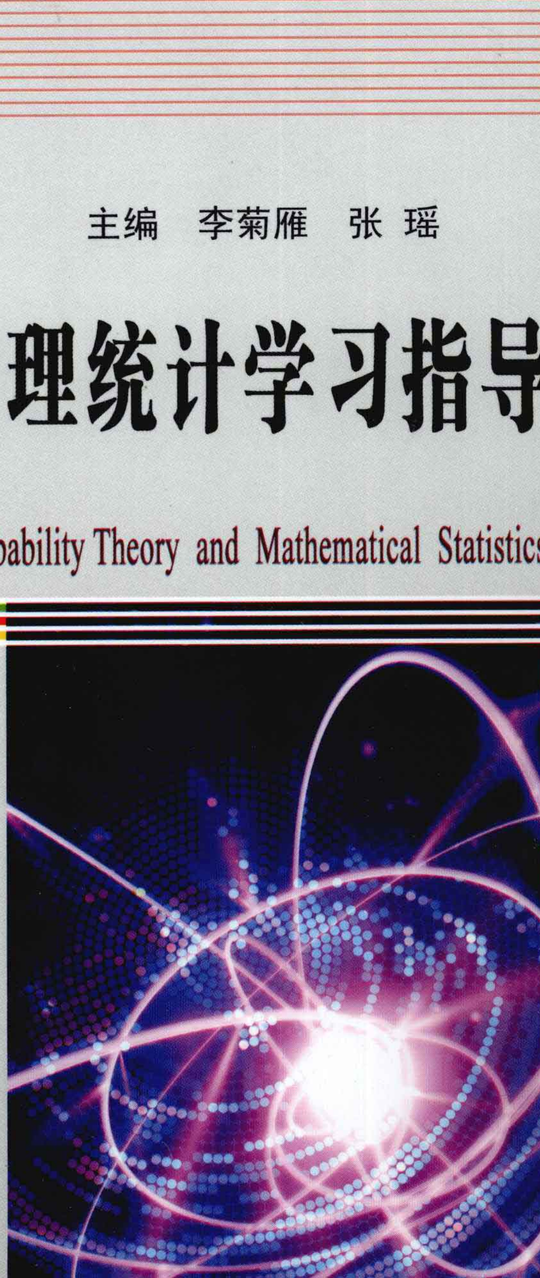
应用型本科院校“十二五”规划教材/数学

主编 李菊雁 张瑶

概率论与数理统计学习指导

A Guide to the Study of Probability Theory and Mathematical Statistics



- 适用面广
- 应用性强
- 促进教学
- 面向就业

哈爾濱工業大學出版社

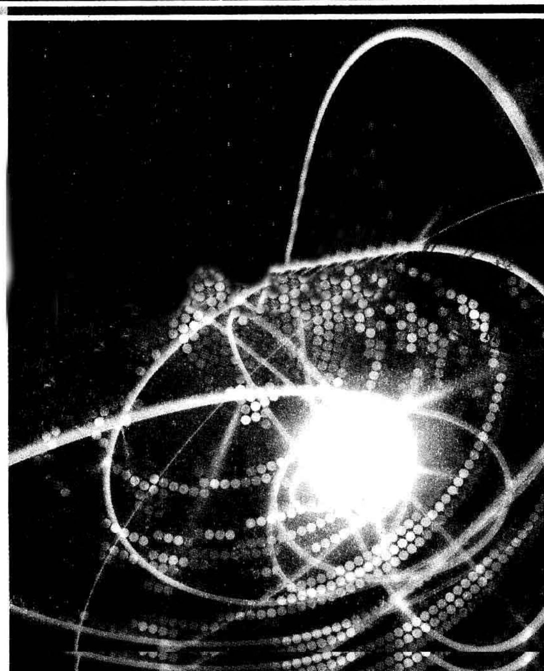
应用型本科院校“十二五”规划教材/数学

主　编　李菊雁　张　瑶

副主编　张冬冬

概率论与数理统计学习指导

A Guide to the Study of Probability Theory and Mathematical Statistics



哈爾濱工業大學出版社

内容简介

本书是与朱志范主编的《概率论与数理统计》配套使用的参考书，本书与教材同样分为8章，每章包括：考试要求，基本内容小结，典型例题与例题分析，习题，教材习题答案。并在本书最后给出习题的参考答案。

