
应 用 机 构 学

下 册

华东纺织工学院
机械原理与零件教研室
一九八二年三月

目 录

第五章 凸轮机构	1
§ 5-1 从动件的运动方程式	1
§ 5-2 用解析法设计平面凸轮的廓线	24
§ 5-3 平面凸轮基圆半径的确定	48
§ 5-4 平面凸轮机构运动分析的数值算法	71
§ 5-5 圆柱凸轮机构	83
第六章 周转轮系	104
§ 6-1 周转轮系的传动比	104
§ 6-2 周转轮系的受力分析	114
§ 6-3 封闭式周转轮系中的功率流	119
§ 6-4 周转轮系的效率	130
§ 6-5 行星轮系的效率	133
§ 6-6 周转轮系的应用	138
第七章 组合机构	152
§ 7-1 齿轮 — 凸轮机构	152
§ 7-2 凸轮 — 连杆机构	157
§ 7-3 齿轮 — 连杆机构	163
§ 7-4 带挠性的组合机构	182
第八章 机构综合的最优化方法	193
§ 8-1 机构最优设计的数学模型	193
§ 8-2 计算方法	204
§ 8-3 一维搜索方法	206
§ 8-4 多维无约束最优化方法	219
§ 8-5 多维有约束最优化方法	234
附录	
一、复数向量的运算	247
二、反正切函数值	250
三、解非线性方程式的下降法	251

第五章 凸轮机构

凸轮机构与连杆机构相比，其最大的优点是：只要选择适当轮廓尺寸，便可使从动件得到任意预定的运动规律；并且机构比较简单、紧凑，也便于综合。所以，凸轮机构在轻纺机械中获得了广泛的应用。这种机构的缺点是凸轮廓线的加工较为麻烦，且因其与从动件之间为点或线接触，故易于磨损。

凸轮机构的设计方法分图解法和分析法。鉴于电子计算机的推广应用，用分析法来设计凸轮廓线，不仅结果精确，而且简便易行。本章将按此要求阐明轻纺机械中常用的平面凸轮机构的一系列设计问题。

此外，我们还提供一种对平面凸轮机构进行运动分析的数值算法，该法可在给定凸轮廓线极座标值的情况下，计算从动件的位移、速度和加速度值。

本章还将扼要提及纺织机器中常用的圆柱凸轮的设计方法。

§ 5-1 从动件的运动方程式

用分析法设计凸轮的廓线，首先需要建立从动件运动规律的解析式。常用运动规律包括基本运动规律及其改进型运动规律，而基本运动规律又分两大类：一类是三角函数，另一类是多项式。下面分别讨论之。

一、三角函数基本运动规律

(一) 简谐运动（余弦加速度运动）规律

大家知道，当一动点沿圆周作等速运动时，该点在圆直径上投影的运动，通常称为简谐运动。按此，我们可列出从动件作简谐运动的位移、速度和加速度方程式：

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\phi_0} \phi \right) \\ V &= \frac{\pi h \omega}{2 \phi_0} \sin \frac{\pi}{\phi_0} \phi \\ a &= \frac{\pi^2 h \omega^2}{2 \phi_0^2} \cos \frac{\pi}{\phi_0} \phi \end{aligned} \right\} \quad (5-1)$$

式中：
 h —— 从动件的动程；
 ϕ_0 —— 与 h 对应的凸轮的转角（动程角）；
 ϕ —— 凸轮的角位移；
 ω —— 凸轮的角速度；
 s 、 v 、 a —— 从动件的位移、速度和加速度。

