

初 级 中 学
几 何 第 二 册
教 学 参 考 书

人 民 教 育 出 版 社

本书由我社组织编写。参加编写的有北京教育学院宣武分院等单位的姜乃中、祖希纲、杨振英和北京市西城区教育局科研室等单位的李振纯、于宗英、凌为淑、欧阳东方，以及我社数学室的李慧君、鲍珑、许曼阁等同志，在编写过程中得到刘连坤同志的协助。全书由孙福元同志校订。

目 录

第六章 相似形	1
I 教学要求	1
II 教材分析和教学建议	1
一 比例线段	7
二 相似三角形	16
*三 位似图形	26
小结	31
III 习题的答案、提示和解答	32
第七章 圆	62
I 教学要求	62
II 教材分析和教学建议	62
一 圆的有关性质	68
二 直线和圆的位置关系	85
三 圆和圆的位置关系	95
四 正多边形和圆	99
五 点的轨迹	108
小结	115
III 习题的答案、提示和解答	115
*第八章 视图	145
I 教学要求	145
II 教材分析与教学建议	145
III 习题的答案、提示和解答	152

第六章 相似形

I 教学要求

1. 使学生掌握比例的有关性质,并能熟练地进行比例的变形.

2. 使学生理解比例线段的概念,掌握平行线分线段成比例定理、逆定理、推论、三角形角平分线性质及其应用.

3. 使学生理解相似形的概念,熟练掌握相似三角形的判定与性质,掌握相似多边形的性质.

4. 使学生了解位似的概念及应用位似进行测量的原理.

5. 通过相似形一章的学习,使学生了解利用类比的思想去探索、发现新问题的方法,初步培养学生发现问题和研究问题的习惯以及分析问题的能力.

II 教材分析和教学建议

本章教材是比例、比例线段及相似三角形的判定与性质,相似多边形的性质及其应用等内容.

第一大节先讲比例及其性质,然后引入线段的比及比例线段,再讲平行线分线段成比例定理及其他有关定理.

比例在代数中没有讲过,在小学数学中初步讲过它的概念.因为比例线段是相似形的基础知识,它又和数的比与比例有关,为了使学生更好地掌握比例的性质,降低学习的难度,教材中先讲了数的比例性质.教学中要让学生在学相

似形一大节之前,掌握好比例的基本定理与比例的性质,能比较灵活地进行比例变形.作为比例线段的例子,我们介绍了黄金分割的概念.黄金分割用途较多,但它的应用问题比较复杂,远远超出几何的范围,这里还不能多向学生介绍,只要要求学生了解它的含义就够了,在下一章讲正十边形、五角星的作图时,再要求学生明确这个概念的用途.平行线分线段成比例定理、逆定理及推论是相似理论的基础,务必让学生掌握这些定理,知道如何运用.解题中,用辅助平行线转移比例的方法是一种常用的方法,应当让学生掌握.如三角形内、外角平分线性质的证明,就使用了这种方法.由于直接由平行线得出一些比例线段,比通过相似形得出比例线段更为方便,也容易掌握,教材将有关定理集中到这一节讲授,这样既便于学生接受,又可以在讲授相似三角形之前集中一些时间对学生进行训练.

本节内容既为讲相似形作准备,又是一个独立的内容.有些问题仅用本节的一些定理就可解决,而且比较简便,因此在本节的教学中不仅要让学生熟悉本节的内容,而且应使学生学会用它来解决有关问题.

第二大节是本章的重点,而其中又以相似三角形的判定与性质为重点.本节教材采取由特殊到一般的做法,先讲相似三角形,然后再推广到相似多边形.这是由于学生对全等三角形的判定与性质比较熟悉,相似三角形的判定与性质和全等三角形的判定与性质又有类似之处,所以先讲相似三角形比较容易掌握.另一方面,相似多边形的内容又是以相似三角形的内容为基础的,教材这样安排可以突出相似三角形这

一重点.