本书可作为应用型本科院校各有关专业概率论与数理统计课程的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计学习指导/李菊雁，张瑶主编.
—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2012.8
应用型本科院校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5603-3704-3

Ⅰ.①概… Ⅱ.①李… ②张… Ⅲ.①概率论-高等学校-教学参考资料 ②数理统计-高等学校-教学参考资料
Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第167406号

策划编辑 赵文斌 杜 燕
责任编辑 王勇钢
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 黑龙江省委党校印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张11.75 字数268千字
版 次 2012年8月第1版 2012年8月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-3704-3
定 价 21.80元

(如因印装质量问题影响阅读，我社负责调换)

《应用型本科院校“十二五”规划教材》编委会

序

哈尔滨工业大学出版社策划的《应用型本科院校"十二五"规划教材》即将付梓,诚可贺也。

该系列教材卷帙浩繁,凡百余种,涉及众多学科门类,定位准确,内容新颖,体系完整,实用性强,突出实践能力培养。不仅便于教师教学和学生学习,而且满足就业市场对应用型人才的迫切需求。

应用型本科院校的人才培养目标是面对现代社会生产、建设、管理、服务等一线岗位,培养能直接从事实际工作、解决具体问题、维持工作有效运行的高等应用型人才。应用型本科与研究型本科和高职高专院校在人才培养上有着明显的区别,其培养的人才特征是:①就业导向与社会需求高度吻合;②扎实的理论基础和过硬的实践能力紧密结合;③具备良好的人文素质和科学技术素质;④富于面对职业应用的创新精神。因此,应用型本科院校只有着力培养"进入角色快、业务水平高、动手能力强、综合素质好"的人才,才能在激烈的就业市场竞争中站稳脚跟。

目前国内应用型本科院校所采用的教材往往只是对理论性较强的本科院校教材的简单删减,针对性、应用性不够突出,因材施教的目的难以达到。因此亟须既有一定的理论深度又注重实践能力培养的系列教材,以满足应用型本科院校教学目标、培养方向和办学特色的需要。

哈尔滨工业大学出版社出版的《应用型本科院校"十二五"规划教材》,在选题设计思路上认真贯彻教育部关于培养适应地方、区域经济和社会发展需要的"本科应用型高级专门人才"精神,根据黑龙江省委书记吉炳轩同志提出的关于加强应用型本科院校建设的意见,在应用型本科试点院校成功经验总结的基础上,特邀请黑龙江省9所知名的应用型本科院校的专家、学者联合编写。

本系列教材突出与办学定位、教学目标的一致性和适应性,既严格遵照学科体系的知识构成和教材编写的一般规律,又针对应用型本科人才培养目标

及与之相适应的教学特点，精心设计写作体例，科学安排知识内容，围绕应用讲授理论，做到“基础知识够用、实践技能实用、专业理论管用”。同时注意适当融入新理论、新技术、新工艺、新成果，并且制作了与本书配套的PPT多媒体教学课件，形成立体化教材，供教师参考使用。

《应用型本科院校“十二五”规划教材》的编辑出版，是适应“科教兴国”战略对复合型、应用型人才的需求，是推动相对滞后的应用型本科院校教材建设的一种有益尝试，在应用型创新人才培养方面是一件具有开创意义的工作，为应用型人才的培养提供了及时、可靠、坚实的保证。

希望本系列教材在使用过程中，通过编者、作者和读者的共同努力，厚积薄发、推陈出新、细上加细、精益求精，不断丰富、不断完善、不断创新，力争成为同类教材中的精品。

黑龙江省教育厅厅长

前　　言

本书是与朱志范主编的《概率论与数理统计》配套使用的参考书。鉴于初学者在学习概率论与数理统计时大多会觉得不太易学，本书除在每章都给出了教材相应的习题参考答案外，还力求做到：

(1)自学目标明确，每章给出考试要求，易于学生自学。

(2)内容丰富，每章都有基本内容小结。

(3)由浅入深，例题及习题都给出较为详细的答案，在解答中帮助学生掌握解题方法。

本学习指导共 8 章，第 1 章、第 5 章、第 7 章由张瑶执笔，第 3 章、第 4 章、第 6 章由李菊雁执笔，第 2 章、第 8 章由张冬冬执笔。最后由李菊雁统稿整理。

本书的出版得到了哈尔滨石油学院及数学教研室有关领导和广大同仁的支持，在此深表谢意，由于编者水平有限，书中疏漏及不足之处，敬请读者批评指正。

编　者

2012 年 6 月

目　　录

第1章 随机事件及其概率

一、考试要求

1. 了解随机试验,理解样本空间、随机事件的概念,掌握事件的关系与运算.