从上式可看出，从动件作简谐运动时其加速度按余弦规律变化。所以简谐运动又称为余弦加速度运动。图 5-1 所示为这种运动规律

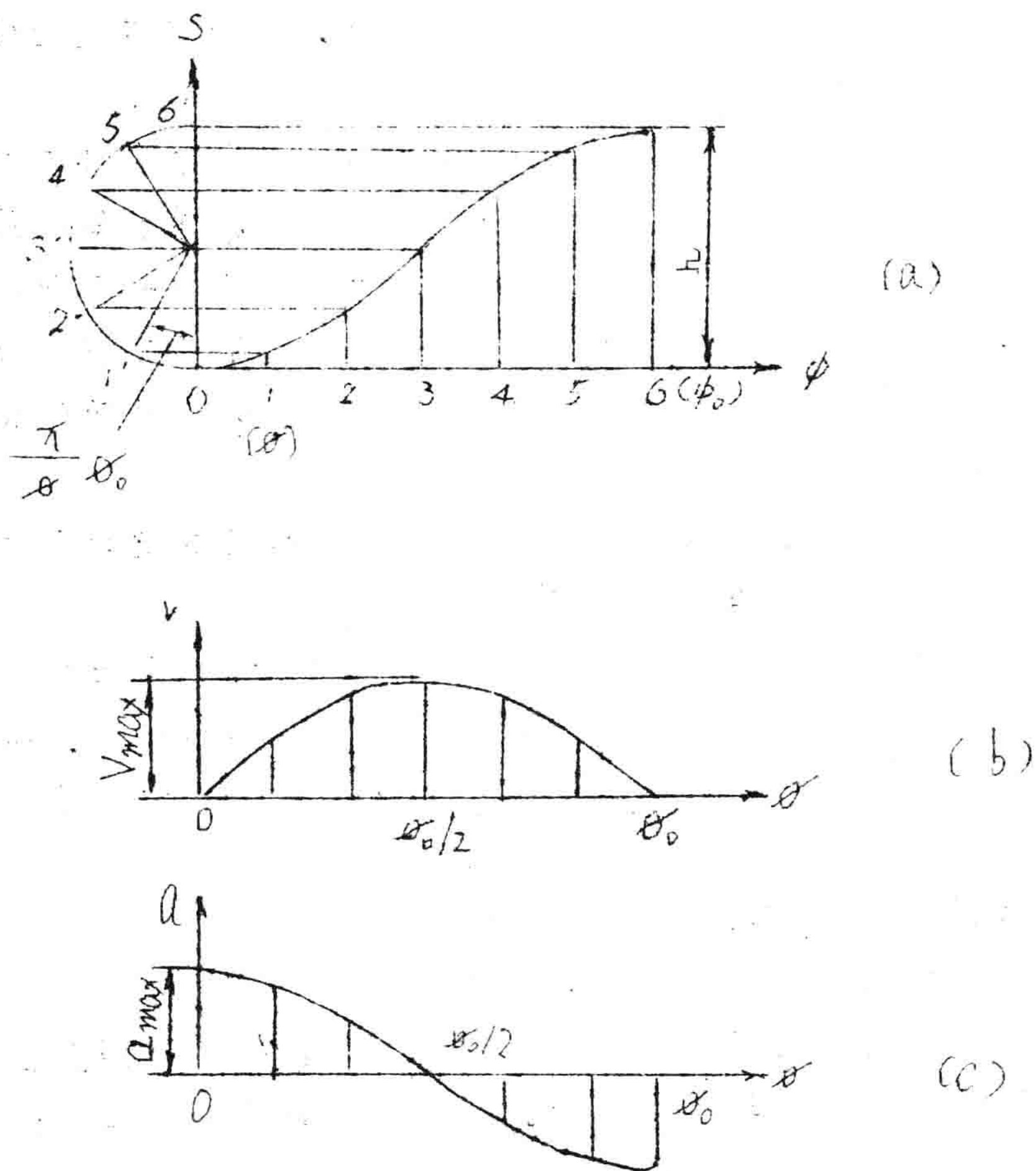


图 5-1

的位移、速度和加速度曲线。此时，凸轮角位移 ϕ 自 $0 \sim \phi_0$ ，从动件

完成一个动程 h 。其加速度曲线相当于余弦曲线的半个周期。由此可见。如将这种规律应用于“停——升——停”型运动。则在从动件的起始和终止位置。加速度曲线不连续。将产生“柔性冲击”。故它只适用于中、低速。而将这种规律用于“升——降——升”型运动。其加速度曲线就成为连续曲线。无“柔性冲击”。则仍可用于高速。

(二) 正弦加速度运动规律

这种运动规律的加速度方程是整个周期的正弦曲线。将其用于“停——升——停”型运动。从动件在起始和终止位置的加速度无突变。即无“柔性冲击”。有利于运转平稳。

正弦加速度运动的加速度、速度和位移方程式分别为：

$$\left. \begin{aligned} a &= C_1 \sin \frac{2\pi}{t_0} t \\ V &= \int a dt = -C_1 \frac{t_0}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{t_0} t + C_2 \\ S &= \int V dt = -C_1 \frac{t_0^2}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{t_0} t + C_2 t + C_3 \end{aligned} \right\} \quad (5-2)$$

按边界条件：

$$t = 0 \text{ 时, } S = 0, \text{ 则 } C_3 = 0$$

$$t = 0 \text{ 时, } V = 0, \text{ 则 } C_2 = C_1 \frac{t_0}{2\pi}$$

将 C_1 、 C_2 、 C_3 及 $t_0 = \phi_0 / \omega$ 和 $t = \phi / \omega$ 代入式 (5-2)。经演化后得：

$$\left. \begin{aligned} S &= h \left(\frac{\phi}{\phi_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\phi_0} \phi \right) \\ V &= \frac{h\omega}{\phi_0} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\phi_0} \phi \right) \\ a &= \frac{2\pi h\omega^2}{\phi_0^2} \sin \frac{2\pi}{\phi_0} \phi \end{aligned} \right\} \quad (5-3)$$

