

固定收益商品

最新分析與統計的技巧

Fixed Income Mathematics
(fourth edition)

耶魯大學管理學院教授

Frank J. Fabozzi, PhD., CFA, CPA 著

黃嘉斌 譯

在這本最新第四版新增的重要主題包括：

- ◆ 金錢時間價值
- ◆ 不含選擇權債券的訂價 & 傳統殖利率衡量
- ◆ 報酬分析
- ◆ 不含選擇權債券的價格波動率
- ◆ 嵌入選擇權債券的分析
- ◆ 信用風險
- ◆ 證券化產品分析
- ◆ 統計與最佳化技巧



寰宇財金 226

固定收益商品

最新分析與統計的技巧

Fixed Income Mathematics
(Fourth Edition)



Frank J. Fabozzi, PhD., CFA, CPA

黃嘉斌譯



Education

US

Boston, Burr Ridge, IL Dubuque, IA Madison, WI New York,
San Francisco, St. Louis

International

Bangkok, Bogotá, Caracas, Kuala Lumpur, Lisbon, London,
Madrid, Mexico City, Milan, Montreal, New Delhi, Santiago,
Seoul, Singapore, Sydney, Taipei, Toronto

固定收益商品：最新分析與統計的技巧／Frank J. Fabozzi
著；黃嘉斌 譯．-- 初版．-- 臺北市：麥格羅希爾，2006
〔民 95〕

面：公分－(寰宇財金；226)

譯目：Fixed income mathematics: analytical &
statistical techniques, 4e

ISBN 978-986-157-288-8 (平裝)

1. 債券 2. 選擇權

563. 53

95012250

固定收益商品：最新分析與統計的技巧

© 2006 年，美商麥格羅·希爾國際股份有限公司台灣分公司版權所有。
本書所有內容，未經本公司事前書面授權，不得以任何方式（包括儲存於
資料庫或任何存取系統內）作全部或局部之翻印、仿製或轉載。

Original: Fixed Income Mathematics, fourth edition

By Frank J. Fabozzi

ISBN: 0-07-146073-X

Copyright © 2005 by McGraw-Hill, Inc.

All rights reserved.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 Y C 2 1 0 9 8 7 6

作 者 Frank J. Fabozzi

翻 譯 黃嘉斌

主 編 王孝平

合作出版 美商麥格羅·希爾國際股份有限公司 台灣分公司
暨發行所 台北市 100 中正區博愛路 53 號 7 樓
TEL: (02) 2311-3000 FAX: (02) 2388-8822
<http://www.mcgraw-hill.com.tw>

寰宇出版股份有限公司
台北市 106 大安區仁愛路四段 109 號 13 樓
TEL: (02) 2721-8138 FAX: (02) 2711-3270
E-mail: ipc@ifcc.com.tw
<http://www.ifcc.com.tw/ipc.htm>

