学及其有限元法基本内容的教材,共分 11 章。第 1~6 章介绍了土的物理性质与分类、有效应力原理与土的应力-应变状态、应力与应变路径、土的室内试验、临界物态线(面)的概念以及以剑桥模型为代表的临界物态模型及其与室内试验的关系。第 7~11 章,在简要论述了工程地质问题数值分析方法的基础上,介绍了基于 Crisp2D 软件临界物态模型的有限元实现,重点介绍了一维固结与三轴压缩试验数值模拟、基坑开挖与刚性挡墙支护数值模拟、隧道开挖与支护数值模拟、基坑开挖与柔性挡墙支护数值模拟等算例。

本书可供高等学校地质、土木、交通、岩土工程专业的本科生作为选修课教材使用,亦可供上述相关专业的研究生或工程技术人员作为教材或参考用书自学使用。

#### 图书在版编目(CIP)数据

简明临界物态土力学与有限元法/李晓军编. —西安:西北工业大学出版社,2011.10  
ISBN 978 - 7 - 5612 - 3210 - 1

I . ①简… II . ①李… III . ①临界状态—土力学—有限元法 IV . ①TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 206008 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:[www.nwpup.com](http://www.nwpup.com)

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:10.75

字 数:257 千字

版 次:2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷

定 价:25.00 元

# 前　　言

剑桥大学提出的临界物态土力学的基本概念是高等土力学的基础。近年来,国外高校已经将临界物态土力学的概念引入本科教学中,并呈现出与有限元法结合的趋势。临界物态土力学实际上是一门基于试验的土力学课程。本书以本科阶段土力学知识为起点,从试验的角度更全面地、更深层次地讲述了对土的性质进行研究的方法和有限元求解技术。这本《简明临界物态土力学与有限元法》作为本科生土力学与研究生高等土力学教学的衔接教材,其特点是:从试验出发,注重理论与实际应用;在讲解基本内容的同时,给出了大量的例题,说明为什么要开展土力学试验,如何设计土力学试验,如何分析土力学试验,如何开展有限元计算,如何获取有限元计算所需要的参数等,进而启发学生在试验和动手能力方面的创新思维。

全书共分 11 章。第 1~6 章介绍了土的物理性质与分类、有效应力原理与土的应力-应变状态、应力与应变路径、土的室内试验、临界物态线(面)的概念,以及以剑桥模型为代表的临界物态模型及其与室内试验的关系。第 7~11 章,在简要论述了工程地质问题数值分析方法的基础上,介绍了基于 Crisp2D 软件临界物态模型的有限元实现,重点介绍了一维固结与三轴压缩试验数值模拟、基坑开挖与刚性挡墙支护数值模拟、隧道开挖与支护数值模拟、基坑开挖与柔性挡墙支护数值模拟等算例。

限于编者水平和时间仓促,不妥之处敬请读者指正。

编　者

2011 年 3 月

# 目 录

<b>第 1 章 土的物理性质与分类</b> .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 土的三相组成 .....	1
1.3 土的三相比例指标 .....	2
1.4 黏性土的界限含水量 .....	3
1.5 土的工程分类 .....	4
1.6 小结 .....	5
<b>第 2 章 有效应力原理与土的应力-应变状态</b> .....	6
2.1 有效应力原理及其推论 .....	6
2.2 土的应力-应变状态 .....	10
2.3 理想弹性土的应力-应变性状 .....	14
2.4 小结 .....	15
<b>第 3 章 土的室内力学性能试验</b> .....	17
3.1 土工试验的边界条件与分类 .....	17
3.2 三轴仪与固结仪 .....	20
3.3 典型土的力学性能室内试验 .....	22
3.4 小结 .....	32
<b>第 4 章 临界物态线(面)</b> .....	34
4.1 正常固结黏土临界物态线 .....	34
4.2 正常固结土的临界物态面 .....	42
4.3 超固结黏土临界物态线(面) .....	46
4.4 物态全界面 .....	48
4.5 体积变化和孔隙水压力变化 .....	51
4.6 小结 .....	54
<b>第 5 章 剑桥(土)模型</b> .....	55
5.1 弹性变形和塑性变形 .....	55
5.2 弹性应变计算 .....	56
5.3 土的塑性 .....	59
5.4 剑桥(土)模型的假设与推导 .....	61