由于全等三角形是相似三角形的特殊情况，相似三角形的判定、性质都可以用类比的方法从全等三角形的判定、性质引出。这样突出了全等与相似的关系，又可使学生感到相似形不是完全陌生的内容，从而可降低教学的难度。本大节的难点是证题的思想方法（如第 6.8 节例 3 中中间比的方法）不容易掌握，这也是本章的难点之一。教学中要注意这些方法的讲解，还可借鉴全等三角形中用过的一些方法启发学生。例如，可以利用证明两条线段都和第三条线段相等，从而得到这两条线段相等的思想，引导学生去考虑利用中间比的方法。并要注意启发学生随时总结证题的方法，把被动的模仿转化为自觉地运用。

考虑到相似多边形判定定理的实用价值不大，课本中的相似多边形部分没有列入这个内容。相似多边形的性质则突出了对应对角线的比等于相似比、对应三角形相似等性质。这些性质使用起来比较方便、灵活，学生也不难掌握。

第三大节位似图形是选学内容。但位似是几何中的一种重要变换，有广泛的实用价值。有条件的学校应尽可能选学这部分内容。

本章的难点是平行线分线段成比例定理和逆定理的应用，以及有关相似三角形问题的证题的思想方法；重点是相似三角形的概念和判定。

平行线分线段成比例定理的引入和三角形相似的判定定理的引入，都采用了类比思想。在研究、探索某些问题时，类比法是一种重要的思考方法。它是根据两个对象某些属性类

似，推出它们的其他属性也可能类似的间接推理。这种推理是一种或然性推理，它的真实性还有待于证明，类比法的这一特点应向学生交待清楚。

在编写本章教材时，根据降低难度、易教易学、加强能力培养等要求，结合本章内容的特点，注意了以下几点：

1. 相似形的内容，一方面是前面的直线形的继续；另一方面，又是几何中由保距变换阶段进入到保角变换阶段，表现在线段的关系上是由相等转入到成比例。虽然在学生已有知识的基础上，新的几何知识的难度并不大，但从学生的认识上来讲却是一个飞跃，由全等到相似的飞跃，也就是由保距变换到保角变换的飞跃。学生开始学习相似形时要有个认识上的适应过程。为了解决这一困难，教材采用了比例——比例线段——相似三角形——相似多边形这样一个由浅入深，减缓坡度，分散难点，逐步展开教材内容的做法。在“比例”一节中，只讲数的比，暂时不与线段发生联系，在学习“比例线段”时，也暂不与相似形联系，而在讲相似形时，又是从最简单最基本的相似三角形讲起，然后再讲相似多边形和位似形。这样使得每一阶段的内容相对独立，方法也比较单一，有助于学生较好地掌握每一阶段的内容。同时，教材也注意了各部分知识之间的联系，使得每一个阶段的知识都是以前一阶段为基础，同时为下一阶段的学习作准备。例如，在“比例线段”一大节中，安排了一个例题(黑体)“平行于三角形一边，并且和其他两边相交的直线，所截得的三角形的三边与原三角形三边对应成比例”，这既是比例线段的应用，又为学习相似三角形作了准备。

2. 常用的证明方法与技巧是本章教学的难点之一。教材突出了某些方法的教学,并采取逐步渗透,不断加深、提高的做法,将这些方法分散于各节之中,主要有以下几种方法与技巧:

(1) 利用辅助线转移比例的方法。主要在三角形内、外角平分线性质定理处讲授。在平行线分线段成比例定理一节中的例2,是这种方法的渗透。

(2) 证明相似三角形的判定定理时,用移动三角形的方法,这种方法实际是找位似形的办法。由于位似形是选学内容,所以不能提出过高要求。课本中给出的两个判定定理的证明用了两种方法,一是用先作全等三角形再证平行,一是先作平行线再证三角形全等。要求学生掌握这种方法。

(3) 由比例或等积式找相似三角形,是有关相似形问题中比较困难的技巧问题,又是证题的关键步骤。课本在相似三角形判定一节例2的分析中,介绍了分析的方法和思路,在教学中要注意经常进行这种分析,让学生注意思路和思考方法。

(4) 利用中间比的方法在相似三角形性质一节例3中讲授。这种证明方法是比较困难的,关键在找过渡的相似三角形。这种方法不应要求过高,只要求学会做一些不添加辅助线即可完成的题。对于较好的学生也只要求到仅添加较明显的辅助线的题。

(5) 利用位似图形作图的方法是有实用价值的方法,安排在位似形一节中讲授。有条件的学校应尽可能地给学生介绍这一内容。

(6) 双箭头在本章开始使用。在比例线段大节内是学生学习使用的阶段；在相似三角形大节的前一阶段要进行集中训练，对于简单的题可要求学生使用，使学生基本上掌握这一证明格式。用双箭头的证明格式对于培养学生的逻辑思维能力和培养学生用符号来表达与记忆定理是有利的。解题过程中可以使用这种格式，也可以不使用这种格式，也可以双箭头格式与传统格式混用。