總代理 寰宇出版股份有限公司

劃撥帳號 第 1146743-9 號

出版日期 西元 2006 年 8 月 初版一刷

印 刷 盈昌印刷有限公司

定 價 新台幣 850 元

ISBN-13：978-986-157-288-8

ISBN-10：986-157-288-0

網路書店：博客來 www.books.com.tw

華文網 www.book4u.com.tw

目 錄

前 言 7

謝 辭 9

1——導 論 11

2——固定收益證券與衍生性產品概論 17

＝ 第 1 篇 ＝

金錢的時間價值

3——未來價價 39

4——現 值 57

5——殖利率（內部報酬率） 77

＝ 第 2 篇 ＝

不含選擇權債券的訂價&傳統殖利率衡量

6——債券價格 91

7——債券殖利率與碼差的傳統衡量 125

8——殖利率曲線，即期利率曲線和遠期利率 151

＝ 第 3 篇 ＝

報酬分析

9——金額報酬潛在來源 181

10——總報酬率 201

11——衡量歷史績效 229

＝ 第 4 篇 ＝

不含選擇權債券的價格波動率

12——不含選擇權債券的價格波動率性質 245

13——價格波動率衡量方法：存續期間 267

14——價格波動率衡量：結合存續期間與凸曲度 307

15——存續期間與殖利率曲線 335

＝ 第 5 篇 ＝

嵌入選擇權債券分析

16—利率模型 353

17—買進選擇權：投資與價格性質 371

18—嵌入選擇權債券的訂價與價格波動率 393

＝ 第 6 篇 ＝

信用風險

19—公司債的信用風險觀念與衡量 427

＝ 第 7 篇 ＝

證券化產品分析

20—證券化產品的相關衡量 447

21—攤銷貸款的現金流量性質 485

22—抵押貸款擔保證券的現金流量性質 513

23—抵押貸款擔保證券的提前清償模型 551

24—MBS 建構概論 571

25—政府代理機構抵押貸款擔保證券分析 603

＝ 第 8 篇 ＝

統計學與最佳化技巧

26—基本機率理論與統計學 635

27—迴歸分析 675

28—信用評等與風險因素辨識的統計技巧 697

29—追蹤誤差與多重因素模型 711

30—模 擬 725

31—最佳化模型 747

前言

過去二十多年來，固定收益市場引進許多新的分析評估架構，以及新的固定收益投資組合策略。討論固定收益證券與策略時，我們經常聽到一些術語，例如：存續期間（duration）、有效存續期間（effective duration）、凸曲度（convexity）、負值凸曲度（negative convexity）、選擇權調整後碼差（option-adjusted spread）、總報酬（total return）、PSA、CPR、即期利率（spot rates）、遠期利率（forward rates）、殖利率價格波動率（yield volatility）、格狀模型（lattice model）、風險值（value-at-risk）、 δ （delta）、要素模型（factor models）、回收率（recovery rates）、模擬（simulation）與肥胖尾部（fat tails）。這些名詞究竟代表什麼意義？這些觀念對於固定收益分析又有什麼幫助？在運用上它們會產生什麼危險？

《固定收益商品》不只解釋這些術語，以及債券市場玩家必須知道的很多重要觀念，也鋪下瞭解這些概念的必要基礎、相關運算、限制，以及它們在固定收益分析與投資組合管理方面的運用。本書首先介紹金融數學的基本觀念（金錢的時間價值），然後在這個基礎上做有系統的發展，帶領讀者探究最新的方法，藉以評估嵌入選擇權的固定收益證券（fixed income securities with embedded options）、資產擔保證券（asset-backed securities）、房地產貸款擔保證券（mortgage-backed securities，包括：房地產貸款轉交型證券〔mortgagee pass-through securities〕、抵押貸款擔保型債券〔collateralized mortgage obligations〕與房地產貸款擔保拆解證券〔striped mortgage-backed securities〕）。這些觀念都透過圖例作說明。本書內容只需具備初等代數知識就能理解，沒有引用其他特殊數學。

本書為第四版，增添了下列章節內容：

- 概論固定收益證券與衍生性產品（第 2 章）。
- 介紹各種利率模型（第 16 章）。
- 信用風險觀念與公司債券衡量（第 19 章）證券化產品的相關衡量（第 20 章）。
- 提前清償模型（第 23 章）。
- MBS 結構基本觀念（第 25 章）。
- 信用評等與風險因素辨認的相關統計技巧（第 28 章）。
- 追蹤誤差與多種因素模型（第 29 章）。

本書很多章節內容，取材自筆者在耶魯大學管理學院講授的固定收益課程與財務課程、講義，以及在美國、歐洲與日本許多金融機構的演講。

Frank J. Fabozzi, Ph.D., CFA, CPA

謝辭

本版受惠於幾位人士的大力協助。安德魯·卡洛代 (Adrew Kalotay) 與喬治·威廉斯 (George Williams) 協助我準備第 18 章的部分內容。第 25 章的部分內容，是取材自筆者與史考特·理查 (Scott Richard) 共同編寫的著作。第 30 章的虛構投資組合模擬結果是由巴利·戴金 (Barry Dynkin) 提供，同一章的實際投資組合模擬資訊則是由大衛·康努爾 (David Canuel) 提供。

第 6 章討論的天數計算慣例，相關資訊是由珍·麥爾 (Jan Mayle) 與德拉歌莫·科金 (Dragomir Krgin) 提供。關於本書採用的提前清償模型資料，我要感謝貝爾史登公司 (Bear Stearns) 的戴爾·衛司特霍夫 (Dale Westhoff) 提供該公司的提前清償模型資料。

本書也受惠於很多專家的指正，包括：阿南德·巴塔迦牙 (Anand Bhattacharya)、威廉·柏林納 (William Berliner)、法蘭克·瓊斯 (Frank Jones)、史蒂芬·緬因 (Steven Mann)、克莉絲蒂恩·緬恩 (Christian Menn)、亞歷山大·羅厄 (Alexander Roever) 與羅曼·華德哈拉 (Raman Vardharaj)。

ITC 的班·科史達特 (Ben Kolstad) 流暢的安排本書的出版程序。

Frank J. Fabozzi, Ph.D., CFA, CPA

1

導 論

在1980年代之前，固定收益證券的分析相當單純。以過去的經濟環境來說，利率相當穩定，投資人買進固定收益證券，主要是準備持有至到期。到期殖利率（yield to maturity）可以衡量證券的相對價值。風險主要是由信用等級衡量。當固定收益證券可以提前贖回(callable)時，就可以另外採用贖回殖利率（yield to call）衡量相對價值。對於可提前贖回的債券，保守的投資者可以採用一種歷經時間考驗的心法：儘可能選擇到期殖利率與贖回殖利率偏低的證券。