2. 理解概率、条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会计算古典概型和几何概型,掌握概率的加法公式、减法公式和乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式.

3. 理解事件独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算,理解伯努利概型.

二、常用公式

1. 古典概型

$$P(A)=\frac{A\text{ 包含的基本事件}}{\text{基本事件}}$$

2. 几何概型

$$P(A)=\frac{A\text{ 的几何度量}}{\text{必然事件的几何度量}}$$

3. 加法公式

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$

4. 减法公式

$$P(A-B)=P(A)-P(AB)$$

5. 乘法公式

$$P(AB)=P(A)P(B|A)=P(B)P(A|B)\quad (P(A)>0,P(B)>0)$$

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)$$

6. 全概率公式　$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为一完备事件组,$\forall B$ 则

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+\cdots+P(A_n)P(B|A_n)$$

7. 贝叶斯公式　$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 为一完备事件组,$P(A_i)>0,i=1,\cdots,n,P(B)>0$,则

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)}$$

8.事件独立性

(1) 如果 $P(AB)=P(A)P(B)$,称 A,B 独立.

①A,B 独立 $\Rightarrow A$ 与 $\bar{B}$,$\bar{A}$ 与 B,$\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 独立;

② 若 $P(A|B)=P(A)\Rightarrow A,B$独立;

③ 不可能事件 $\varnothing$ 与任何事件独立;

④ 必然事件 Ω 与任何事件独立.

(2) 对于三个事件 A,B,C,若下列三个等式同时成立

$$P(AB)=P(A)P(B)$$
$$P(AC)=P(A)P(C)$$
$$P(BC)=P(B)P(C)$$

则称 A,B,C 两两相互独立.

(3) 对三个事件 A,B,C,若 A,B,C 两两相互独立,且 $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)$,称 A,B,C 相互独立.

9.伯努利概型

设事件 A 每次试验出现的概率都是 P,n 次独立试验中,事件 A 恰好发生 k 次的概率为

$$C_n^k P^k(1-P)^{n-k} \quad k=0,1,2,\cdots,n$$

三、例题

1.事件的运算及关系

例 1 化简下列各式:

(1)$A\cup B-A$;

(2)$(A\cup B)(A\cup\bar{B})$.

解 (1)$A\cup B-A=(A+B)-A=(A+B)\bar{A}=A\bar{A}+B\bar{A}=B\bar{A}$;

(2)$(A\cup B)(A\cup\bar{B})=A+A\bar{B}+BA+B\bar{B}=A+A(\bar{B}+B)=A+A=A$.

例 2 设 A,B 为事件,下列各事件表示什么意思?

(1)$\bar{A}\cup\bar{B}$;(2)$\bar{A}B$;(3)$\bar{A}\bar{B}$.

解 (1)$\bar{A}\cup\bar{B}=\overline{AB}$,表示 A,B 不同时发生或 A,B 至少有一个不发生;

(2)$\bar{A}B$,表示 A 不发生而 B 发生;

(3)$\bar{A}\bar{B}$,表示 A,B 都不发生.

例 3 设 A,B,C 表示三个随机事件,将下列事件表示出来.

(1)A 发生,B,C 不发生;

(2) 三个事件都发生;

(3) 三个事件至少有一个发生;

(4) 三个事件至少有两个发生;

(5) 三个事件都不发生;

(6) 不多于一个事件发生；

(7) 不多于两个事件发生；

(8) 恰有一个事件发生.

解　(1)$A\bar{B}\bar{C}$；(2)ABC；(3)$A+B+C$；(4)$AB+AC+BC$；(5)$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$；

(6)$\bar{A}\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$；

(7) $\overline{ABC}$ 或 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+AB\bar{C}+A\bar{B}C+\bar{A}BC$；

(8)$A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$.