(7) 教材中注意了一些常用的思考问题的方法的教学和训练。例如，采用类比思想来引入新的内容和增加了探索性习题。以前的几何证明题大都是让学生去证明一个已知题设、结论的真命题的正确性，探索性题则是仅知命题的题设(或结论)让学生去找出结论(或题设)，再去证明命题的正确性。在课本中相似三角形判定一节中安排了一个例题。类比法和探索性习题都是为了培养学生研究、发现问题的习惯和教给学生探索问题的方法。不过现在仅作为一种训练学生的手段，还不要求所有学生都具有这种能力。

第二册的教学中，仍应注意教参中提出的教学要求，不要提高难度。本册课本关于习题的难度规定，与第一册基本相同，作业一般不要超过习题的难度。当全等三角形与相似三角形混用时，一般不超过三次；仅用相似三角形不超过两次。由于作图题的证明在书写上不同于一般证明题，所以本册课本的作图题一律不要求学生写证明过程。

本章教学时间约需34课时，具体分配如下(供参考)：

6.1 比例	3 课时
6.2 比例线段	3 课时

6.3	平行线分线段成比例定理	3 课时
6.4	三角形一边的平行线的判定	2 课时
6.5	三角形角平分线的性质	2 课时
6.6	相似三角形	2 课时
6.7	三角形相似的判定	3 课时
6.8	相似三角形的性质	3 课时
6.9	直角三角形中成比例线段	3 课时
6.10	相似多边形	3 课时
*6.11	位似形	3 课时
*6.12	用小平板仪测绘平面图形	2 课时
	小结	2 课时

(各阶段的复习与课堂练习时间包括在各节课时之内。)

一 比例线段

6.1 比例

1. 本节的内容是比例、比例的有关概念和性质。重点是比例的基本定理和等比定理。这一节是代数内容，是为讲相似形作准备的。比例的性质不仅在几何中是研究比例线段、相似形的依据，而且在代数和三角中，都有广泛的应用。因此，一定要让学生掌握这些内容。

2. 在讲比例的有关概念：比例外项、比例内项、第四比例项、比例中项时，应指出，这些概念都是根据数在比例中的位置定义的。

3. 可通过复习在小学学过的比例的基本性质，引出比例

的性质定理。在讲比例的基本定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ 时，要注意以下几点：

(1) 我们所研究的比例中的字母都不等于零，这是为了变形时方便一些，实际上，比例中第一、三项可以同时为零；

(2) 要说明符号“ \Leftrightarrow ”的意义和读法；

(3) 这个公式表明，比例和等积式可以互化。由比例 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 化为等积式，根据“内项积等于外项积”可写成 $ad = bc$ 这种形式；而由等积式 $ad = bc$ 化为比例时，用一个积里的两个数作内项，另一个积里的两个数作外项，可写出如下的八种形式：

$$\begin{aligned} & \text{(i)} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}; & \text{(ii)} \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}; & \text{(iii)} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}; \\ & \text{(iv)} \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}; & \text{(v)} \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}; & \text{(vi)} \quad \frac{b}{d} = \frac{a}{c}; \\ & \text{(vii)} \quad \frac{c}{a} = \frac{d}{b}; & \text{(viii)} \quad \frac{c}{d} = \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

运用比例与等积式的互化，可把比例由一种形式变形成另一种形式。方法是：先把比例化为等积式，再把等积式化成所需要的比例。从这八个比例可以看出：在比例中，可以单独交换外项（或内项），也可以同时交换外项和内项，还可以同时交换每个比的前项和后项。比例的变形在以后有关比例线段的论证或计算时经常要用到，应让学生熟练地掌握。在检查所作的比例变形是否正确时，可还原成 $ad = bc$ ，看与原式所得等积式是否相同。

(4) b 是 a 和 c 的比例中项时，常有以下三种表示形式：

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \text{ (或 } a:b = b:c\text{); } b^2 = ac; b = \sqrt{ac}.$$

4. 合比性质 $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$ 中的减号, 实际上可以去掉, 因为 $\frac{b}{d} = \frac{-b}{-d}$. 但考虑到用于成比例线段时, 有减号比较方便, 所以仍保留了减号.

5. 等比性质的证明, 可以这样引导: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n}$, 各个比都相等, 就是说, 各个比的前项对于它的后项都有同样的倍数关系, 而要证明的结论: $\frac{a+c+\dots+m}{b+d+\dots+n} = \frac{a}{b}$, 是所有前项的和对于所有后项的和也有相同的倍数关系. 在证明时, 可设等比的比值为 k , 得 $a = kb, c = kd, \dots, m = kn$, 代换后即可得出结论.