5.5 小结 .....	67
<b>第 6 章 常规土工试验和临界物态模型的关系 .....</b>	<b>68</b>
6.1 莫尔-库伦破坏标准 .....	68
6.2 一维压缩 .....	72
6.3 不排水抗剪强度 .....	75
6.4 不排水强度 $C_u$ 随深度的变化 .....	79
6.5 流塑性试验的说明 .....	85
6.6 小结 .....	88
<b>第 7 章 工程地质问题与数值分析方法 .....</b>	<b>89</b>
7.1 工程地质问题 .....	89
7.2 工程地质数值分析基本步序 .....	89
7.3 有限元的基本步骤与方法 .....	91
<b>第 8 章 饱和土一维固结与三轴压缩试验模拟 .....</b>	<b>98</b>
8.1 饱和土一维固结压缩试验模拟 .....	98
8.2 三轴压缩试验模拟 .....	110
8.3 小结 .....	121
<b>第 9 章 基坑开挖与刚性挡墙支护数值模拟 .....</b>	<b>122</b>
9.1 基坑开挖的数值模拟 .....	122
9.2 基坑支护数值模拟 .....	135
9.3 小结 .....	141
<b>第 10 章 隧道模型 .....</b>	<b>142</b>
10.1 问题描述 .....	142
10.2 隧道开挖与支护模拟 .....	142
10.3 小结 .....	149
<b>第 11 章 柔性挡墙模拟 .....</b>	<b>150</b>
11.1 问题描述 .....	150
11.2 前处理 .....	150
11.3 后处理 .....	161
11.4 小结 .....	164
<b>参考文献 .....</b>	<b>165</b>

# 第1章 土的物理性质与分类

## 1.1 引言

土是岩石经过物理风化和化学风化作用后的产物,是由各种大小不同的土粒按各种比例组成的集合体,土粒之间的孔隙中包含着水和气体,是一种三相体系。本章主要讨论土的物质组成以及定性、定量描述其物质组成的方法,包括土的三相组成、土的三相指标、黏性土的界限含水量和土的工程分类等。

## 1.2 土的三相组成

土是由固体颗粒、水和气体三部分组成的,通常称为土的三相组成(固相、液相和气相),随着三相物质的质量和体积的比例不同,土的性质也不同。

### 1.2.1 土的固相

土的固相物质包括无机矿物颗粒和有机质,是构成土骨架的最基本的物质。土中的无机矿物成分可以分为原生矿物和次生矿物两大类。原生矿物是岩浆在冷凝过程中形成的矿物,如石英、长石、云母等。次生矿物是由原生矿物经过风化作用后形成的新矿物。次生矿物按其与水的作用可分为易溶的、难溶的和不溶的,次生矿物的水溶性对土的性质有重要的影响。黏土矿物的主要代表性矿物为高岭石、伊利石和蒙脱石,由于其亲水性不同,当其含量不同时土的工程性质也就不同。

### 1.2.2 土的液相

土的液相是指存在于土孔隙中的水。按照水与土相互作用的强弱,可将土中水分结合水和自由水两大类。结合水是指处于土颗粒表面水膜中的水,受到表面引力的控制而不服从静水力学规律,其冰点低于零度。结合水又可分为强结合水和弱结合水。强结合水存在于最靠近土颗粒表面处,在距土粒表面较远地方的结合水称为弱结合水。弱结合水不能传递静水压力。自由水包括毛细水和重力水。毛细水不仅受到重力的作用,还受到表面张力的支配,能沿着土的细孔隙从潜面上升到一定的高度,毛细水上升对于公路路基土的干湿状态及建筑物的防潮有重要影响。重力水在重力或压力差作用下能在土中渗流,对于土颗粒和结构物都有浮力作用,在土力学计算中应当考虑这种渗流及浮力的作用。在饱和土内,水完全充满孔隙,孔隙水中的压力通称为孔隙压力。

### 1.2.3 土的气相

土的气相是指充填在土的孔隙中的气体,包括与大气连通和不连通的两类。与大气连通的气体对土的工程性质没有多大的影响,它的成分与空气相似,当土受到外力作用时,这种气体很快从孔隙中挤出。但是密闭的气体对土的工程性质有很大的影响,在压力作用下这种气体可被压缩或溶解于水中,当压力减小时,气泡会恢复原状或重新游离出来。含气体的土称为非饱和土,非饱和土的工程性质研究已成为土力学的一个新分支。本书中,除非作特别说明,否则将只讨论饱和土(Saturated Soil)。

## 1.3 土的三相比例指标

土的许多重要的力学特性都取决于矿物颗粒填集的紧密程度。颗粒的填集可以用孔隙比(Void Ratio)确定,孔隙比即孔隙的体积与矿物颗粒的体积之比。在饱和土中,孔隙完全由水所充满,因此孔隙比可以用含水量(Water Content)来表示。孔隙比、容重和含水量彼此有联系,且与土粒比重有关。其定义如下:

