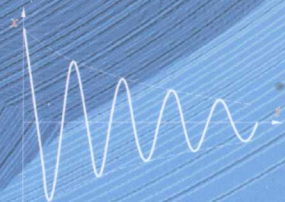
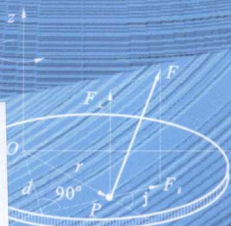


普通高等学校教材

DAXUE WULI
大学物理 (上册)

总主编 康垂令
主 编 黄 亮 蒋 涛



武汉理工大学出版社

WUTP Wuhan University of Technology Press

013027938

04-43

210

V1

大学物理

(上册)

总主编 康垂令

主 编 黄 亮 蒋 涛

编 委 (按拼音字母为序)

黄 亮 蒋 涛 康垂令 王志中



武汉理工大学出版社

· 武汉 ·



北航

C1635134

04-43

210

V1

内容简介

本书是由长江大学工程技术学院基础部物理教研室编写的《大学物理》系列教材的上册。其主要内容有第一篇力学、第二篇振动和波、第三篇波动光学和第四篇热学。第一篇力学包括质点运动学、质点动力学和刚体定轴转动,其中质点的角动量放在刚体定轴转动中与刚体的角动量一块讲述;第二篇振动和波只讲述机械振动和机械波的基础知识;第三篇波动光学包括光的干涉、光的衍射和光的偏振;第四篇热学有气体动理论和热力学基础。每章后面都编写了相应的思考题和习题。附录给出了思考题与习题的参考答案。

本书内容相对偏浅,较适合独立学院和独立学院层次的学校使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 上册/康垂令, 黄亮, 蒋涛主编. —武汉: 武汉理工大学出版社, 2013. 1
ISBN 978-7-5629-3936-8

I. ①大… II. ①康… ②黄… ③蒋… III. ①物理学-高等学校-教材
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 011745 号

项目负责人: 陈军东 徐 扬 王兆国 责任编辑: 陈军东
责任校对: 彭佳佳 装帧设计: 董君承
出版发行: 武汉理工大学出版社
社 址: 武汉市洪山区珞狮路 122 号
邮 编: 430070
网 址: <http://www.techbook.com.cn>
经 销: 各地新华书店
印 刷: 荆州市今印印务有限公司
开 本: 787×960 1/16
印 张: 18
字 数: 373 千字
版 次: 2013 年 1 月第 1 版
印 次: 2013 年 1 月第 1 次印刷
定 价: 32.80 元

(本书如有印装质量问题, 请向承印厂调换)

前 言

随着独立学院办学理念的日趋成熟和教学的日益规范,特别是结合我们在长江大学工程技术学院从事《大学物理》教学近十年的切身体验和经验总结,以及近几年的学生实际,长江大学工程技术学院基础部组织物理教研室编写了这套《大学物理》教材。

本套教材的指导思想是:以教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委会颁发的“非物理类理工科大学物理课程教学基本要求”为指导,紧密结合独立学院的学生实际,力求编写一套教师好教、学生好学、适合独立学院使用的《大学物理》教材。这套《大学物理》教材以淡化理论,注重应用为宗旨,着重阐述基本物理知识和基本物理概念,以及基本物理问题的解决方法,以方便学生自学。为此,我们采取了如下措施:

1. 对于课程的基本内容,我们严格按照“非物理类理工科大学物理课程教学基本要求”进行选取和编排,以保证基本物理知识体系的系统性和完整性,同时也照顾到了不同专业的需求。

2. 在保证基本物理知识的科学性与完整性的基础上,着重于培养学生对物理概念和物理规律的理解。对物理定律的阐述和推导都力求严谨详细,以便学生自学;对于部分数学推导过程过分复杂,而“基本要求”又属“了解”的内容,或者简化处理,或者用特例代替推导,或者通过阐明物理机理后抬出物理公式,或者讲明公式的推导思路后列出公式。

3. 为了帮助学生全面地理解和掌握物理概念,本书在例题的选取上,一是加大了例题量,二是尽量涵盖各知识点,三是解题过程力求规范和详细,以便学生自学,并培养学生良好的解题习惯。