这种运动规律的位移、速度和加速度曲线如图 5-2 所示。

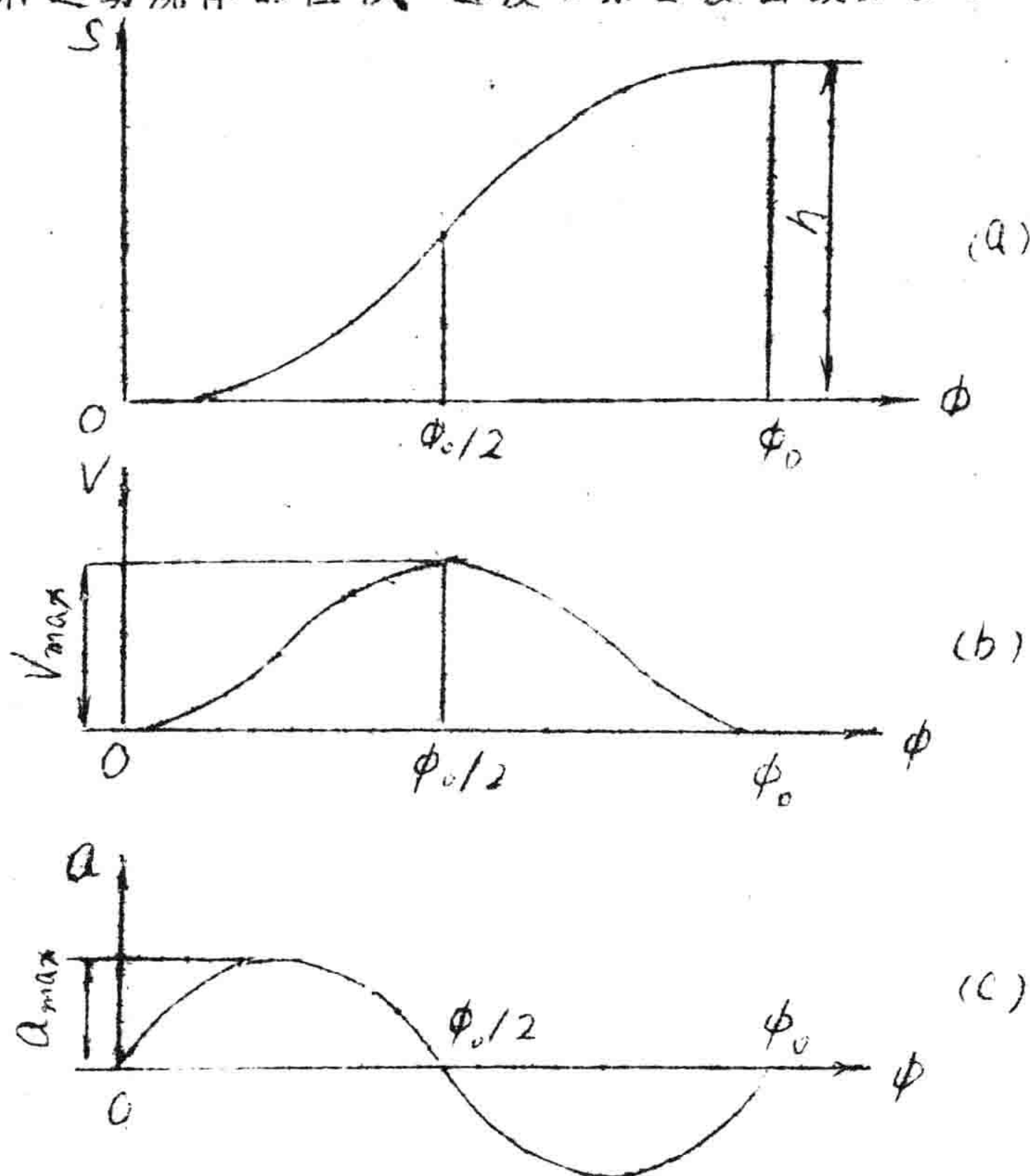


图 5-2

二、多项式类基本运动规律

这类运动规律的位移方程式的一般形式为：

$$S = C_0 + C_1\phi + C_2\phi^2 + \dots + C_n\phi^n \quad (5-4)$$

式中， C_0 、 C_1 、 $C_2 \dots C_n$ 为系数。常用的等速、等加速等减速和五次多项式运动规律均属此类。

(一) 等速运动规律

在式 (5-4) 中， $C_2 = C_3 = \dots = C_n = 0$ ，并依次对时间取导两次得：

$$\left. \begin{aligned} S &= C_0 + C_1\phi \\ V &= C_1\omega \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-5)$$

按边界条件:

$$\varphi = 0 \text{ 时, } S = 0, \text{ 故 } C_0 = 0$$

$$\varphi = \varphi_0 \text{ 时, } S = h, \text{ 故 } C_1 = \frac{h}{\varphi_0}$$

代入上式得:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h}{\varphi_0} \varphi \\ V &= \frac{h}{\varphi_0} \omega \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-6)$$

其相应的位移、速度和加速度线图如图 5-3 所示。这种规律如用于“停——升——停”型运动。则从动件在始、末位置有正、负无穷大的加速度。产生理论上为无穷大的惯性力。出现所谓“刚性冲击”。所以，单纯采用等速运动规律以实现“停——升——停”运动是不合适的。需要在此基础上加以改进。可参阅本节第三部分。

(二) 等加速 等减速运动规律

对于等加速（或等减速）运动规律，可在式（5-4）中，令 $C_3 = C_4 = \dots = C_n = 0$ ，并依次对时间取导两次后得：

$$\left. \begin{aligned} S &= C_0 + C_1 \varphi + C_2 \varphi^2 \\ V &= C_1 \omega + 2C_2 \omega \varphi \\ a &= 2C_2 \omega^2 \end{aligned} \right\} \quad (5-7)$$

在等加速等减速的前半段，即等加速区间，按其边界条件：

$$\varphi = 0 \text{ 时, } S = 0, \quad V = 0, \quad \text{则 } C_0 = C_1 = 0$$

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{2} \text{ 时, } S = \frac{h}{2}, \quad \text{则 } C_2 = \frac{2h}{\varphi_0^2}$$