例 4　以 A 表示事件“甲产品畅销，乙产品滞销”，则 $\bar{A}$ 为________.

解　A——“甲畅销，乙滞销”，B——“甲畅销”，C——“乙滞销”.

$A=BC$，$\bar{A}=\overline{BC}=\bar{B}+\bar{C}$—— 甲滞销或乙畅销.

2. 概率的计算

(Ⅰ) 古典概型

例 1　有 r 个球，随机地放在 n 个盒子中($r\leqslant n$)，试求下列各事件的概率：

(1)A_1——“某指定的 r 个盒中各有一球”；

(2)A_2——“恰有 r 个盒，其中各有一球”；

(3)A_3——“某指定的一个盒子，恰有 k 个球”.

解　(1)r 个球放入 n 个盒子里的方法共有 n^r 种，而 r 个球在指定的 r 个盒中各放一个，共有 $r!$ 种放法，所以 $P(A_1)=\dfrac{r!}{n^r}$.

(2) 由于在 n 个盒中选出 r 个盒的选法有 C_n^r 个，所以 $P(A_2)=\dfrac{C_n^r\cdot r!}{n^r}$.

(3) 由于在 r 个球中选出 k 个球，有 C_r^k 种，而其余的 $r-k$ 个球，任意放入 $n-1$ 个盒子中，有$(n-1)^{r-k}$ 种，所以 $P(A_3)=\dfrac{C_r^k\,(n-1)^{r-k}}{n^r}$.

例 2　将 3 封信随机地投入 4 个空邮筒中，试求邮筒中的信的最大数量分别为 1,2,3 封的概率.

解　A_i—— 邮筒中信的最大数量为 i 封信，得

$$P(A_1)=\frac{C_4^3\cdot A_3^3}{4^3}=\frac{4\times3\times2\times1}{4^3}=\frac{3}{8}$$

$$P(A_2)=\frac{C_4^1\cdot C_3^2\cdot C_3^1}{4^3}=\frac{9}{16}$$

$$P(A_3)=\frac{C_4^1}{4^3}=\frac{1}{16}$$

例 3　10 把钥匙，其中有 2 把能打开此门，从中任取 2 把，问能打开此门的概率.

解　A——“取 2 把开此门”，得

$$P(A)=\frac{C_2^2+C_2^1\cdot C_8^1}{C_{10}^2}=\frac{17}{45}$$

例 4 （抽签问题）盒中有 a 个红球，b 个白球，每人取一球不放回，问第 k 个人($1 \leqslant k \leqslant a+b$) 抽到红球的概率.

解 $a+b$ 个球的一个全排列$(a+b)!$.

我们先安排第 k 个人，让他抽到一个红球，有 C_a^1 种方法，其余的 $a+b-1$ 个球，随意安排在 $a+b-1$ 个位置上，共有$(a+b-1)!$.

A_k——"第 k 个抽到红球"，得

$$P(A_k)=\frac{C_a^1(a+b-1)!}{(a+b)!}=\frac{a}{a+b}$$

注：抽签问题与顺序无关!

例 5 哈尔滨石油学院某班有 10 名学生是 1990 年出生的，试求下列事件的概率：

(1) 至少有 2 人生日相同；

(2) 至少有 1 人在十月一日过生日.

解 (1) 每人的生日都可能是 365 天的任何一天，故有 365 种，所以 10 人的生日共有 365^{10} 种.

A——"至少有 2 人生日相同"，得

$$P(A)=1-P(\bar{A})=1-\frac{365\times 364\times\cdots\times(365-9)}{365^{10}}=$$

$$1-(1-\frac{1}{365})(1-\frac{2}{365})\cdots(1-\frac{9}{365})\approx$$

$$1-(1-\frac{1+2+\cdots+9}{365})=\frac{45}{365}\approx 0.123\,3$$

(2)B——"至少有一人的生日为十月一日"，得

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-\frac{364^{10}}{365^{10}}=1-(1-\frac{1}{365})^{10}\approx\frac{10}{365}\approx 0.03$$

例 6 两盒中分别装有写着 0,1,2,3,4,5 六个数字的六张卡片，从每个盒中各取一张，求所得卡片上两数之和等于 6 的概率.