4. 为了培养学生“自主学习”能力,我们专门编写了适合于学生自学的《大学物理学习与解题指导》。

5. 为了使学生通过课外练习对所学知识的全面复习,而又不增加学生的课外负担,也为了方便教师布置课外作业,我们编写了通过近十年教学经验提炼的《大学物理课外练习习题集》(简称《习题集》)附在《大学物理学习与解题指导》之后。《习题集》基本上是每课次练习一次,每次练习内容包含选择题4道,填空题3道,计算题2道。选择题和填空题主要是复习物理概念,也作简单计算。《习题集》分甲乙两套,为的是使使用该习题集的连续两届学生的课外练习不相同。《习题集》

的答案及简短解答过程没有附在书后,而是保存在长江大学工程技术学院基础部,使用该教材的学校可以来函索取。

本教材全部采用国际单位制(SI),常用物理常量列在书前,习题与思考题的参考答案附录书后。

本套书由《大学物理》上册、《大学物理》下册及《大学物理学习与解题指导》共三册书组成。其中《大学物理》上、下册可分别作为两个学期的教材使用。其教学学时可按照 120 学时安排。

本套书由伍嗣榕副教授组织编写,康垂令教授担任总主编,黄亮、蒋涛担任《大学物理》上册主编,伍嗣榕、李玲担任《大学物理》下册主编,郑定山、黄健担任《大学物理学习与解题指导》主编。参加编写的老师有:康垂令(第 1 章、第 2 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章及附录),黄亮(第 3 章、第 17 章),蒋涛(第 4 章、第 5 章),王志中(第 9 章、第 10 章),伍嗣榕(第 11 章、第 12 章),郑定山(第 13 章、第 14 章),黄健(第 15 章、第 16 章),李玲(第 18 章、第 19 章)。《大学物理学习与解题指导》各章的内容均由《大学物理》上、下册中各章对应的编者完成。

编者特别感谢长江大学工程技术学院的领导对编写《大学物理》教材的关心与支持。

由于编者的学识水平有限,加上时间特别仓促,致使书中疏漏,甚至错误难免,欢迎使用本书的师生提出宝贵意见

编 者
2012. 10

常用物理常数表

引力常量	$G=6.67\times 10^{-11}\text{N}^2\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
阿伏伽德罗常量	$N_{\text{A}}=6.02\times 10^{23}\text{mol}^{-1}$
摩尔气体常量	$R=8.31\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
玻耳兹曼常量	$k=1.38\times 10^{-23}\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$
真空中光速	$c=3.00\times 10^8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
电子质量	$m_{\text{e}}=9.11\times 10^{-31}\text{kg}$
中子质量	$m_{\text{n}}=1.67\times 10^{-27}\text{kg}$
质子质量	$m_{\text{p}}=1.67\times 10^{-27}\text{kg}$
元电荷	$e=1.60\times 10^{-19}\text{C}$
真空中电容率	$\epsilon_0=8.85\times 10^{-12}\text{C}^2\cdot\text{N}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$
真空中磁导率	$\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{H}\cdot\text{m}^{-1}=1.26\times 10^{-6}\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$
普朗克常量	$h=6.63\times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$
维恩常量	$b=2.897\times 10^{-3}\text{m}\cdot\text{K}$
斯特藩-玻耳兹曼常量	$\sigma=5.67\times 10^{-8}\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
重力加速度	$g=9.8\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
标准大气压	$1\text{atm}=1.013\times 10^5\text{Pa}$
太阳质量	$1.99\times 10^{30}\text{kg}$
太阳平均半径	$6.96\times 10^8\text{m}$
地球质量	$5.98\times 10^{24}\text{kg}$
地球平均半径	$6.47\times 10^6\text{m}$
地球轨道平均半径	$1.49\times 10^{11}\text{m}$
月亮质量	$7.35\times 10^{22}\text{kg}$
月亮平均半径	$2.74\times 10^6\text{m}$
月亮轨道平均半径	$3.84\times 10^8\text{m}$