$$\text{含水量} \quad w = \frac{\text{水的质量}}{\text{土粒的质量}} = \frac{m_w}{m_s}$$

$$\text{孔隙比} \quad e = \frac{\text{孔隙的体积}}{\text{土粒的体积}} = \frac{V_w}{V_s}$$

$$\text{容重} \quad \gamma = \frac{\text{土样的重量}}{\text{土样的体积}} = \frac{m}{V}$$

考虑到  $m_s = \gamma_w G_s V_s$  及土粒质量  $m_s$  与土粒比重  $G_s$  之间的关系,可以得到基本的关系:

$$e = mG_s \quad (1.1)$$

$$\gamma = \frac{G_s + e}{1 + e} \gamma_w \quad (1.2)$$

干容重  $\gamma_d$  是指土样单位体积内土粒的重量,用公式表示为

$$\gamma_d = \frac{G_s}{1 + e} \gamma_w \quad (1.3)$$

本书中要大量地使用比容(Specific Volume) $v$ 。 $v$  的定义是含有单位土粒体积的土样体积,即

$$v = 1 + e \quad (1.4)$$

$$w = \frac{v - 1}{G_s} \quad (1.5)$$

$$\gamma = \frac{G_s + v - 1}{v} \gamma_w \quad (1.6)$$

#### 例 1.1 计算含水量和容重、比重及比容。

一圆柱形原状饱和土,直径 38 mm,高 78 mm,其质量为 142 g,烘干后质量是 86 g,试计算土的含水量和容重。

解 水的质量 =  $142 - 86 = 56$  g

干土的质量 = 86 g

故含水量

$$w = 56/86 = 0.651$$

即

$$w = 65.1\%$$

$$\text{饱和土的重量} = 142 \times 9.81 \times 10^{-6} = 1393 \times 10^{-6} \text{ kN}$$

$$\text{圆柱的体积} = \frac{\pi}{4} \times 38^2 \times 78 \times 10^{-9} = 88.46 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

所以

$$\text{容重 } \gamma = \text{重量 / 体积} = 15.75 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

从式(1.5)和式(1.6)得

$$\frac{\gamma}{\gamma_w} = \left(1 - \frac{1}{v}\right) \left(\frac{1}{w} + 1\right)$$

即

$$\frac{15.75}{9.81} = \left(1 - \frac{1}{v}\right) \left(\frac{1}{0.651} + 1\right)$$

故比容

$$v = 2.72$$

从式(1.5)可得土粒的比重为

$$G_s = \frac{v-1}{w} = \frac{1.72}{0.651}$$

因此

$$G_s = 2.64$$

## 1.4 黏性土的界限含水量

当黏性土含水量很大时土就成为泥浆,是一种黏滞流动的液体,称为流动状态;当含水量逐渐减少时,黏滞流动的特点逐渐消失而显示出塑性。塑性是指可以塑成任何形状而不发生裂缝,并在外力解除以后能保持已有形状而不恢复原状的性质。当含水量继续减少时,则发现土的可塑性逐渐消失,从可塑状态变为半固体状态。如果同时测定含水量减少过程中的体积变化,则可发现土的体积随着含水量的减少而减小,但当含水量很小的时候,土的体积不再随含水量的减少而减小,这种状态称为固体状态。从一种状态变到另一种状态的分界点称为分界含水量,流动状态与可塑状态间的分界含水量称为液限或流限  $w_L$ ;可塑状态与半固体状态间的分界含水量称为塑限  $w_p$ 。

塑限  $w_p$  是用搓条法测定的。液限  $w_L$  可用两种不同的仪器测定,碟式液限仪和锥式液限仪。在欧美等国家,大多采用碟式液限仪测定液限。我国采用平衡锥式液限仪测定。具体测试方法可参见相关试验标准。

液限( $w_L$ )和塑限( $w_p$ )也称为阿太堡(Atterberg)界限,用百分含水量取整数表示。

从液塑限可以进而得到三个指数值:

(1) 塑性指数

$$I_p = w_L - w_p \quad . \quad (1.7)$$

按照液塑限定义,塑性指数是土保持塑性的整个范围。在含少量黏粒的土中  $I_p$  会接近于零,而在纯蒙脱石黏土中,  $I_p$  可以超过 500。

(2) 液性指数

$$I_L = \frac{w - w_p}{I_p} \quad (1.8)$$

式中,  $w$  是含水量。(液性指数依据液塑限来说明土的现时状态。正常固结的软黏土的液性指

数常常是接近 1.0, 而超固结的硬黏土液性指数可能接近于零, 在特殊的环境中, 某些黏土(如“灵敏”黏土)流性指数可以大于 1.0。

### (3) 活动性

$$A = \frac{I_p}{\text{黏土的质量分数}} \quad (1.9)$$

活动性是同时含有粗粒和细粒的某种特定的土样内黏粒的塑性指数的量度方法。一种黏土的活动性与其黏土颗粒的矿物成分和孔隙水的化学成分有关系。

#### 例 1.2 计算塑性指数、活动性和液性指数。

土的液、塑限为  $w_L = 70, w_p = 29$ , 土含黏粒的重量百分数为 46%。土的含水量  $\omega = 59.3\%$ , 试计算土的塑性指数、活动性和液性指数。