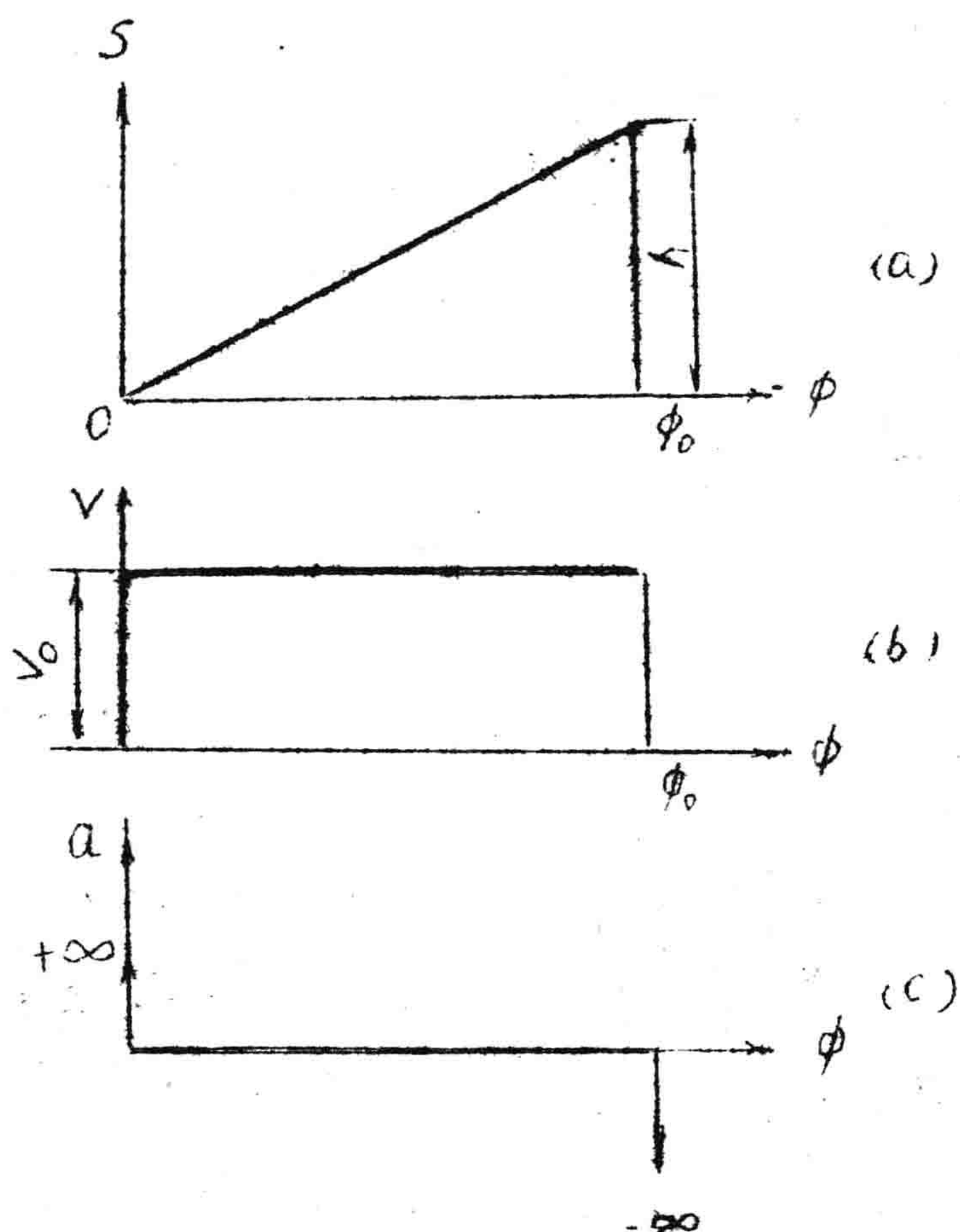


图5 - 3

以 C_0 、 C_1 和 C_2 代入式 (5-7) 得:

$$\left. \begin{aligned} S &= 2h \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 \\ v &= \frac{4h\omega}{\phi_0} \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) \\ a &= \frac{4h\omega^2}{\phi_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \phi \leq \phi_0/2) \quad (5-8)$$

同理。可按等减速区间的边界条件求得其位移、速度和加速度方程式。此外，我们还可以用更简便的方法来推导。在图 5-4a 所示的位移曲线上取两点：A($\varnothing, S_A$)、B($\varnothing_0 - \varnothing, S_B$)。由于等减速与等加速运动规律的“对称性”，所以 S_B 与 S_A 有如下关系：

$$S_B = h - S_A$$

式中， S_A 按式 (5-7) 计算。 S_B 即为待求的等减速区间的位移。今去掉 S 的“下标”，分别以 $(\varnothing_0 - \varnothing)$ 和 $(h - S)$ 替代式 (5-8) 中的 $\varnothing$ 和 S ，然后依次对时间取导两次，则得等减速的位移、速度和加速度方程式：

$$\left. \begin{aligned} S &= h - \frac{2h}{\varnothing_0^2} (\varnothing_0 - \varnothing)^2 \\ V &= \frac{4h\omega}{\varnothing_0} \left(1 - \frac{\varnothing}{\varnothing_0} \right) \\ a &= -\frac{4h\omega^2}{\varnothing} \end{aligned} \right\} \quad (\varnothing_0/2 \leq \varnothing \leq \varnothing_0) \quad (5-9)$$

这种运动规律的位移、速度和加速度曲线如图 5-4 所示。它在始点和终点虽没有正负无穷大的加速度值，但在这两点加速度突变，即存在“柔性冲击”。在高速情况下，振动、冲击仍很剧烈，因而在一定程度上限制了这种运动规律的使用。

(三) 五次多项式运动规律

在式 (5-4) 中，令 $C_6 = C_7 = \dots = C_n = 0$ ，可得五次多项式运动规律的位移方程式，并依次对时间取导两次后得：

$$\left. \begin{aligned} S &= C_0 + C_1\varnothing + C_2\varnothing^2 + C_3\varnothing^3 + C_4\varnothing^4 + C_5\varnothing^5 \\ V &= \omega (C_1 + 2C_2\varnothing + 3C_3\varnothing^2 + 4C_4\varnothing^3 + 5C_5\varnothing^4) \\ a &= \omega^2 (2C_2 + 6C_3\varnothing + 12C_4\varnothing^2 + 20C_5\varnothing^3) \end{aligned} \right\} \quad (5-10)$$