目 录

第一篇 力学	(1)
第一章 质点运动学	(1)
第一节 参照系 运动方程	(2)
第二节 速度 加速度	(5)
第三节 切向加速度和法向加速度	(14)
第四节 圆周运动	(18)
第五节 相对运动	(23)
第二章 质点动力学	(27)
第一节 牛顿运动定律	(27)
第二节 非惯性参照系 惯性力	(39)
第三节 动量与冲量	(43)
第四节 功和能	(50)
第五节 经典力学的适用范围	(60)
第三章 刚体定轴转动	(66)
第一节 刚体定轴转动运动学	(66)
第二节 刚体定轴转动定律	(69)
第三节 刚体定轴转动动能定理	(80)
第四节 刚体定轴转动的角动量定理和角动量守恒定律	(87)
第二篇 振动和波	(95)
第四章 机械振动	(95)
第一节 简谐振动	(96)
第二节 描述简谐振动的物理量	(98)
第三节 简谐振动的旋转矢量表示法	(104)
第四节 简谐振动的能量	(106)
第五节 同方向简谐振动的合成	(110)
第六节 垂直方向简谐振动的合成	(115)
第七节 阻尼振动 受迫振动 共振	(118)
第五章 机械波	(125)
第一节 机械波的产生和传播	(125)
第二节 平面简谐波的波动方程	(128)
第三节 波的能量	(134)
第四节 惠更斯原理 波的衍射	(137)

第五节 波的干涉·····	(138)
第六节 驻波·····	(141)
第七节 多普勒效应·····	(146)
第三篇 波动光学 ·····	(151)
第六章 光的干涉 ·····	(152)
第一节 相干光的获得 光程差·····	(152)
第二节 分波阵面法干涉·····	(157)
第三节 分振幅法干涉·····	(163)
第七章 光的衍射 ·····	(179)
第一节 光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理·····	(179)
第二节 圆孔衍射 光学仪器的分辨率·····	(182)
第三节 单缝衍射·····	(186)
第四节 光栅衍射·····	(192)
第五节 X 射线衍射·····	(201)
第八章 光的偏振 ·····	(206)
第一节 自然光和偏振光·····	(206)
第二节 起偏和检偏 马吕斯定律·····	(208)
第三节 反射光与折射光的偏振 布儒斯特定律·····	(211)
第四节 双折射现象·····	(213)
第四篇 热学 ·····	(217)
第九章 气体动理论 ·····	(218)
第一节 平衡态 理想气体状态方程·····	(218)
第二节 理想气体的压强公式·····	(222)
第三节 理想气体的内能·····	(226)
第四节 麦克斯韦速率分布律·····	(231)
第五节 分子平均碰撞频率 平均自由程·····	(238)
第六节 气体的迁移现象·····	(239)
第十章 热力学基础 ·····	(244)
第一节 准静态过程 内能 功和热量·····	(244)
第二节 热力学第一定律·····	(248)
第三节 理想气体的等值过程·····	(249)
第四节 循环过程·····	(255)
第五节 热力学第二定律·····	(260)
附录 ·····	(268)
参考文献 ·····	(279)

第一篇 力 学

力学是物理学中最古老、发展最为完美的一门科学。对它可追溯到公元前 4 世纪古希腊学者亚里士多德对运动的描述,以及我国《墨经》对杠杆原理的表达。但这些描述和表达中对运动概念的论述是混乱或错误的。直到 17 世纪,牛顿在伽利略、开普勒等人工作的基础上,建立了完整的经典力学理论——牛顿力学。

力学研究的对象是机械运动的规律。它是所有物质运动形式中最简单、最基本的运动形式。机械运动描述的是物体的位置随时间的变化以及这些变化产生的原因和遵从的规律。例如,天体在宇宙空间中的飞行,飞机在蓝天中的翱翔,火车、汽车的行驶,河水、空气的流动等,这些都属于机械运动。

牛顿力学研究的是宏观低速物体机械运动的规律。因此,它的适用范围是宏观物体的低速运动,即物体运动的速度远小于光速,运动的尺度在远大于分子、远小于星系的范围内。超出这个范围牛顿力学的结论与实验事实明显不符。也就是说,在高速和微观领域中牛顿力学不再适用,取而代之的是相对论和量子力学。但是在一般的工程技术中,如航空航天、土木建筑、机器制造、信息工程、材料工程等工程技术中,经典力学仍充满活力,仍然是它们必不可少的理论基础。

本篇主要讲述经典力学的基础知识,包括质点运动学、质点动力学、刚体力学等,着重阐述力、动量、角动量、能量等概念及其相应的规律。

第一章 质点运动学

在各种各样的物质运动形式中,最简单、最基本的运动就是物体位置的变化和场所的变更,这种位置的变化和场所的变更就称为机械运动。只描述物体空间位置随时间的变化规律,而不涉及物体运动原因的科学称为运动学。