解 从各盒中各取一张，基本事件总数为 $C_6^1C_6^1=36$.

A——"两卡片上数字之和等于 6"，则事件 A 包括两卡片上的数字，分别为 1,5;2,4;3,3;4,2;5,1 五种情况，所示 $P(A)=\frac{5}{36}$.

(Ⅱ) 几何概型

几何概型中事件 A 的概率主要是注意所谓点的"均匀分布"(它实际上是广泛意义下的等可能性) 是相对于什么随机试验而言，否则就可能得出错误的结论.

例 7 把长度为 a 的线段在任意两点折断为三线段，求它们可以构成一个三角形的概率.

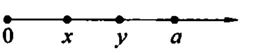


图 1

解 如图 1 所示，取此线段与 x 轴正向相合，端点放在原点处，折断点的坐标为 x,y，则必有 $0<x<a$，$0<y<a$，且 $x<y$，三段长为 $x,y-x,a-y$，欲构成三角形，必须两边和大于第三边，故有

$$\begin{cases} x+(y-x)>a-y \\ x+(a-y)>y-x \\ (y-x)+(a-y)>x \end{cases}$$

在条件$\begin{cases} 0<x<a \\ 0<y<a \\ x<y \end{cases}$下

$$\begin{cases} y>\dfrac{a}{2} \\ y-x<\dfrac{a}{2} \\ x<\dfrac{a}{2} \end{cases}$$

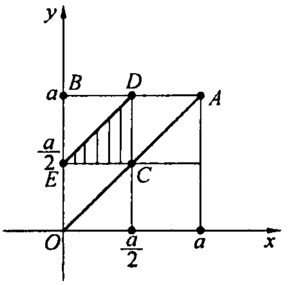


图 2

见阴影部分(图 2),故构成三角形的概率 $P=\dfrac{S_{\triangle DCE}}{S_{\triangle ABO}}=\dfrac{1}{4}$.

例 8　用蒙特卡罗法求 π 值.

解　如图 3 所示,边长为 1 的正方形,在其内部画一个半径为 1 的四分之一圆,向该正方形“随机地”投掷 N 个点,那么,落于四分之一圆内的点的数量 n 与 N 的比值应该等于四分之一圆面积与正方形面积的比值,根据以后讲的“大数定律”,N 越大,两个面积的比越精确,故有$\dfrac{n}{N}=\dfrac{\text{四分之一圆面积}}{\text{正方形面积}}=\dfrac{\pi}{4}$,用计算机生成随机数,用随机数打点,求相对频率$\dfrac{n}{N}$,得到的值乘以 4,就能求出圆周率 π,这种方法就是蒙特卡罗法,用同样的方法也可以求复杂图形的面积.

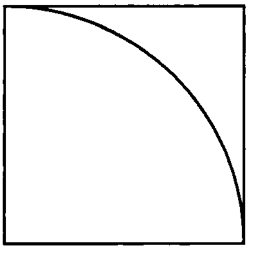


图 3

(Ⅲ) 用基本性质计算概率

例 9　$P(A)=\dfrac{1}{3}$, $P(B)=\dfrac{1}{2}$.

(1) $A\subset B$,求 $P(B\bar{A})$;

(2) $AB=\varnothing$,求 $P(B\bar{A})$;

(3) A,B 独立,求 $P(B\bar{A})$;

(4) $P(AB)=\dfrac{1}{8}$,求 $P(B\bar{A})$.

解　(1) $P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$;

(2) $P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)=P(B)=\dfrac{1}{2}$;

(3) $P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)P(B)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$,或

$P(B\bar{A})=P(B)P(\bar{A})=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$;

(4) $P(B\bar{A})=P(B)-P(AB)=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$.

例 10 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B|A)=0.8$, 则 $P(A\cup B)$.

解 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.5+0.6-P(A)P(B|A)=1.1-0.5\times0.8=0.7$.

例 11 A,B 是两事件, $P(A)=0.6$, $P(B)=0.7$. 问在什么条件下 $P(AB)$ 值最大、最小?

解 $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A+B)=1.3-P(A+B)$.