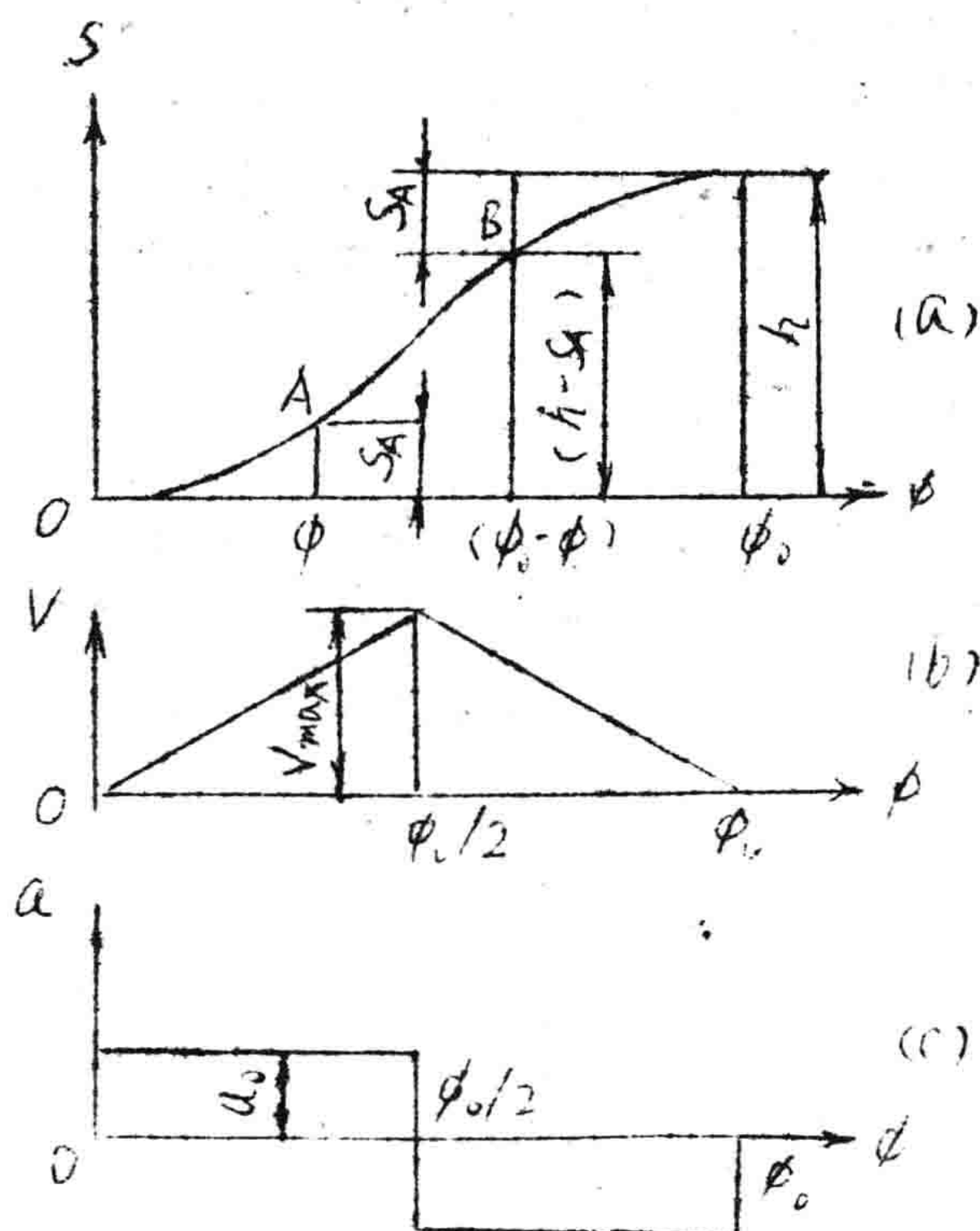


图 5-4

式中有 C_0 、 C_1 、 $\dots$ 、 C_5 六个系数，可按六个边界条件确定，即根据从动件在起始和终止位置的位移、速度和加速度求得。按此有：

$$\phi = 0 \text{ 时, } S = 0, \quad V = 0, \quad a = 0$$

则 $C_0 = C_1 = C_2 = 0$

$$\phi = \phi_0 \text{ 时, } S = h, \quad V = 0, \quad a = 0$$

代入式 (5-10)：

$$\left. \begin{aligned} C_3\phi_0^3 + C_4\phi_0^4 + C_5\phi_0^5 &= h \\ 3C_3\phi_0^2 + 4C_4\phi_0^3 + 5C_5\phi_0^4 &= 0 \\ 6C_3\phi_0 + 12C_4\phi_0^2 + 20C_5\phi_0^3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

上式为一个含有未知数 C_3 、 C_4 和 C_5 的线性方程组。解之得：

$$C_3 = 10h/\phi_0^3, \quad C_4 = -15h/\phi_0^4, \quad C_5 = 6h/\phi_0^5$$

代入式 (5-10)：

$$\left. \begin{aligned} S &= h \left[10 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 - 15 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^4 + 6 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^5 \right] \\ v &= \frac{h\omega}{\phi_0} \left[30 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 - 60 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 + 30 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^4 \right] \\ a &= \frac{h\omega^2}{\phi_0^2} \left[60 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right) - 180 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 + 120 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 \right] \end{aligned} \right\} \quad (5-11)$$