6. 指出证明合比性质与等比性质的方法是两种不同的方法, 证明等比性质的方法是较为一般的方法.

7. 例 2 中假设了 $b \pm d \neq 0$. 由于 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 所以同时存在 $a \pm c \neq 0$. 这一点应让学生明确, 以加深学生对比例性质的理解.

8. 合比性质实际上可以由等比性质推出, 推论如下:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{c \pm d} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}.$$

而且等比性质的应用也比较广泛, 所以本节的重点是比例的基本性质和等比性质.

9. 比例变形应让学生多作练习, 以逐步达到熟练. 在熟

练之后，变形的推理步骤(包括运用合比性质、等比性质的步骤)可以省略。

10. 本节练习第5题是由已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{5}{7}$ 推出 $\frac{2a}{2b} = \frac{-c}{-d} = \frac{7e}{7f} = \frac{5}{7}$ ，这里用到比的前后项同乘不为零的数时，比值不变这一性质，应当要求学生掌握。但要防止学生出现 $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c}$ 的错误。

在回答练习第6题(1)时，要提醒学生注意字母的取值范围。当 $a \neq 0$ 或 $a \neq b$ 时， $\frac{a}{b} \neq \frac{a^2}{b^2}$ 。这样可以加深学生对比的性质的认识。

6.2 比例线段

1. 本节内容是两条线段的比、比例线段。重点是比例线段。这两个概念是比较抽象的，学生在理解和应用这些概念时，会有一些的困难。在教学时，要强调线段的比就是它们长度的比，不要从量数的概念去讲，以免增加难度。

2. 在讲两条线段的比这个概念时，要注意以下几点：

(1) 两条线段的比，是线段长度的比，要强调长度是一个正数，两条线段的比值是一个正实数；

(2) 要强调两条线段的长度是“在同一单位下”的长度。再由实例说明两条线段的比与所采用的长度单位无关。下面的证明供教师参考，不必讲给学生。

设有线段 AB 和 CD ，以 u 为长度单位分别去量 AB 、 CD 得长度依次是 m 、 n ，则 $AB = mu$ ， $CD = nu$ ， $AB : CD = mu : nu$

$=m:n$. 再以 v 为长度单位去量 u , 得长度是 p , 即 $u=pv$, 那么 $AB=mpv$, $CD=npv$, $AB:CD=mpv:npv=m:n$. 这就证明了不论用 u 或 v 作长度单位, 都有 $AB:CD=m:n$;

(3) 比有顺序性, $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{b}{a}$ 是不同的, 它们互为倒数关系.

但当 $a=b$ 时, $\frac{a}{b}=\frac{b}{a}=1$, 两个比相等; 反过来, 当 $\frac{a}{b}=1$ 时, 可得 $a=b$, 在证题时常用这个结论.

3. 比例的有关性质对于比例线段完全适用.

4. 本节例 2 通过求线段 AC 的长引出线段的黄金分割这个概念, 然后给出利用直尺、圆规把一条线段黄金分割的方法. 黄金分割的方法有实用价值, 应用 0.618 进行优选的方法就是一例. 由于在后面正十边形作图中要应用黄金分割, 还要进一步学习, 在这里只要求学生明确黄金分割的概念并会把线段黄金分割就行了.

5. 在习题十九中, 第 3(1) 题, 由 $mn=pq$ 可写出 8 种比例, 但只要求学生写出一种; (2)、(3) 题也仅要求写出一种比例.

第 12 题求证 b 是 a, c 的比例中项, 需证明 $b^2=ac$. 这里需要分别求出 b^2 和 ac 的值. 可根据情况, 适当复习有关的根式运算.

第 11 题中, $DE \parallel BC$, $AH \perp BC$ 都是多余的条件, 这是为了让学生在条件中找出有用的条件进行运算, 以测试学生对比例变形是否熟练, 一般不作要求.

第 13 题是下一节平行线分线段成比例定理的几种比例变形. 要求学生能熟悉这些变形.