塑性指数

$$I_p = 70 - 29 = 41$$

活动性

$$A = \frac{41}{46} = 0.89$$

液性指数

$$I_L = \frac{59.3 - 29}{41} = 0.74$$

## 1.5 土的工程分类

20世纪初期,瑞典土壤学家阿太堡(Atterberg)提出了土的粒组划分方法和土的液限、塑限的测定方法,为近代土分类系统的形成奠定了基础。

### 1.5.1 按颗粒级配或塑性指数分类

土按颗粒级配可以划分为碎石土、砂土和细粒土。其中,碎石土是指粒径大于 2 mm 的颗粒含量超过总质量的 50% 的土,按粒径和颗粒形状可进一步划分为漂石、块石、卵石、碎石、圆砾和角砾。砂土是指粒径大于 2 mm 的颗粒含量不超过总质量的 50% 且粒径大于 0.075 mm 的颗粒含量超过总质量的 50% 的土。砂土可再划分为 5 个亚类,即砾砂、粗砂、中砂、细砂和粉砂。粒径大于 0.075 mm 的颗粒含量不超过总质量的 50% 的土属于细粒土,细粒土可划分为粉土和黏性土两大类。黏性土根据塑性指数可再划分为粉质黏土和黏土两个亚类(见表 1.1)。

表 1.1 细粒土分类(GB50007—2002)

塑性指数	土的名称
$I_p > 17$	黏 土
$10 < I_p \leqslant 17$	粉质黏土
$I_p \leqslant 10$	粉 土

粉土是介于砂土和黏性土之间的过渡性土类,它具有砂土和黏性土的某些特征,根据黏粒含量可以将粉土再划分为砂质粉土和黏质粉土,具体划分标准见表 1.2。

表 1.2 黏土亚类的划分

颗粒含量	土的名称
粒径小于 0.005 mm 的含量小于等于总质量的 10%	砂质粉土
粒径小于 0.005 mm 的含量超过总质量的 10%	黏质粉土

## 1.5.2 按塑性图分类

塑性图分类最早由美国卡萨格兰特(Casagrande)于1942年提出,是美国试验与材料协会(ASTM)统一分类法体系中细粒土的分类方法,后来为欧美许多国家所采用。塑性图以塑性指数为纵坐标,液限为横坐标,如图1.1所示。图中有两条经验界限,斜线称为A线,其方程为 $I_p = 0.73(\omega_L - 20)$ ,作用是区分有机土和无机土、黏土和粉土。A线上侧是无机黏土,下侧是无机粉土或有机土。竖线称为B线,其方程为 $\omega_L = 50$ ,作用是区分高塑性土和低塑性土。

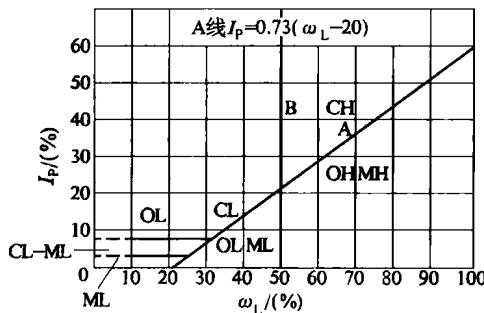


图 1.1 塑性图

在ASTM的分类体系中,在A线以上的土分类为黏土,如果液限大于50,称为高塑性黏土CH,液限小于50的土称为低塑性黏土CL;在A线以下的土分类为粉土,液限大于50的土称为高塑性粉土MH,液限小于50的土称为低塑性粉土ML。在低塑性区,如果土样处于A线上,而塑性指数范围在4~7之间,则土的分类应给以相应的搭界分类CL-ML。在应用ASTM塑性图分类时应注意其试验标准与我国的标准不同,其液限是用碟式仪测定的,我国通常采用锥式仪沉入深度17 mm或10 mm的标准。由于试验标准不同,测定的结果不一样,因此用塑性图分类的结果也可能不同。

## 1.6 小结

- (1) 土是一种非胶结的,或只有微弱胶结的矿物颗粒集合体,有液体充填其孔隙。
- (2) 矿物颗粒由基本造岩矿物或造岩矿物化学变化后的产物组成。在饱和土内,水完全充满孔隙,孔隙水中的压力统称为孔隙压力。
- (3) 土的性质可以根据级配(颗粒大小分配)和液塑限加以分类。
- (4) 土的现时状态可以用土的容重、含水量或者用比容来描述。它们之间有如下关系:

$$\begin{aligned} w &= \frac{v-1}{G_s} \\ \gamma &= \frac{G_s + v-1}{v} \gamma_w \end{aligned}$$