然而這種日子已經一去不返了！在目前的环境中，利率波動非常劇烈，殖利率曲線的形狀也經常移動，利率價格波動率也會經常變動。受到多種因素影響，固定收益證券的傳統分析方法，價值已經非常有限。

第一、基於交易與投資組合的考量，經常需要在到期以前賣出固定收益證券，這意味到期殖利率的觀念已經沒有意義。贖回殖利率也是如此。可是如果固定收益證券不再持有至到期日，仍然需要以某種方法衡量風險——藉以反映利率變動對於價格所產生的影響。

第二、投資者瞭解爲了取得到期殖利率所代表的報酬率，票息收益必須再投資。更明確來說，當投資者買進固定收益證券時，原本認爲報酬率已經被鎖定在到期殖利率：事實上，如果要賺取到期殖利率，債券票息收益必須根據到期殖利率的水準進行再投資。可是萬一再投資的利率低於到期殖利率，預期的報酬將減少。以目前的經濟環境來說，這並非杞人憂天。贖回殖

利率的情況也是如此。

第三、由於投資銀行不斷設計新的債務工具，以降低其客戶的融通成本，所以單純的債券已經被更複雜的固定收益證券取代。**抵押貸款的證券化**，引進了一系列新產品：抵押貸款轉交型證券（mortgage pass-through securities）、各種抵押貸款擔保型債券（collateralized mortgage obligation，簡稱 CMO）與經過拆解的抵押貸款證券（stripped mortgage-back securities）——它們都不能以傳統方法進行分析。這些新的固定收益證券，許多都嵌入選擇權。隨著選擇權理論進步，我們需要以新的架構分析這類嵌入選擇權的證券。評估抵押貸款擔保證券價值的新技術，又被引用到一系列無抵押貸款資產做為擔保的證券與結構性信用產品（擔保債券）的價值評估。

最後，隨著固定收益衍生性產品發展（換言之，期貨、遠期契約、選擇權、交換交易〔swaps〕、交換交易選擇權〔swaptions〕、上限選擇權〔caps〕與下限選擇權〔floors〕），顯然需要透過一個整合性架構分析現貨市場交易工具與衍生性產品。

自 1980 到 1990 年代中期，研究重心都放在利率風險的衡量與控制方面。從 1990 年代中期開始，伴隨著信用衍生性市場發展，信用風險模型建構的研究，漸漸受到重視。過去某段期間，傳統信用分析是評估發行者信用風險的唯一工具。很多機構投資人只能仰賴商業評估機構（包括穆迪〔Moody's〕與標準普爾〔Standard & Poor's〕）的評等。至於投資組合信用評等，則是取投資組合個別成分的加權平均信用評等，或取評等分配的摘要統計值。1974 年，羅伯·莫頓（Robert Merton）在選擇權架構內，提出有關發行者信用風險的分析架構¹。這項架構也可以用來評估相關產品與政府公債之間的合理碼差。但直到 1990 年代，根據莫頓的架構發展的信用風險模

1. Robert C. Merton, "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, 29 (1974), pp. 449-470.

型才被運用於商業用途，信用風險模型的其他架構也陸續引進與商業化。

本書內容概要

下一章準備概略討論固定收益證券與衍生性產品。**第 I 篇前三章將解釋金融數學的基本概念。**第 3 章說明如何計算一項投資的未來價值。第 4 章說明如何計算未來所收取（或支付）的現金流量現值（present value）。任何金融資產的價格，都是其預期現金流量的現值；所以現值的觀念與性質非常重要。第 5 章將解釋任何投資的殖利率（yield）。

第 II 篇的主題是債券訂價、傳統殖利率與碼差。第 6 章把現值觀念延伸到傳統的債券分析中，說明其價格的決定方式。第 7 章解釋固定票息債券的殖利率衡量方法，包括：到期殖利率與數種贖回殖利率，它們都是直接引用第 5 章討論的殖利率概念。此外，第 7 章也解釋浮動票息債券的多種碼差衡量方法。第 8 章把公債殖利率曲線引進固定收益債券分析。本章將解釋公債殖利率曲線，然後討論即期利率與遠期利率的觀念，說明這些利率是如何決定的。此外，也解釋如何利用即期利率評估固定收益證券的價值。

第 III 篇探討報酬分析。第 9 章說明債券投資的金額報酬潛在來源。接著，此處將深入探討第 7 章討論的傳統殖利率衡量，評估它們是否能夠適當反映這些報酬來源。強調傳統殖利率衡量方法的缺失之後，第 10 章提出潛在報酬的較佳衡量方法——總報酬——把潛在金額報酬的所有可能來源都考慮在內，即使債券根本不準備持有至到期日也是如此。第 11 章說明如何計算投資組合的歷史報酬率。