在本章中,着重介绍质点运动学的基本概念、描述运动的基本物理量,以及运动随时间变化的基本规律。

第一节 参照系 运动方程

一、参照系和坐标系

宇宙空间中的万物,无时无刻不在运动。运动是绝对的,但运动的描述是相对的。为了描述一个物体的运动应选取某个物体作为参考,然后研究该物体相对于参考物是如何运动的,这个被选作参考的物体就称为**参照系**。

在运动学中,参照系的选择原则上是任意的,但实际上要看问题的性质和研究的方便。例如要研究物体在地面上的运动,最方便的是选择地球作为参照系。星际火箭刚发射时,主要研究它相对于地面的运动,所以就把地面选作参照系。但当火箭进入绕太阳运行的轨道时,为了研究的方便就要把太阳作为参照系。

一个物体的运动,由于所选参照系的不同,对物体运动的描述就会不同。例如在匀速前行的列车车厢中自由下落的物体,相对于车厢是作竖直向下的自由落体运动,但相对于地面却是作抛物线运动,这就是运动描述的相对性。

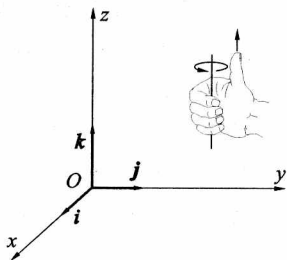


图 1-1 空间直角坐标系

为了定量描述物体的运动,就必须在参照系上选取坐标系。坐标系的选取以方便为准。坐标系有直角坐标系、极坐标系、柱坐标系和球坐标系,其中用得最多的是直角坐标系。当物体在空间运动时,选空间直角坐标系 $Oxyz$ 。它包括坐标原点 O 和三个相互垂直的坐标轴:轴 Ox 、轴 Oy 和轴 Oz ,这三个坐标轴的排列满足右手螺旋法则,如图 1-1 所示。伸出右手,让四个指头先指向轴 Ox 的方向,然后转向轴 Oy 的方向,那么大拇指所指的方向就是轴 Oz 的方向。空间直角坐标系坐标轴排列满足右手螺旋法则的含义是,如果其中两个坐标轴的方向定了,那么另一个坐标轴的方向自然就定了。代表这三个坐标轴的单位矢量依次是 i 、 j 、 k 。当物体在平面内运动时,空间直角坐标系 $Oxyz$ 就退化为平面直角坐标系 Oxy ,这时让物体运动的平面为 Oxy 坐标平面;当物体在直线上运动时,平面直角坐标系 Oxy 又退化为直线坐标 Ox ,这时让物体在轴 Ox 上运动。

二、质点

1. 物理模型

在科学研究中,为了研究问题的方便,往往要根据研究问题的特征,选择物理模型。什么是物理模型呢?就是在研究问题时,强调其主要方面,忽略其次要方

面;强调其共性,忽略其个性,使问题简化而便于研究。这种用抽象的方法得出的理想模型就称为**物理模型**。如在研究地球绕太阳公转时把地球看成质点,就是强调了地球上所有物体绕太阳公转的共性,忽略了物体绕地轴转动的个性;强调了公转是问题的主要方面,忽略了地球的自转是问题的次要方面。物理模型还可以改变,如研究地球自转时就不能把地球看成质点,而应看成刚体了。

2. 质点

任何物体都有一定的大小和形状。一般来说物体运动时,内部各点的位置变化是各不相同的。因此要精确描述物体的一般运动不是一件简单的事。为使问题简化,我们对问题加以抽象:如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用,或所起的作用可以忽略不计,我们就可近似地把物体看作是一个没有大小和形状而只有质量的几何点,我们将其理想化并称其为**质点**。

什么情况下物体可以看成质点呢?其一,物体本身的线度比问题所涉及的线度小得多,此时物体形变及转动显得并不重要时,物体可以看成质点;其二,只作平动不作转动且形变可以忽略的物体可以看成质点,此时物体上各点的位移、速度、加速度都相同,物体上面任意一点的运动都可以代表整体的运动。