# 第2章 有效应力原理与土的 应力—应变状态

## 2.1 有效应力原理及其推论

### 2.1.1 有效应力原理

饱和土是由土颗粒和孔隙水两相物质组成的,作用于土体上的外部荷载由土骨架和孔隙水共同承担。泰沙基 1936 年首次用英文论述了有效应力原理。其论点有两方面:第一,饱和土体内任一水平面上受到的总应力等于有效应力与孔隙水压力之和,有效应力基本方程可以写为  $\sigma' = \sigma - \mu$ ,  $\sigma'$  表示有效应力;第二,土受力后的变形以及抗剪强度的变化都是由于有效应力的变化造成的。

### 2.1.2 有效应力原理的推论

有效应力原理既是土力学的组成部分,又是土力学理论与方法的基础,在土力学中具有重要地位。为了进一步阐明有效应力原理,下面研究三条推论,并举出相应的例子。

**推论 1** 结构和矿物成分相同的两种土,只要有效应力相同,其工程性状就一定相同。

**例 2.1** 计算不同水位下同一种土的垂直有效应力。

**解** 图 2.1 表示同是土表面以下 1.0 m 的两个土单元体。图 2.1(a) 中,水位在土的表面,而图 2.1(b) 中的沉积物位于水深为  $10^4$  m 处。两单元体的容重都是  $19 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ,海水的容重为  $10 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ,试计算作用于两单元体上的垂直有效应力。

(a) 水位

$$\sigma_v = \sum H_i \gamma_i = 19.0 \times 1.0 = 19.0 \text{ kPa}$$

$$\mu = H_w \gamma_w = 10.0 \times 1.0 = 10.0 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - \mu = 19.0 - 10.0 = 9.0 \text{ kPa}$$

(b) 水位

$$\sigma_v = \sum H_i \gamma_i = 19.0 \times 1.0 + 10.0 \times 10^4 = 100 019 \text{ kPa}$$

$$\mu = H_w \gamma_w = 10.0 \times 10 001 = 100 010 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_v = 9.0 \text{ kPa}$$

**推论 2** 如果一个饱和土样在加载或卸载时体积和形状都丝毫没有变化,则有效应力亦不会改变。

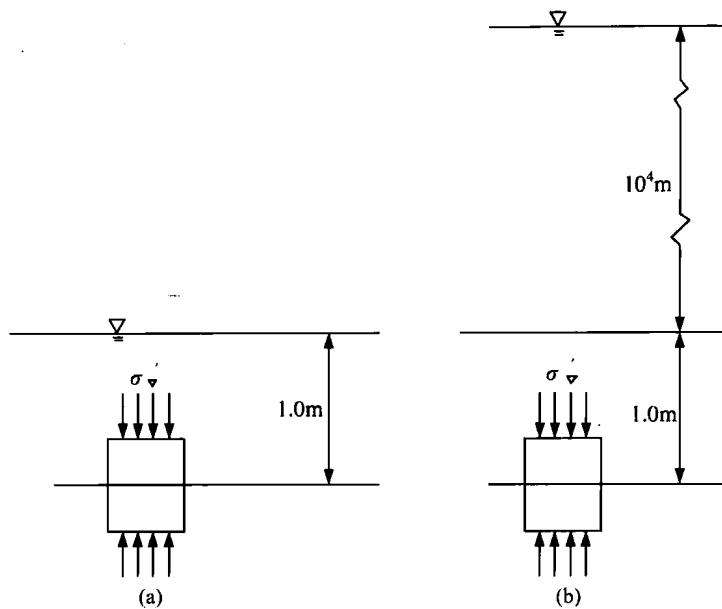


图 2.1 不同水位沉积物中的垂直应力

**例 2.2 常体积各向等压加载试验中的应力和孔隙压力。**

**解** 图 2.2 示出一简单试验, 放置在光滑底座上的圆柱土样用薄橡皮膜密封, 装在充满液体的容器内。用液压施加一各向均等的总应力  $\sigma$  于试样。总应力  $\sigma$  和孔隙压力  $\mu$  可任意各自变化, 试样尺寸用一套位移传感器 A 和 B 观测。