第 IV 篇探討無選擇權債券（換言之，未嵌入選擇權的債券）的價格波動率。第 12 章將解釋債券價格波動率的性質，以及某些可以影響價格波動率的債券特質。第 13 章將提出兩種衡量債券價格波動率的方法：存續期間

(duration，也是衡量價格波動率的最常用方法)與「一個基點的價格金額」(price value of a basis point)。此處也會討論投資組合存續期間與其相關因素。第 14 章將探討如何透過凸曲度(convexity)解釋債券的潛在價格績效，並說明凸曲度的計算方法。雖然存續期間可以衡量債券或投資組由於殖利率曲線平移(parallel shift)而遭受的風險，第 15 章還會提出殖利率曲線平移風險的各種量化方法。

第 V 篇解釋如何分析嵌入選擇權的債券，包括：如何決定其合理(理論)價值與其價格波動率。價值評估程序需要假設某種利率模型。利率模型是說明利率如何隨著時間經過而變化的一種機率性描述，這是第 16 章討論的主題。嵌入選擇權債券的價值與價格波動率，會受到嵌入選擇權價值影響，所以我們也需要瞭解選擇權的投資性質。這部分在第 17 章處理。然後第 18 章解釋如何評估嵌入選擇權的價值。我們採用格狀的價值評估模型。選擇權調整後碼差是價值評估模型的分析結果之一。這項觀念在第 18 章解釋，同時也說明有效存續期間與凸曲度的概念。

第 VI 篇只由第 19 章構成，討論公司債信用分析的基本概念與衡量，分別解釋傳統信用分析與信用風險模型。由於信用風險模型需要引用較深入的統計觀念，所以等到我們講解必要的統計觀念之後，才在第 VIII 篇討論信用風險模型。

第 VII 篇分析結構性產品²：抵押貸款擔保證券與資產擔保證券。抵押貸款擔保證券(抵押貸款轉交型證券、抵押貸款擔保債券與經過拆解的抵押貸款擔保證券)就是一種嵌入買權(call options)的固定收益證券。第 20 章首先說明結構性產品市場的各種衡量，然後第 21 章解釋分期貸款的現金流量性質。第 22 章簡單敘述規模最大的結構性金融市場部門：抵押貸款擔保證

2. 請注意，所謂的結構性產品，並沒有統一定義。本書所謂的結構性產品，是指證券化產品而言。

券，說明如何運用目前的市場慣例——PSA 基準——建構抵押貸款轉交型證券的月份估計現金流量。本章也會介紹提前清償風險（prepayment risk，包括：緊縮風險與延伸風險）。提前清償是分析抵押貸款擔保證券的關鍵要素。第 23 章討論最近發展的提前清償模型。第 24 章敘述與說明解構性程序。第 25 章敘述與說明抵押貸款擔保證券最大部門——機構抵押貸款擔保證券——的價值評估模型。本章解釋如何把蒙地卡羅模擬與選擇權調整後碼差、有效存續期間、凸曲度等概念引用到抵押貸款擔保證券。

第 VIII 篇有六章，解釋固定收益證券投資組合管理與運用方面，最經常使用的一些統計與作業研究（operation research）工具。第 26 章簡單回顧機率基本理論與各種不同的機率分配及其運用。此處也解釋機率分配運用的各種衡量：位置、離勢（dispersion）、不對稱性（asymmetry）、尾部集中程度與分位數（quantiles）。雖然常態分配是投資組合經理人與分析師們最熟悉的統計分配，但沒有證據顯示固定收益市場遵循這種統計分配。因此我們也會簡單說明固定收益證券投資組合管理各個領域內使用的其他離散（discrete）與連續（continuous）機率分配：伯努利分配（Bernoulli distribution）、二項式分配（binomial distribution）、卜瓦松分配（Poisson distribution）與穩定分配（stable distribution）。本章也會說明市場玩家用來衡量利率波動率的各種方法，解釋風險值（value-at-risk）與條件風險值的風險概念。

第 27 章討論迴歸分析（regression analysis），這是用來估計關係的統計方法。第 28 章簡單討論一些運用於信用評等分析的統計技巧（多元判別分析、線性機率模型、probit 迴歸模型與 logit 迴歸模型），以及主要成份分析（principal-component analysis）用以辨識固定收益市場的風險因素。第 29 章解釋投資組合管理方面很重要的觀念：追蹤誤差，並說明多重因素風險模型的運用。第 30 章探討蒙地卡羅模擬。最後，第 31 章說明最佳化技巧。