图 5-5 为这种运动规律的位移、速度和加速度曲线。由此可见。

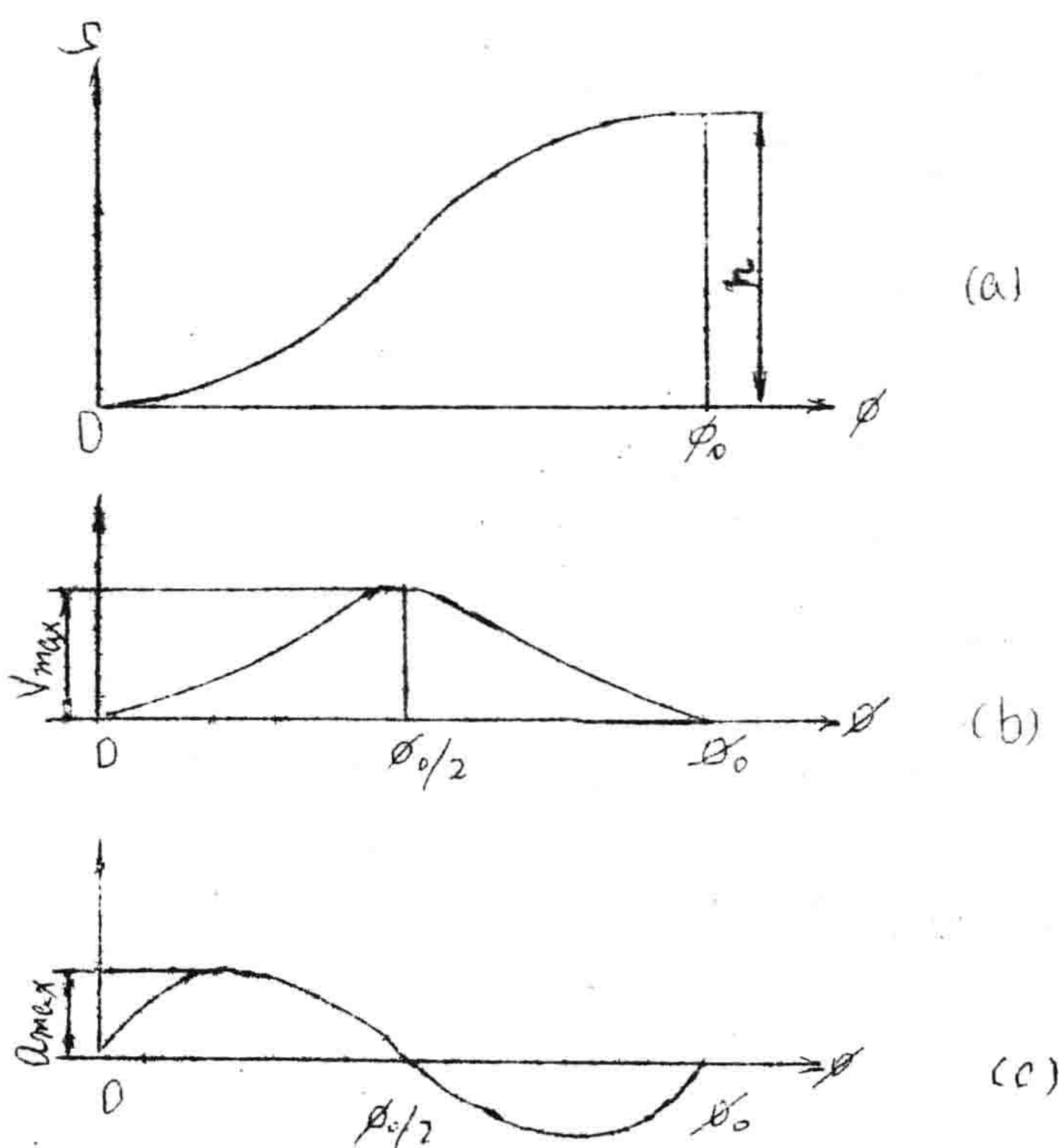


图 5-5

它的加速度变化比较缓和,因而常在较高速度的凸轮机构中使用。至于更高次方者,如七次多项式运动规律,再增添两个系数,可相应增设两个边界条件,以控制从动件在始、末位置的加速度变化率。但在一般情况下并无此严格要求。

三、改进型运动规律

上述各种基本型运动规律各有一定的优点和缺点,我们可取其所长,去其所短,从而获得相应的改进型运动规律。通常,它是以某种基本运动规律为基础,用其它运动规律与其结合。所以改进型运动规律实际上也是一种组合运动规律。对于中、高速凸轮,当采用不同的运动规律组合成改进型运动规律时,为了避免“刚性冲击”和“柔性冲击”,它们在连接点处的位移、速度和加速度应分别相等。这就是两运动规律组合时必须满足的边界条件。下面介绍几种典型的改进型运动规律。

(一) 改进型等速运动规律

由前所述,等速运动规律在始、末点存在“刚性冲击”,故需加以改进,成为改进型等速运动规律。改进的方法是在始、末两端用正弦加速度曲线、余弦加速度曲线或其它曲线进行光滑连接。

1. 余弦加速度与等速运动规律组合

这种运动规律的位移、速度和加速度曲线如图 5-6 所示。常用的是 $\phi_1 = \phi_2$ 的对称曲线, ϕ_1 (或 ϕ_2) 可在 $0 \sim \phi_0/2$ 范围内选取。如 $\phi_1 = 0$, 则为等速运动规律; 如 $\phi_1 = \phi_0/2$, 则为余弦加速度运动规律。由此可见,当 $0 < \phi_1 < \phi_0/2$ 时,这种运动规律的特性必介于等速和余弦加速度运动规律之间。它适用于工作行程需等速的“升—降—升”型运动。通常取 $\phi_1 = \phi_2 = \phi_0/4$ 。下面来推导这种运动规律的位移、速度和加速度方程式。