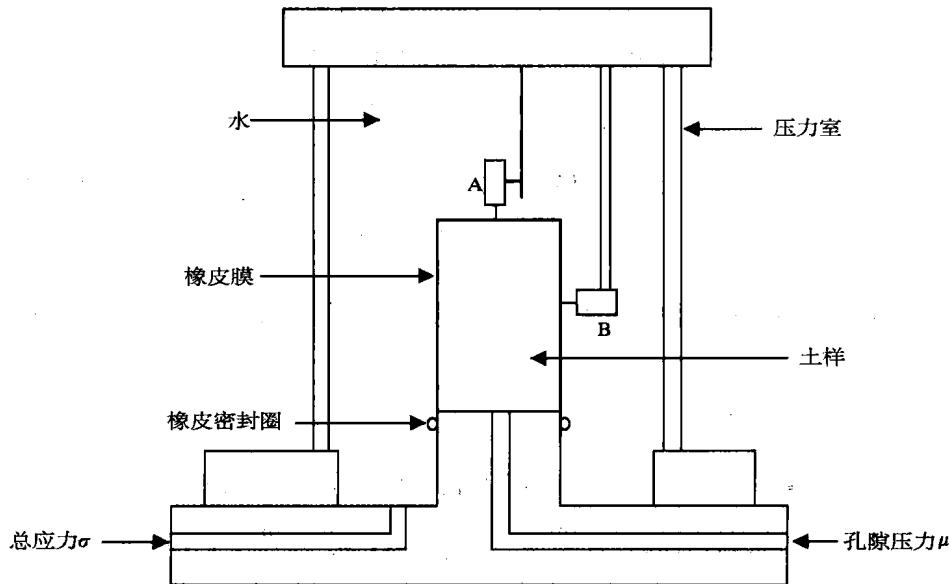


图 2.2 常体积各向等压压缩试验

试验开始, 总应力是  $\sigma=17$  kPa, 孔隙压力是  $\mu=10$  kPa。总应力提高到  $\sigma=1\,000$  kPa, 同

时改变孔隙压力使传感器记录试样位移是零。试计算最终孔隙压力的大小。

既然土没有体应变和形变,有效应力必定保持常数。

$$\text{试验开始时} \quad \sigma' = \sigma - \mu = 17 - 10 = 7 \text{ kPa}$$

$$\text{试验终了时} \quad \sigma' = \sigma - \mu = 1000 - \mu = 7 \text{ kPa}$$

$$\text{因此} \quad \mu = 1000 - 7 = 993 \text{ kPa}$$

**推论 3** 如果仅是孔隙压力提高或降低,土就会膨胀(和变弱)或压缩(和变强)。

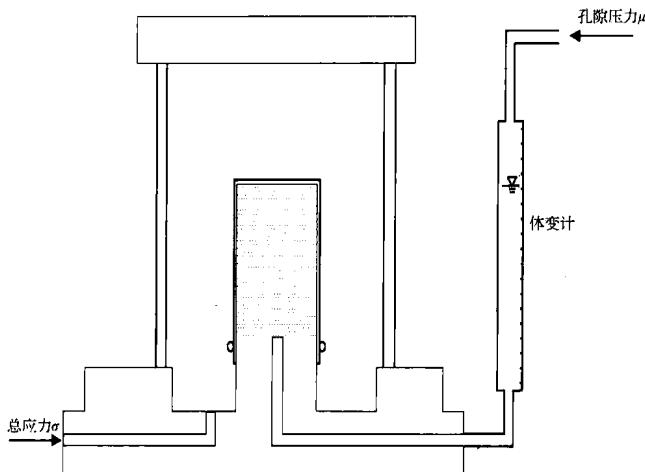


图 2.3 各向等压压缩试验

**例 2.3** 总应力不变,改变孔隙压力所产生的效应。图 2.3 示出一简单试验,仪器设备与例 2.2 所述相似,只是此刻水进入或离开试样的水量均借助刻度管测定。

总应力  $\sigma$  保持恒定,改变孔隙压力  $\mu$ ,观测出试验的体积变化。

$$\text{试验开始时} \quad \sigma = 17 \text{ kPa}, \quad \mu = 10 \text{ kPa}$$

$$\text{因此} \quad \sigma' = 7 \text{ kPa}$$

孔隙压力  $\mu$  升高到 15 kPa,总应力保持不变,量管中水位下降,表明试样体积增大了。

$$\text{试验终了时} \quad \sigma = 17 \text{ kPa}, \quad \mu = 15 \text{ kPa}$$

$$\text{因此} \quad \sigma' = 2 \text{ kPa}$$

有效应力降低,土就会膨胀(即体积增大),其强度也要降低。反之,有效应力增大,土就压缩,强度也增大。

### 2.1.3 有效应力莫尔圆

应力莫尔圆是由莫尔(Mohr)于 1914 年提出的。以正应力( $\sigma$ )和剪应力( $\tau$ )为坐标轴的直角坐标系的圆表示应力状态,其圆心为  $(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0)$ ,半径为  $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ ,与  $\sigma$  轴交于两点,即  $\sigma_1$  与  $\sigma_3$ 。不同的受力状态可由一系列的莫尔圆表示。