为使 $P(AB)$ 最大,要 $P(A+B)$ 最小,必须 $A\subset B$.

故 $P(AB)=1.3-P(B)=0.6$ 最大.

为使 $P(AB)$ 最小,要 $P(A+B)$ 最大,此时 $P(A+B)=1$.

最小 $P(AB)=1.3-1=0.3$.

(Ⅳ) 利用条件概率、乘法公式计算概率

例 12 10 件产品中有 2 个次品,从中连续抽取 2 次,每次取一件(不放回). 求第二次才取到正品的概率.

解 C——"第二次才取到正品的概率", A——"第一次取次品", B——"第二次取正品",得

$$P(C)=P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}=\frac{8}{45}$$

例 13 袋中有 3 个球,2 白,1 红,三人排队抽球(不放回),每人取一个,求每个人取到红球的概率.

解 这是抽签问题,我们用另一种方法求它.

A_i——"第 i 个人抽红球",得

$$P(A_i)=\frac{C_1^1}{C_3^1}=\frac{1}{3}$$

$$P(A_2)=P(\bar{A}_1A_2)=P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

$$P(A_3)=P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2|\bar{A}_1)P(A_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{3}$$

由此可见,三人抽到红球的概率是相等的,这种方法被人类采用了千年之久.

例 14 袋中有 a 个红球, b 个白球,任取一球,看过放回,并加入 c 个同色球,问连续三次都取红球的概率.

解 A_i——"第 i 次取红球",得

$$P(A_1A_2A_3)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)=\frac{a}{a+b}\cdot\frac{a+c}{a+b+c}\cdot\frac{a+2c}{a+b+2c}$$

(Ⅴ) 利用全概率公式、贝叶斯公式计算概率

例 15 盒中有 12 个乒乓球,其中有 9 个新球,3 个旧球,第一次比赛时,从中任取了 3 个球,练习后仍放回盒中,第二次比赛时,再从盒中任取 3 个球,求第二次取出的球都是

新球的概率.

解　A_i——"第一次取出 i 个新球"，$i=0,1,2,3$；B——"第二次取 3 个新球".

由全概率公式，有

$$P(B)=P(A_0)P(B|A_0)+P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=$$

$$\frac{C_3^3}{C_{12}^3}\frac{C_9^3}{C_{12}^3}+\frac{C_3^2C_9^1}{C_{12}^3}\frac{C_8^3}{C_{12}^3}+\frac{C_3^1C_9^2}{C_{12}^3}\frac{C_7^3}{C_{12}^3}+\frac{C_9^3}{C_{12}^3}\frac{C_6^3}{C_{12}^3}=$$

$$\frac{1}{220^2}(84+9\times3\times56+36\times3\times35+84\times20)=\frac{7\ 056}{48\ 400}\approx0.146$$

例 16　设工组 A 和工组 B 的产品的次品率分别为 1% 和 2%，A 组和 B 组的产品分别占 60% 和 40%，从它们的产品中任取一件，发现是次品，求它是 A 组生产的概率.

解　C——"取得产品为 A 组生产"，D——"取得产品为次品"，则

$$P(C)=0.6,P(\bar{C})=0.4$$

$$P(D|C)=0.01,P(D|\bar{C})=0.02$$

故　$$P(C|D)=\frac{P(C)P(D|C)}{P(C)P(D|C)+P(\bar{C})P(D|\bar{C})}=\frac{0.6\times0.01}{0.6\times0.01+0.4\times0.02}=\frac{3}{7}$$

(Ⅵ) 利用事件的独立性计算概率

例 17　甲、乙二人射击，甲击中的概率为 0.8，乙击中的概率为 0.7，二人同时射击(独立)，求：(1) 二人都中靶的概率；(2) 甲射中，乙射不中的概率.