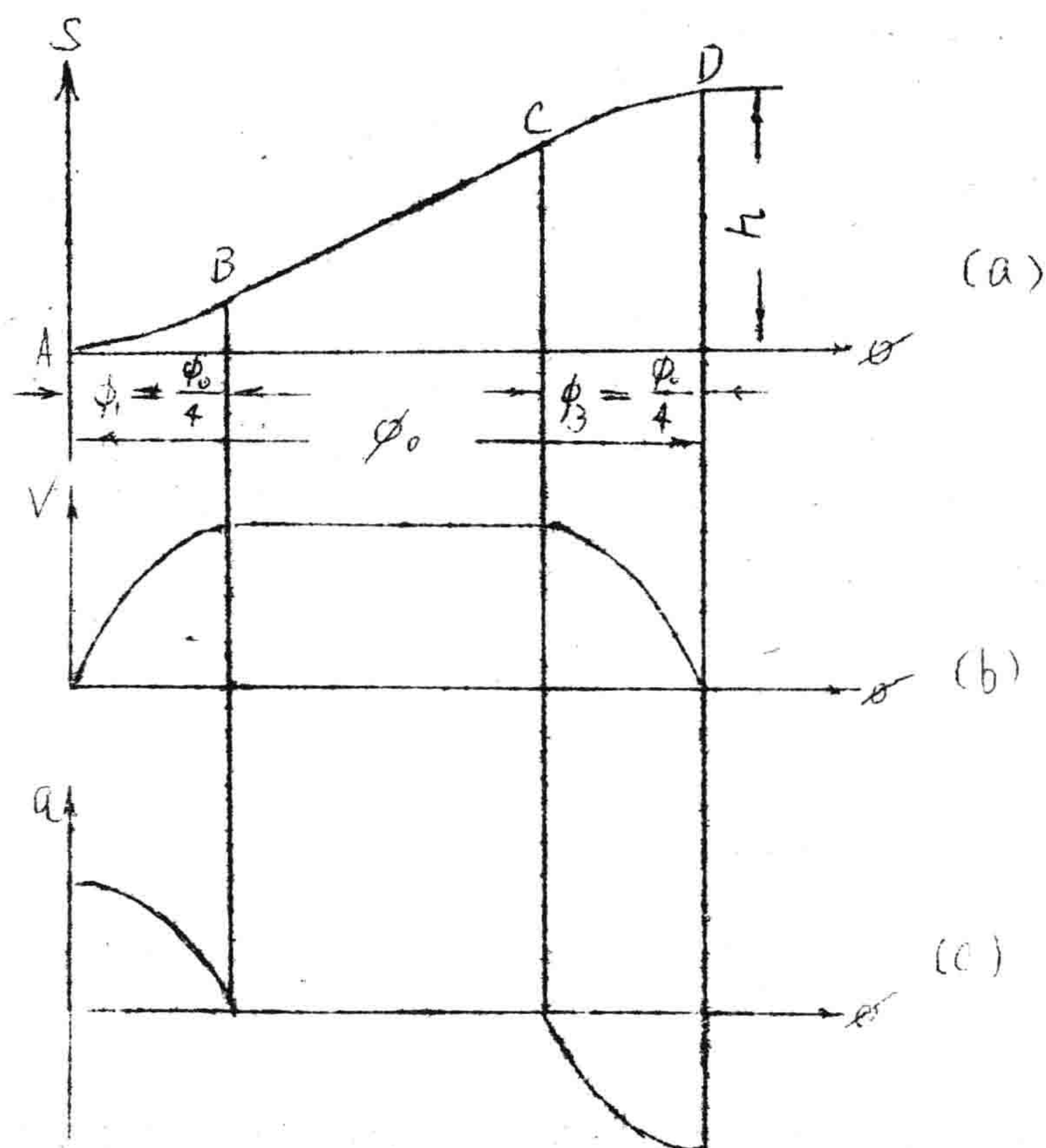


图 5-6

在式(5-1)中,从动件完成一次简谐运动,凸轮相应的转角为 ϕ_0 。而本题在除去BC段(等速部分)的 $\phi_0/2$,剩下AB与CD段(简谐运动部分)的和也是 $\phi_0/2$,故应以 $\phi_0/2$ 替代式(5-1)中的 ϕ_0 。该式中的 h 为从动件作纯简谐运动时的动程,当然不同于图5-6a中的 h ,为区别起见,前者以 h' 表示。经这样变换后,将式(5-1)改写为:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h'}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varnothing_0} \varnothing \right) \\ V &= \frac{\pi h' \omega}{\varnothing_0} \sin \frac{2\pi}{\varnothing_0} \varnothing \\ a &= \frac{2\pi^2 h' \omega^2}{\varnothing_0^2} \cos \frac{2\pi}{\varnothing_0} \varnothing \end{aligned} \right\} \quad (5-12)$$

上式可应用于 AB 段， h' 为待定的一个常量。以 $\varnothing = \varnothing_0 / 4$ 代入该式可得点 B 处的位移、速度和加速度：

$$\left. \begin{aligned} S_B &= \frac{h'}{2} \\ V_B &= \frac{\pi h' \omega}{\varnothing_0} \\ a_B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-13)$$

对于 BC 段，可引用式 (5-5)，但因等速部分自 $\varnothing_0 / 4$ 开始，故应以 $(\varnothing - \varnothing_0 / 4)$ 代替原式中的 $\varnothing$ ，由此得：

$$\left. \begin{aligned} S &= C_0 + C_1 \left(\varnothing - \frac{\varnothing_0}{4} \right) \\ V &= C_1 \omega \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-14)$$

在点 B 处， $\varnothing = \varnothing_0 / 4$ ， $S = S_B$ ， $V = V_B$ ， $a = a_B = 0$ ，则将式 (5-13) 代入上式得：

$$C_0 = \frac{h'}{2}, \quad C_1 = \frac{\pi h'}{\varnothing_0}$$

于是，式 (5-14) 可写为：

$$\left. \begin{aligned} S &= h' \left(\frac{1}{2} + \pi \left(\frac{\varphi}{\varphi_0} - \frac{1}{4} \right) \right) \\ V &= \frac{\pi h' \omega}{\varphi_0} \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-15)$$

为了确定 h' ，可令 $\varphi = \varphi_0/2$ ， $S = h/2$ 代入上式，解得：

$$h' = \frac{2h}{\pi + 2}$$

再依次代入式 (5-12) 和 (5-15) 得 AB 段和 BC 段的运动方程式：

AB 段： $0 \leq \varphi \leq \varphi_0/4$

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h}{\pi + 2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varphi_0} \varphi \right) \\ V &= \frac{2\pi h \omega}{(\pi + 2) \varphi_0} \sin \frac{2\pi}{\varphi_0} \varphi \\ a &= \frac{4\pi^2 h \omega^2}{(\pi + 2) \varphi_0^2} \cos \frac{2\pi}{\varphi_0} \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5-16)$$

BC 段： $\varphi_0/4 \leq \varphi \leq 3\varphi_0/4$

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{h}{\pi + 2} \left[1 + 2\pi \left(\frac{\varphi}{\varphi_0} - \frac{1}{4} \right) \right] \\ V &= \frac{2\pi h \omega}{(\pi + 2) \varphi_0} \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

对于 CD 段： $3\varphi_0/4 \leq \varphi \leq \varphi_0$ ，因其与 AB 段“对称”，故可按本节二、(二)所述的“对称”性质导出：

$$\left. \begin{aligned}
 S &= h - \frac{h}{\pi + 2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\phi_0} \phi \right) \\
 V &= -\frac{2\pi h \omega}{(\pi + 2)\phi_0} \sin \frac{2\pi}{\phi_0} \phi \\
 a &= -\frac{4\pi^2 h \omega^2}{(\pi + 2)\phi_0^2} \cos \frac{2\pi}{\phi_0} \phi
 \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