### 例 2.4 总应力莫尔圆与有效应力莫尔圆。

在图 2.4 中作用于立方土体各个面上的法向荷重  $F_1 = 441.5 \text{ kN}$ ,  $F_2 = 294.3 \text{ kN}$ , 剪切荷重  $F_3 = F_4 = 98.1 \text{ kN}$ , 孔隙压力为  $\mu = 50 \text{ kPa}$ , 立方土体各边长都是 40 mm。试绘制总应力莫

尔圆与有效应力莫尔圆,求出土内总主应力和主平面方向。

解 定出坐标轴( $x, z$ )如图 2.4 所示,由于考虑到各力的方向,总应力为

$$\sigma_x = \frac{F_2}{A} = 183.9 \text{ kPa}$$

$$\sigma_y = \frac{F_1}{A} = 275.9 \text{ kPa}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{F_3}{A} = 61.3 \text{ kPa}$$

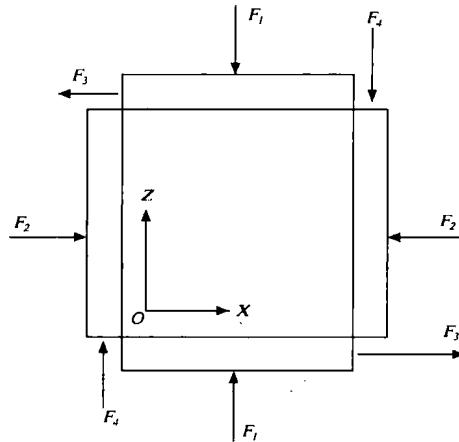


图 2.4 荷载示意图

总应力莫尔圆如图 2.5 所示。作此莫尔圆时,逆时针剪应力  $\tau_{zx}$  绘成正值,而顺时针剪应力画成负值。从图上用比例尺量得,总主应力是  $\sigma_1 = 306 \text{ kPa}$  和  $\sigma_3 = 154 \text{ kPa}$ ,莫尔圆的极点在 P 点,大主平面与  $x$  轴成  $26^\circ$  角度。