解　A——"甲中"，B——"乙中"，得

$$P(A)=0.8,\ P(B)=0.7$$

$$P(AB)=P(A)P(B)=0.8\times0.7=0.56$$

$$P(A\bar{B})=P(A)P(\bar{B})=0.8\times0.3=0.24$$

例 18　甲、乙、丙三人独立破译一密码，甲破译概率为 0.8，乙破译概率为 0.7，丙破译概率为 0.6，问密码能被破译的概率？

解　A——"甲破译"，B——"乙破译"，C——"丙破译"，D——"密码破译"，得

$$P(D)=P(A+B+C)=1-P(\overline{A+B+C})=1-P(\bar{A}\bar{B}\bar{C})=$$

$$1-P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C})=1-0.2\times0.3\times0.4=0.976$$

(Ⅶ) 利用伯努利概型(二项概率公式) 计算概率

例 19　掷一枚均匀硬币 5 次，问正面出现 2 次的概率.

解　A——"掷 5 次，正面出现 2 次"，得

$$P(A)=C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{10}{2^5}=\frac{5}{16}$$

例 20　设在某考卷上有 10 道单项选择题，有 4 个答案可供选择，每题 1 分，有一个同学只会做 6 道题，另 4 道不会，于是就瞎猜，试问能猜对 $m(m=0,1,2,3,4)$ 题的概率.

解　$P_4(m)=C_4^m\left(\frac{1}{4}\right)^m\left(1-\frac{1}{4}\right)^{4-m}$，$m=0,1,2,3,4$.

$P_4(0)=0.316,P_4(1)=0.422,P_4(2)=0.211,P_4(3)=0.048,P_4(4)=0.004.$

(Ⅷ)关于利用概率不等式求解的问题

例 21　已知一批次品率为 $P=0.01$ 的产品,问需要检查多少件产品,才能使一件废品也没有的概率大于或等于 0.95.

解　A——“查 n 件中一件废品也没有”,得

$$P(A)=0.99^n\geqslant 0.95\Rightarrow \lg 0.99^n\geqslant \lg 0.95\Rightarrow n\leqslant\frac{\lg 0.95}{\lg 0.99}\leqslant 5$$

例 22　已知步枪击中目标的概率 $P=0.4$,问需多少支步枪才能使击中目标的概率不小于 0.9(每枪一发子弹)?

解　A——“n 支步枪将目标击中”,得

$$P(A)=1-P(\bar{A})=1-(0.6)^n\geqslant 0.9\Rightarrow (0.6)^n\leqslant 0.1\Rightarrow n\geqslant 5$$

第 1 章习题

一、填空题

1. 设 A,B 相互独立,$P(A)=0.3,P(B)=0.5$,则 $P(A-B)=($　　$)$.

2. $P(A)=0.4,P(B)=0.3,P(A+B)=0.6$,则 $P(A\bar{B})=($　　$)$.

3. $P(A)=a,P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$,则 $P(B)=($　　$)$.

4. 设 A,B 为随机事件,$P(A)=0.5,P(B)=0.6,P(B\mid A)=0.8$,则 $P(B\cup A)=($　　$)$.

5. 设 A,B 相互独立,$P(A)=0.4,P(B)=0.6$,则 $P(A-B)=($　　$)$.

6. 同时掷三枚均匀硬币,恰有 2 枚正面向上的概率为(　　).

7. 若事件 A,B 互不相容,则 $P(AB)=($　　$)$.

8. $P(A)=0.8,P(B)=0.5,A,B$ 独立,则 $P(A-B)=($　　$)$.

9. 已知 $P(A)=0.5,P(B)=0.4,P(A+B)=0.6$,则 $P(A\bar{B})=($　　$)$.

10. 一批产品共有 8 个正品和 4 个次品,每次抽一件(不放回),则第三次抽到次品的概率为(　　).

11. 某人向同一目标独立重复射击. 每次射击命中目标的概率为 $p(0<p<1)$,则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为(　　).

12. 设 $P(A)=0.5,P(B)=0.6,P(B\mid A)=0.8$,则 $P(A\cup B)=($　　$)$.

13. 设在一次试验中,事件 A 发生的概率为 p,重复进行 n 次独立试验,则事件 A 至少发生一次的概率为(　　).

14. 已知 $P(A)=0.5,P(B)=0.6,P(B|A)=0.8$,则 $P(B-A)=($　　$)$.

15. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只,这 4 只鞋子中至少有两只配成一双的概率为(　　).

16. 三人独立地向同一目标各射击一次,若三人的命中率分别为 0.7,0.6 和 0.4,则恰有一人命中目标的概率为(　　).