在质点力学里,往往习惯地把质点称为物体。

三、运动方程

1. 位置矢量 $\mathbf{r}$

为了表示运动物体的位置 P ,我们引入位置矢量的概念。**位置矢量**是从坐标原点向物体所在位置引出的一条有方向的线段,如图1-2所示。位置矢量有时也称**矢径**和**位矢**,用 $\mathbf{r}$ 表示。 $\mathbf{r}$ 相应的坐标为 x, y, z 。 x, y, z 也是 $\mathbf{r}$ 沿三个坐标的分量。位置矢量 $\mathbf{r}$ 的矢量表达式为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1-1)$$

位置矢量的大小(即位置矢量的模)为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2)$$

设位置矢量 $\mathbf{r}$ 与三个坐标轴的夹角分别为 α, β, γ ,由图 1-2 中的几何关系可知,位置矢量的三个坐标 x, y, z 与位置矢量 $\mathbf{r}$ 的大小的关系为

$$x = r\cos\alpha, y = r\cos\beta, z = r\cos\gamma \quad (1-3)$$

则位置矢量 $\mathbf{r}$ 的方向余弦为

$$\cos\alpha = x/r, \cos\beta = y/r, \cos\gamma = z/r \quad (1-4)$$

然而位置矢量 $\mathbf{r}$ 与三个坐标轴的夹角 α, β, γ 并不是独立的,只要其中两个夹角确

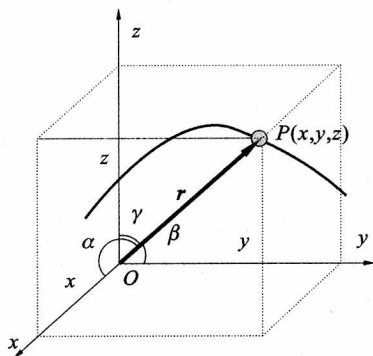


图 1-2 位置矢量

定了,则另外一个夹角也就确定了。将式(1-3)代入式(1-2)可得

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \quad (1-5)$$

也就是说位置矢量 $\mathbf{r}$ 与三个坐标轴的夹角 α, β, γ 的大小关系受式(1-5)约束。

在物理学中很多物理量是矢量,对于它们的诸如矢量表达式、矢量大小和矢量方向的表示,都可以仿照位置矢量 $\mathbf{r}$ 的表示来进行。

如果物体在平面内运动,就选其运动平面为平面直角坐标系的 Oxy 平面。它包括坐标原点 O 和两个相互垂直的坐标轴:轴 Ox 和轴 Oy 。则物体所在位置 P 的位置矢量 $\mathbf{r}$ 的矢量表达式就变为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \quad (1-6)$$

位置矢量的大小也变为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1-7)$$

位置矢量 $\mathbf{r}$ 的方向不必再用与三个坐标轴夹角 α, β, γ 的方向余弦表示,只需用与轴 Ox 的夹角 α 表示,如图 1-3 所示。因 $\mathbf{r}$ 的坐标为 x, y ,有

$$x = r\cos\alpha, y = r\sin\alpha \quad (1-8)$$

由此得

$$\tan\alpha = y/x \quad (1-9)$$

以此求出 α 的值,从而表示位置矢量的方向。

以上的讨论说明,如果物体在平面内运动,描述其运动的坐标系就由空间直角坐标系退化为平面直角坐标系。用平面直角坐标系描述物体的运动显然比用空间直角坐标系简单。

如果物体在一直线上运动,描述其运动的坐标系自然就由平面直角坐标系退化为只有一根轴的坐标系。用一根轴的坐标系描述物体的运动将更简单,这里不再赘述。

2. 运动方程

质点作机械运动时,其空间位置随时间而变化。这时质点的位置矢量 $\mathbf{r}$ 和坐标 x, y, z 都是时间的函数。表示质点位置矢量和坐标随时间变化的函数关系称为运动方程,写作

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-10)$$

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t) \quad (1-11)$$

知道了运动方程就能确定任意时刻质点的位置,从而确定质点的运动。力学的主要任务之一,就是根据问题的具体条件,求解质点的运动方程。运动质点在空间所经过的路径称为轨迹。质点的运动轨迹为直线时称物体作直线运动,运动轨迹为曲线时,称物体作曲线运动。式(1-11)为轨迹的参数方程,将式(1-11)的 t 消

