大學叢書

矢算論

胡金昌著

商務印書館發行

大學叢書

矢算論

胡金昌著

商務印書館發行

中華民國二十八年一月初版
中華民國三十八年九月四版

(58806平)

大學叢書(教本) 矢算論 一冊

平裝 基價拾伍元
印刷地點外另加運費

著作者 胡金昌

發行人 陳懋解
上海河南中路

印刷所 商務印書館印刷廠

發行所 商務印書館
各地

序　文

年來微分幾何與數學物理之論文，皆移其目標於矢算與張式，矢算論已爲時尚之學科久矣。作者時時渴望國內名家之引起是科，而本人亦乃不先不後，遽作是書，其自私之心固預爲拙作微分幾何之準備；然較高一點之希望，誠願是書旣出，國中卽有同聲氣相感之學人，繼起其矢算微分幾何，絕對微分學，宇宙幾何等諸作，先我而出，俾得拜讀，是尤所感幸者焉。

作者旣深慚茲書已獻曝於諸君子之前，敢將其內容略述之。茲作全文，在三百頁之內，竊以爲已甚概括矣。書中論調，饒有近世代數與變換羣論之口味，是則作者本來之面目也。其長處，則茲書自具一種數學眼光；其弱點，則以爲過於數學化，而不能適應於物理學者之觀點。作者深知此弊，已勉爲引入頗多物理性之舉例與對象，如斯大抵亦已足矣。書中每章之末，附以名詞論著註引：其名詞；則因國內歷年之各數學名詞會，鮮有擬及矢算論之學名者，故各名詞皆爲著者所擬譯；其論著，則在國內各大藏書館，如能獲見之者，讀者於閒中便參照之。

書中一切之定理與習題，皆抄襲前哲之著作，且愼擇其可靠者，而敍述之；故讀者對於定理與習題之成立，可無疑義。且從有 Hamilton 之四原術，及 Gibbs 之矢算論等諸統宗名著，後之諸家著者，大都比

類相從而引用，茲書亦猶是矣．至於書中之諸定理與舉例，其編配與推證法，大是作者本人私意自爲之，則其與他書，必有異同之點矣．固知凡能讀是書之學人，必能順讀一國以上之外國文，其不必[illegible]言已明也．茲書與他外國文諸作並行，不願只以其文字之異同而存身，而尤望別有其他異同之點．自其同者而觀之，則天然眞理，大抵學人所見略同．自其異者而觀之，則各作家自具其本來面目；深願讀者取茲書之優異點，以作別本之鍼規；摘其劣點以見教，俾作者得自知疏略，冀稍過於來日也．

胡金昌序

十月，廿四日，1936

中山大學

目　錄

第一章　矢量之意義與其分合

第二章 矢量之乘積

第三章　矢算幾何

第四章　矢算微積分

第五章 數性場與矢性場

第六章 位函數

第七章 線性矢函數—並矢式

第八章　並矢式之分類及其應用

第九章 並矢變式及其微積分

第十章 變換論

矢算論

第一章 矢量之意義與其分合

1 矢與矢量 在空間內有指向與長度而無定位置之線分名曰矢。(1) 矢之認識，以其長度及其三個方向餘弦(2)辨之。三個方向餘弦，僅有二者獨立，故矢在空間之自由度(3)有三。

通常物理學上之量，有量之數值及量所沿之方向——如速度、力，等——名曰矢量。(4) 矢量之認識，以一純數附以某物理單位，及其三個方向餘弦表之。然矢量之表象，常賴幾何圖以解釋，——如力之平行四邊形，等——故矢與矢量，意義雖不同，然其研究之方法則無別，下文將不必過於拘泥歧視之也。

別於矢量而言，量之有數值而無方向性者曰數量，或稱之爲無向量。(5) 在幾何上之表象，卽所謂純長度。下文將以斜體字母 $a, b, A, B, \alpha,$ ……表數量，以闊板字母 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\boldsymbol{\alpha}$,……表矢量。

2. 模與向 矢之長度名曰模(6) 乃一數量，且當爲純正數。矢量 $\mathbf{a}$ 之模之記數法，通常以 a 或以 $|\mathbf{a}|$ 表之。矢之指向與其模無關，故

可作一矢與原矢同指向,而其模爲1者,以表原矢之指向.該矢名曰單位矢,(7)於原矢之記數上加以∧號以辨之.例如已與 **a** 矢,則其模爲 a,其指向表以 $\hat{\mathbf{a}}$.