2. 正弦加速度与等速运动规律组合

这种组合运动规律的位移、速度和加速度曲线如图 5-7 所示。

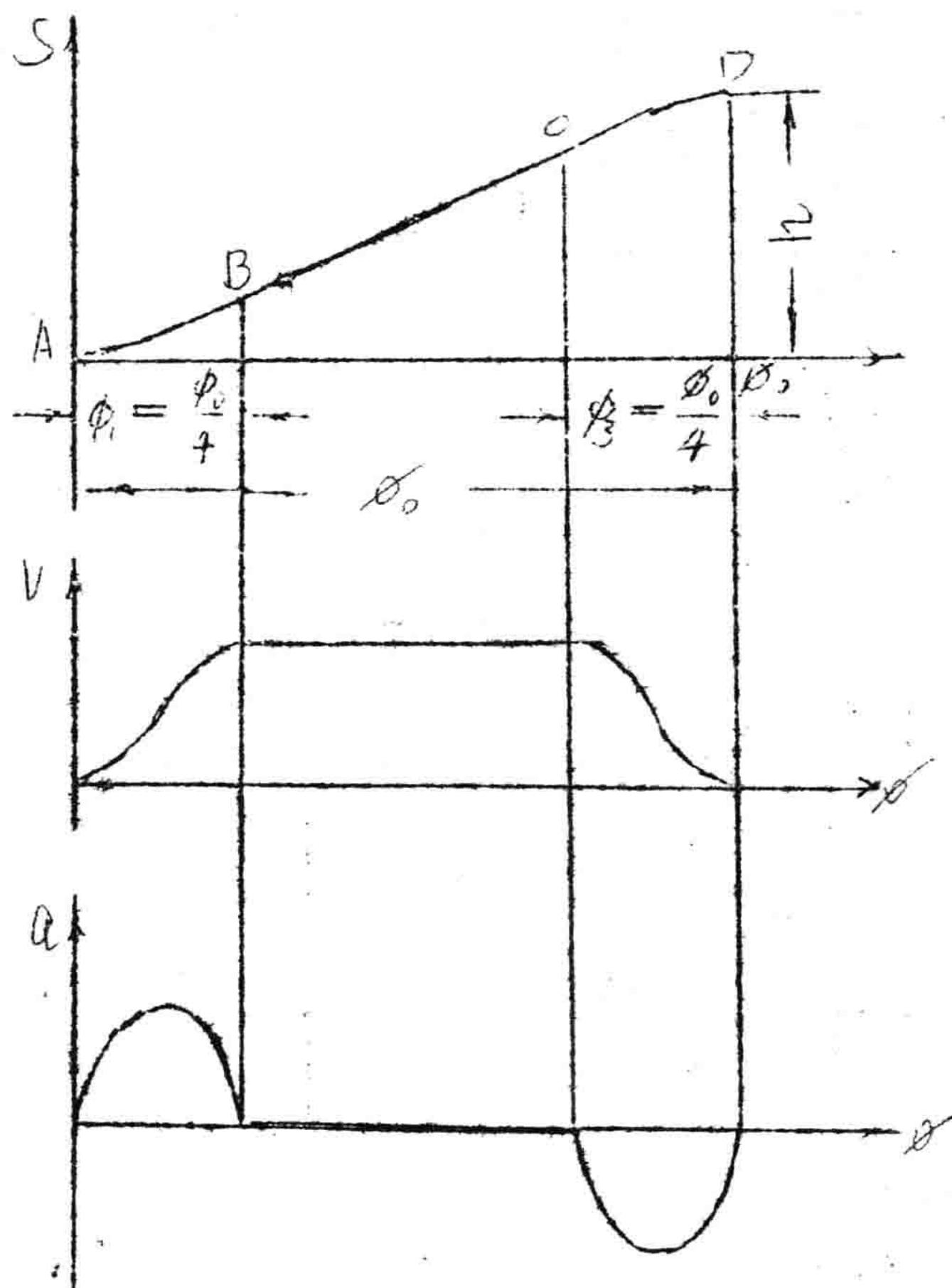


图 5-7

通常取 $\phi_1 = \phi_3 = \phi_0 / 4$ 。它在始、末两点处的加速度均为零。故可用于工作行程需等速的“停——升——停”运动。

今以 $\phi_0 / 2$ 和 h' 分别替换式 (5-3) 中的 ϕ_0 和 h 。则有：

$$\left. \begin{aligned} S &= h' \left(\frac{2\phi}{\phi_0} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{4\pi}{\phi_0} \phi \right) \\ V &= \frac{2h'\omega}{\phi_0} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{\phi_0} \phi \right) \\ a &= \frac{8\pi h'\omega^2}{\phi_0^2} \sin \frac{4\pi}{\phi_0} \phi \end{aligned} \right\} \quad (5-19)$$

上式可应用于 AB 段。 h' 为从动件作纯正弦加速度运动的动程。以 $\phi = \phi_0 / 4$ 代入该式求得点 B 处的位移、速度和加速度：

$$\left. \begin{aligned} S_B &= \frac{h'}{2} \\ V_B &= \frac{4h'\omega}{\phi_0} \\ a_B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

对于 BC 段，可直接应用式 (5-14)，并用上述相同的方法确定：

$$C_0 = \frac{h'}{2}, \quad C_1 = \frac{4h'}{\phi_0}$$

这样，式 (5-14) 可写为：

$$\left. \begin{aligned} S &= h' \left(\frac{4\phi}{\phi_0} - \frac{1}{2} \right) \\ V &= \frac{4h'\omega}{\phi_0} \\ a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5-21)$$