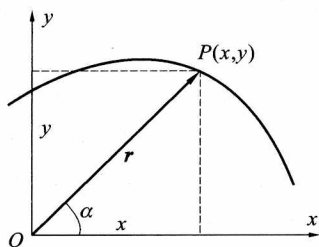


图 1-3 平面直角坐标中的位置矢量

去可得轨迹方程。轨迹方程是质点空间位置坐标之间相互关系的方程。

例题 1.1 一质点在平面上运动, 已知质点位置矢量的表达式为 $\mathbf{r} = bt^2\mathbf{i} + ct\mathbf{j}$, 其中 b, c 为常量, 求质点的轨迹方程。

解: 质点的运动方程为

$$x = bt^2, y = ct$$

消去 t , 得质点的轨迹方程为

$$x = b(y/c)^2 = by^2/c^2$$

此轨迹方程为抛物线方程, 故质点作抛物线运动。

四、位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$

物体在运动的过程中, 位置总是在变化的。设时刻 t 物体位于点 A , 经过 Δt 时间后到达点 B 。我们定义 Δt 时间内物体的位移矢量是从物体的起始位置 A 指向终止位置 B 引的一条有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 。位移矢量简称位移, 用 $\Delta\mathbf{r}$ 表示, 如图 1-4 所示。显然位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 的矢量表达式为

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{r} &= \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \\ &= (x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}) - (x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}) \\ &= (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \\ &= \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}\end{aligned}\quad (1-12)$$

位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 的大小和方向余弦都可以仿照求位置矢量的大小和方向的求法得出。但位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 的大小不能用 Δr 表示, 只能用 $|\Delta\mathbf{r}|$ 表示, 因

$$\begin{aligned}\Delta r &= r_2 - r_1 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \\ &\neq \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}\end{aligned}$$

如图 1-4 所示, Δl 表示从 A 到 B 轨迹的弧长, 即物体所走的路程。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, AB 间的弧长与弦长相等, 即有 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}l$, 但不会有 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}r$, 除非物体作直线运动。所以, 不少地方, 如稳恒磁场常把矢量 $\mathrm{d}\mathbf{r}$ 写成矢量 $\mathrm{d}l$ 。

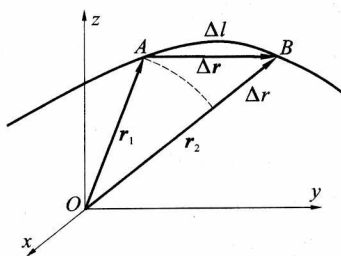


图 1-4 位移矢量

第二节 速度 加速度

一、速度矢量 $\mathbf{v}$

研究物体的运动, 不仅要知道物体的位移, 还有必要知道它运动的快慢程度,

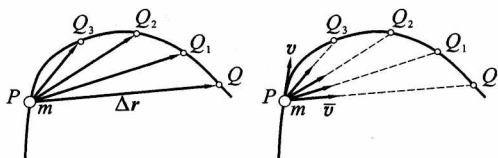


图 1-5 质点平均速度的方向
和瞬时速度的方向

因此引入速度矢量 v 。

1. 平均速度 $\bar{v}$

物体从时刻 t 到时刻 $t + \Delta t$ 这段时间内的平均速度 $\bar{v}$ 等于物体这段时间内完成的位移 Δr 除以完成这段位移所用的时间 Δt 。即

$$\bar{v} = \Delta r / \Delta t \quad (1-13)$$

可见,平均速度的方向与位移 Δr 的方向相同,如图 1-5 所示。

2. 瞬时速度 v

用平均速度虽能描述物体运动的快慢程度,但却是比较粗略的。如果要精确地知道物体某一时刻 t (或某一位置 P) 的运动情况,应使时间间隔 Δt 趋于零,用 Δt 趋于零时的平均速度,即瞬时速度 v 来描述。瞬时速度 v 的矢量表达式为

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k = v_x i + v_y j + v_z k \quad (1-14)$$

瞬时速度简称速度,它是位置矢量对时间的一阶导数,即速度是位移对时间的变化率。速度的方向就是当 Δt 趋近于零时,平均速度的极限方向,即 dr 的方向,也就是轨迹的切线方向,如图 1-5 所示。从式(1-14)可知,速度在各个坐标轴上的投影,即速度沿坐标的分量为