矢之模爲零者曰零矢.(8)

定義: 兩矢之相等,必須且只須其模相等,其指向相同.卽

$\mathbf{a}=\mathbf{b}$ 之充分且必須條件爲: $a=b$, $\hat{\mathbf{a}}=\hat{\mathbf{b}}$.

系理: 凡零矢皆相等,以闊體阿刺伯字母 **0** 表之.

由定義且可更認識矢之特徵,只爲模與指向,而與在空間之位置無關.兩同向平行之等長線分,所表之矢無別.轉言之,空間內已與一矢,則其位置可任定;卽矢之起點,可任擇便宜之點,以發出之.

3. 矢之解析的定義 空間內點之總集(9)爲 ∞^3.以 (x,y,z) 三坐標認識之.下文凡所用之坐標系,皆採用右手坐標制度(如圖1).由 Grassmann 氏之宇宙廣意論,(10)在三維空間內點之認識,藉一廣義數(11) $(x\ y\ z)$ 表出之.此廣意數爲三原組,(12)亦卽爲一列三行之列陣式(13)

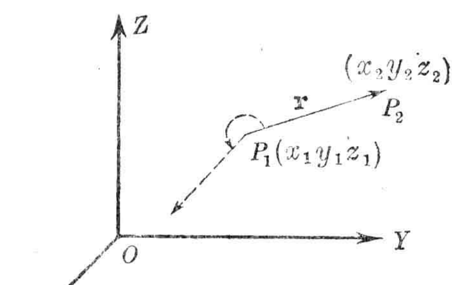

圖 1.

$$\|x\ y\ z\|.$$

由§1,空間內矢之總集亦爲 ∞^3,故當然可以某種三原組表示之.諸表示法中之一法如下:

設 r 矢由 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 至 $P_2(x_2, y_2, z_2)$，則

$$\mathbf{r} = \| x_2 - x_1 \quad y_2 - y_1 \quad z_2 - z_1 \|$$

可稱爲 r 矢之解析的定義. 此陣式之性質，卽 r 之性質. 例如其秩[14]爲 0，卽謂 r 矢爲零矢；又如

$$|\mathbf{r}| = r = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2};$$

$$\cos(\mathbf{r}, \overrightarrow{OX}) = \frac{x_2-x_1}{r},\ \cos(\mathbf{r}, \overrightarrow{OY}) = \frac{y_2-y_1}{r},\ \cos(\mathbf{r}, \overrightarrow{OZ}) = \frac{z_2-z_1}{r}.$$

下文凡 $\measuredangle(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 之符號，皆用以表示由 a 矢依反時針方向，轉至 b 矢所經之角度，角之平面之上方，依右手系定之. 如圖 1 表出 $\measuredangle(\mathbf{r}, \overrightarrow{OX})$.

4. $\boxed{\text{加法之定義}}$ 已與 a, b 兩矢，將 b 矢之起點，附於 a 矢之終點，則由 a 矢之起點至 b 矢之終點之矢，命之爲 a+b.

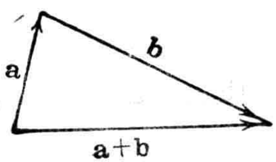

圖 2.

說明： 1° 上文乃定義，並非當然的方法. 讀者若另設立別種定義，亦可作別一種口味之矢算法. 不過在各種可能定義當中，要以上文之定義，於目前之數學與物理，較爲最有效用. ——卽有較確切之對象，如兩複虛數之相加，平行四邊形合力等——故現採取之爲定義. 下文如是類之定義固多，皆非當然的判論，讀者以此處之見解着想之可也.

2° 由 § 2 之末，已與之矢可任定其位置，故上之定義，謂 b 之起點附於 a 之終點，爲可能之事無疑.

系理： 若有多個矢 a, b, c, d……等，則其矢性和，可以各矢首末順次連接而成扭折線.