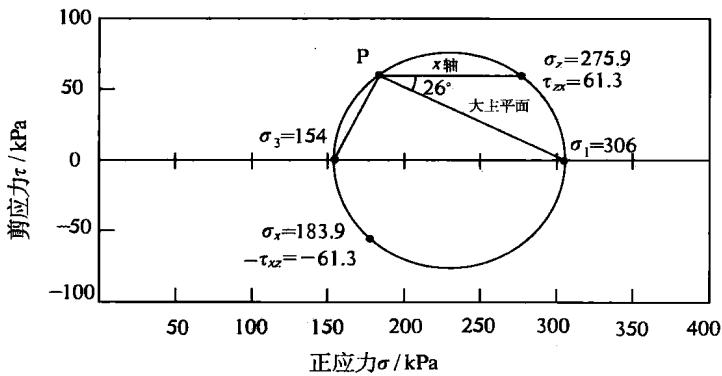


图 2.5 总应力莫尔圆

有效主应力用  $\sigma'_1 = \sigma_1 - \mu$  和  $\sigma'_3 = \sigma_3 - \mu$  表示,因此

$$\sigma'_1 = 256 \text{ kPa}, \quad \sigma'_3 = 104 \text{ kPa}$$

总应力和有效应力莫尔圆示于图 2.6。

有效应力莫尔圆中极点的位置与总应力莫尔圆相同,土中总应力和有效应力两者的主平

面位置也是一致的。

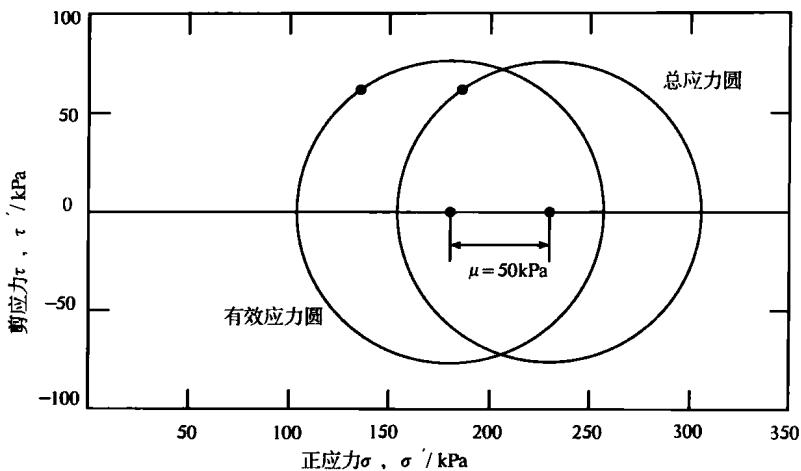


图 2.6 总应力和有效应力莫尔圆

## 2.2 土的应力-应变状态

### 2.2.1 平面应变状态与轴对称状态

$\epsilon_y = 0$  的三维应变状态情况, 通称平面应变状态。长墙下面和长坡后面土所处条件(见图 2.7) 非常接近于平面应变。

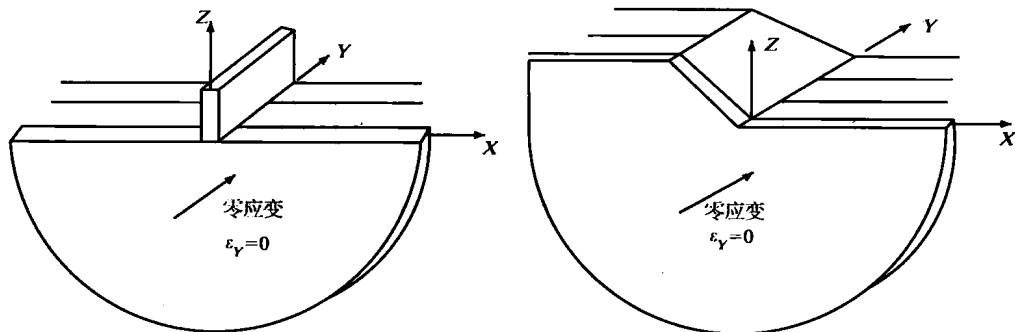


图 2.7 平面应变示例

均质或水平层状地基上的圆形基础均匀加载或中心加载时, 过基础中心的竖向轴就是对称轴。三轴试样、单桩或沉箱基础等都有对称轴。轴对称问题一般选用柱坐标  $r$ (径向),  $Z$ (竖向) 和  $\theta$ (环向)。因为对称,  $\theta$  方向的位移为零,  $r$  和  $Z$  方向的位移和  $\theta$  无关。平面应变状态与轴对称状态是土力学中最常见的应力-应变状态。如图 2.8 所示为轴对称受力示意图。

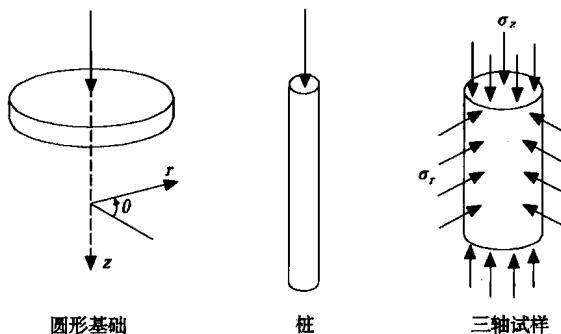


图 2.8 轴对称受力示意图

### 2.2.2 应力与应变路径

如果一种完全弹性材料在弹性范围内加载或卸荷，材料的性状就只取决于初始和最终应力状态，而与加载或卸荷过程中所取的方法无关。但土的性状不仅取决于初始和最终应力状态，而且也与应力和应变状态变化的方式、前期的加载历史有关。

如图 2.9 所示，用三个坐标轴  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_2$  和  $\sigma'_3$  定义一个有效应力空间，在某单元内有效应力的瞬时状态可以在有效应力空间内画成一点，而瞬时有效应力状态的全部点连接而成的线被定义为有效应力路径(Effective Stress Path)。同样用  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_2$  和  $\sigma'_3$  轴定义一个总应力空间绘出总应力路径(Total Stress Path)。把总应力和有效应力坐标轴叠合在一起，总应力路径和有效应力路径就会相隔相当于孔隙压力大小的一段距离。以同样的方式，定义  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  和  $\epsilon_3$  轴，将瞬时应变状态连接成线，绘出应变路径，也能描绘单元内应变状态历史。

如图 2.9 所示有效应力路径代表一种加载顺序，由下面各段组成： $O'A'$  表示  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  从零开始等值地增大； $A'B'$  表示  $\sigma_1$  增大， $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  保持常数； $B'C'$  表示  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  增大， $\sigma_1$  保持常数。

如图 2.9 所示三维应力路径的方法相当麻烦，这种路径既不容易观察，也不便于使用。在各种不同情况下可以选择不同的坐标系以得到单元加载历史的更简单的图像。

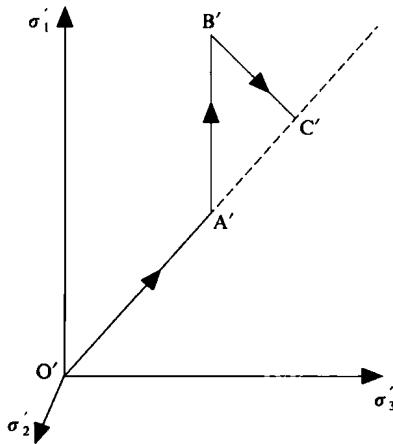


图 2.9 三维有效应力空间的应力路径