$$v_x = dx/dt, v_y = dy/dt, v_z = dz/dt \quad (1-15)$$

速度 v 的大小和方向可以仿照求位置矢量的大小和方向的方法得出。

3. 速率 v

速度 v 是矢量,有大小,有方向。在描述质点运动时,也常采用速率这个物理量。速率不考虑方向,是标量,它等于质点在单位时间内所走的路程。

平均速率是物体在 Δt 时间内走的路程 Δl 除以时间 Δt ,即

$$\bar{v} = \Delta l / \Delta t \quad (1-16)$$

当 Δt 趋近于零时平均速率 $\bar{v}$ 的极限值就是瞬时速率,简称速率,即

$$v = dl/dt \quad (1-17)$$

可见,速率是路程对时间的一阶导数,即是路程对时间的变化率。由于 $dl = |dr|$, 所以

$$v = dl/dt = |dr|/dt = |dr/dt| = |v|$$

该式说明瞬时速率就是瞬时速度的大小。但要注意,平均速率不是平均速度的大小。

在国际单位制中,速率和速度的单位为米·秒⁻¹,符号为 $m \cdot s^{-1}$ 。

二、加速度

物体作曲线运动时,在不同的位置,一般都有不同的速度,其速度的大小和方向都可能不同。为了研究速度的变化,我们引入加速度的概念。

1. 平均加速度 $\bar{a}$

与平均速度的定义相类似,我们把速度增量 Δv 与时间间隔 Δt 的比值称平均加速度,即

$$\bar{a} = \Delta v / \Delta t \quad (1-18)$$

可见,平均加速度的方向是速度增量 Δv 的方向。

2. 瞬时加速度 a

用平均加速度描述物体速度变化的程度,还是粗略的。为此引入瞬时加速度 a ,简称加速度。瞬时加速度 a 的矢量表达式为

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \quad (1-19)$$

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \quad (1-20)$$

瞬时加速度是速度矢量对时间的一阶导数,是位置矢量对时间的二阶导数。瞬时加速度的方向是平均加速度的极限方向,即 $d\mathbf{v}$ 的方向。由式(1-19)和式(1-20)可知,加速度在各个坐标轴上的投影为

$$a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2, a_y = dv_y/dt = d^2y/dt^2, a_z = dv_z/dt = d^2z/dt^2 \quad (1-21)$$

加速度 a 的大小和方向可以仿照求位置矢量的大小和方向的方法得出。

在国际单位制中,加速度的单位为米·秒⁻²,符号为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

三、质点运动学的两类问题

质点运动学中比较常见的需要求解的基本问题,大致可分为两类。

1. 第一类问题

已知质点的运动方程,求某一时刻质点的位置矢量或质点的速度、加速度的普遍表达式及其在某时刻的值,或求某一段时间内的位移,还可求轨迹方程,但主要是求速度和加速度。这些问题称为第一类问题。解这类问题的基本方法是,由前面几节的内容可知,将运动方程 $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ 对时间求一阶导数可求得速度,即 $\mathbf{v}=d\mathbf{r}/dt$;将运动方程 $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ 对时间求二阶导数,或者将 $\mathbf{v}=\mathbf{v}(t)$ 对时间求一阶导数可求得加速度,即 $\mathbf{a}=d\mathbf{v}/dt=d^2\mathbf{r}/dt^2$ 。

例题 1.2 一质点在 Oxy 平面内按照 $x=t^2, y=t^6/320$ 的规律运动,其中 x 和 y

的单位是厘米(cm), t 的单位是秒(s)。试求该质点:(1)从第 2 s 末到第 4 s 末的位移;(2)从第 2 s 末到第 4 s 末这段时间内的平均速度;(3)第 2 s 末和第 4 s 末的瞬时速度;(4)质点的轨迹方程。

解:题目所给质点的运动方程为

$$x=t^2, y=t^6/320$$

(1)求从第 2 s 末到第 4 s 末的位移。将 $t_1=2$ s, $t_2=4$ s 代入运动方程得两时刻的坐标分别为

$$x_1 = 2^2 \text{ cm} = 4.0 \text{ cm}, y_1 = 2^6/320 \text{ (cm)} = 0.20 \text{ cm}$$

$$x_2 = 4^2 \text{ cm} = 16.0 \text{ cm}, y_2 = 4^6/320 \text{ (cm)} = 12.8 \text{ cm}$$

从第 2 s 末到第 4 s 末的位移在坐标上的投影为

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 16.0 - 4.0 \text{ (cm)} = 12.0 \text{ cm}$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 12.8 - 0.2 \text{ (cm)} = 12.6 \text{ cm}$$