6.3 平行线分线段成比例定理

1. 本节内容是平行线分线段成比例定理及其推论。这个定理是研究相似形的重要、最基本的理论。把这个定理运用于三角形就得到它的重要推论“平行于三角形一边的直线截其他两边，所得线段对应成比例”。在第6.4、第6.5节中，就是用这个推论导出了三个重要定理。

平行线分线段成比例定理一方面可以直接判定线段成比例，另一方面，当不能直接证明要证的比例成立时，常利用这个定理把两条线段的比“转移”成另两条线段的比。

由此可知平行线分线段成比例定理在理论上占有重要的地位。它是全章的重点之一，要求学生能在理解的基础上掌握和运用它。

2. 这个定理是采用类比的方法由平行线等分线段引入的。类比是研究问题时很重要的一种方法，这是第一次出现，要使学生了解怎样运用类比去找出新的命题，明确运用类比的方法找出的新命题还需要证明它是否正确。

教材中把 $\frac{AB}{BC}$ 的值分为三种情况：(1) $\frac{AB}{BC}$ 的值是整数；(2) $\frac{AB}{BC}$ 的值是分数（课本是以十分之几为代表，实际上适用于其他分数）；(3) $\frac{AB}{BC}$ 的值是无理数，所得出的共同结论是 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ，然后利用合比性质又得出 $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$ 。为了适应学生的接受能力，课本中对这个定理只是说明，让学生承认就可以了，而没有严格证明。这个说明也是为学生逐步了解极限的思想，作些渗透工作。

这个定理的推论是把定理应用在三角形上，并把结论推广到对应线段成比例的情况。这个推论是判定三角形相似的理论基础，应通过各种变式图形来进行练习、巩固，使学生熟练地掌握。

在使用这个定理及推论的时候，应特别注意对应的问题。为了使学生加深对“对应”的含义的理解，掌握好对应关系，教学中可让学生结合图形来加深印象，还可使用一些简单的形象化的语言。例如，图6-1中，如果 $DE \parallel BC$ ，那么 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ，可说成是“上比下等于上比下”； $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，可说成是“上比全等于上比全”。上面的例子是同一个比中的两条线段是在同一直线上，如果同一比中的两条线段不在同一直线上，也可能是“左比右等于左比右”等。使用这种形象化语言，不仅能够按照要求准确而迅速地写出比例式，而且也容易检查比例式写得是否正确。

3. 例1是第四比例项的作图，这是基本作图题。求作一条线段，使它与三条已知线段成比例时，为了使作图方便，往往将所求作的线段作为第四比例项。可以让学生考虑：如果将所求作的线段放在其它位置上，是否可以作图？

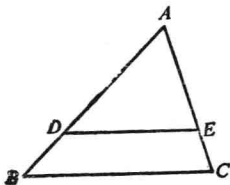


图 6-1

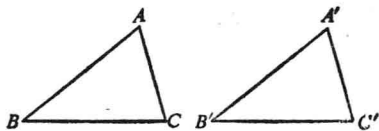


图 6-2

例 2 是给出了平行条件要证明四条线段成比例. 此题的证明使用了“ \Rightarrow ”这种推理格式. “ \Rightarrow ”是逻辑学里的符号, 读作“推出”. “ $A \Rightarrow B$ ”表示“从 A 推出 B ”、“如果有 A , 那么有 B ”、“由 A 可得 B ”等相同的意义.

使用符号“ \Rightarrow ”的优越性是: 使证明过程简单明瞭、条理清楚、层次分明、逻辑性强, 有利于培养学生的逻辑思维能力, 也利于学生掌握定理的实质, 尤其有利于训练学生用准确的符号语言表达定理的题设和结论.

使用“ \Rightarrow ”这种推理格式, 要注意以下几点:

(1) 每一次推理都要把命题的题设中的全部条件逐个分几行并列写出, 并用大括号括在一起; 同样, 同一题设推出的几条结论也要逐个分几行并列书写, 并用大括号括在一起. 对某些新学的定理, 教学时如认为有必要让学生抄写, 也可以在双箭头的上方标上①、②等记号, 在做完题后再抄写定理. 例如, 如图 6-2,

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ BC = B'C' \\ CA = C'A' \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{①} \\ \Rightarrow \end{array} \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \angle A = \angle A', \\ \angle B = \angle B', \\ \angle C = \angle C'. \end{array} \right.$$

① 边、边、边定理.

(2) 在证明过程较长需要另起一行时, 一般应把“ \Rightarrow ”符号放在结论的前面, 为了避免发生误解, 也可以在上、下两行都写出“ \Rightarrow ”符号.

(3) 有些问题的证明比较复杂, 可以分成几段来写. 以后再用到这些中间结论时, 只要重新抄写下来就可以了. 例如第 6.10 节例 2.