得位移 $\Delta \mathbf{r}$ 的大小为

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{12^2 + 12.6^2} \text{ cm} = 17.4 \text{ cm}$$

位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与轴 x 正方向的夹角为

$$\alpha = \arctan \frac{\Delta y}{\Delta x} = \arctan \frac{12.6}{12} = 46.4^\circ$$

(2)求从第 2 s 末到第 4 s 末这段时间内的平均速度。依定义,有

$$\overline{v_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12}{2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 6.0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\overline{v_y} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{12.6}{2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 6.3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

得平均速度 $\overline{\mathbf{v}}$ 的大小为

$$|\overline{\mathbf{v}}| = \sqrt{\overline{v_x}^2 + \overline{v_y}^2} = \sqrt{6.0^2 + 6.3^2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 8.7 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

或

$$|\overline{\mathbf{v}}| = |\Delta \mathbf{r}| / \Delta t = 17.4/2 \text{ (cm} \cdot \text{s}^{-1}) = 8.7 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向就是 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向,即平均速度 $\overline{\mathbf{v}}$ 与轴 x 正方向的夹角为 46.4° 。

(3)求第 2 s 末和第 4 s 末的瞬时速度。因

$$v_x = dx/dt = 2t, v_y = dy/dt = 3t^5/160$$

第 2 s 末速度的分量为

$$v_{1x} = 2 \times 2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 4.0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{1y} = 3 \times 2^5/160 \text{ (cm} \cdot \text{s}^{-1}) = 0.6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

大小为

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{4.0^2 + 0.6^2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 4.1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

与轴 x 正方向的夹角为

$$\alpha_1 = \arctan \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \arctan \frac{0.6}{4.0} = 8.5^\circ$$

第 4 s 末速度的分量为

$$v_{2x} = 2 \times 4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 8.0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{2y} = 3 \times 4^5 / 160 (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}) = 19.2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

大小为

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{8.0^2 + 19.2^2} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 20.8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

与轴 x 正方向的夹角为

$$\alpha_2 = \arctan \frac{v_{2y}}{v_{2x}} = \arctan \frac{19.2}{8.0} = 67.4^\circ$$

(4) 求质点的轨迹方程。由 $x = t^2$, 得 $t = \sqrt{x}$, 将其代入 $y = t^6 / 320$ 得轨迹方程为

$$y = x^3 / 320$$

例题 1.3 如图 1-6 所示, 在距离水面高为 h 的岸边有人用绳拉船靠岸, 船到岸边距离为 x 。当人以 v_0 的速率收绳时, 求船的速度、加速度的大小和方向。

解: 这是个典型的概念题, 先求船的运动方程, 通过运动方程再求速度、加速度。这里我们要注意的, v_0 是收绳的速率, 它应是 $v_0 = -dl/dt$ 。

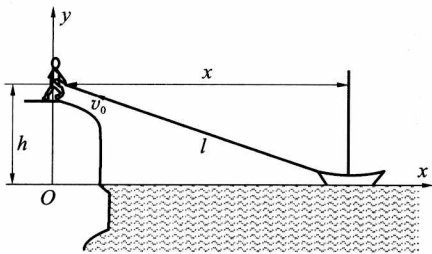


图 1-6 例题 1.3 用图

取如图 1-6 所示的坐标系。由几何关系可知, 小船的运动方程为

$$x = x(t) = \sqrt{l^2(t) - h^2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$

注意到 v_0 是收绳的速率, 有 $v_0 = -dl/dt$ 。由此得小船的速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2l dl/dt}{\sqrt{l^2 - h^2}} = -\frac{lv_0}{\sqrt{l^2 - h^2}} = -\frac{v_0 \sqrt{x^2 + h^2}}{x}$$

负号表示小船的运动方向与轴 x 的方向相反, 即小船向岸边驶去。下面求小船的加速度, 依加速度的定义, 有

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_0}{x} \cdot \frac{1}{2} \frac{2x dx/dt}{\sqrt{x^2 + h^2}} - v_0 \sqrt{x^2 + h^2} (-1) \frac{dx/dt}{x^2} = \frac{v_0 v h^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}}$$

将 $v = -v_0 \sqrt{x^2 + h^2} / x$ 代入式中, 得小船的加速度为

$$a = \frac{v_0 (-v_0 \sqrt{x^2 + h^2} / x) h^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}} = -\frac{v_0^2 h^2}{x^3}$$