- 家特色专业建设点建设项目
- 东省高等学校重点专业建设项目
- 广东省本科教学改革立项项目
- 华南师范大学卓越计划项目

数学实验系列教程

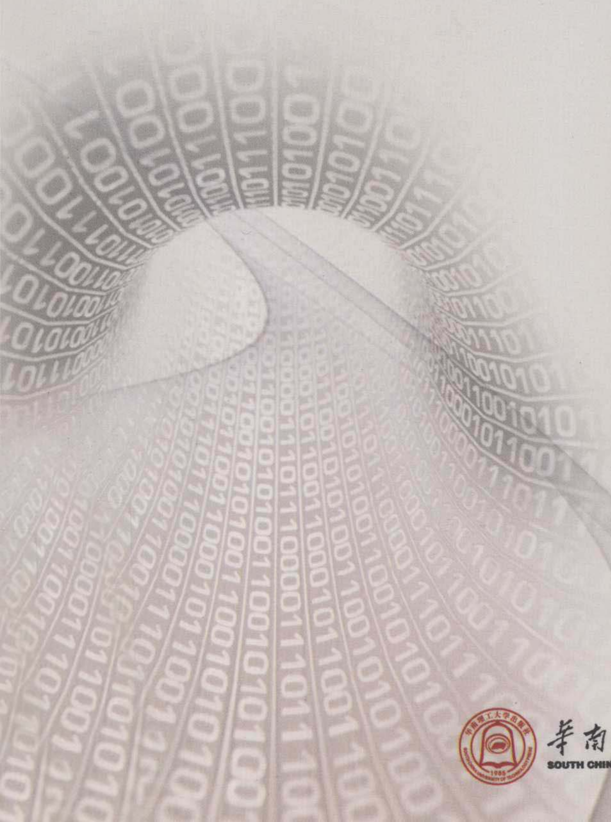
系列教程主编/冯伟贞

金融数学与金融工程 实验教程

JINRONG SHUXUE YU JINRONG GONGCHENG SHIYAN JIAOCHENG

主　编　陈奇斌

副主编　熊志斌　易建新　杨　舟



华南理工大学出版社

SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

数 学 实 验 系 列 教 程

系列教程主编/冯伟贞

金融数学与金融工程
实验教程

JINRONG SHUXUE YU JINRONG GONGCHENG SHIYAN JIAOCHENG

主　编　陈奇斌

副主编　熊志斌　易建新　杨　舟

華南理工大學出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS
·广州·

内容简介

本书为金融数学与金融工程及相关专业实验辅导教材。第 1 章为计量经济学实验；第 2 章为金融时间序列分析实验；第 3 章为投资学实验；第 4 章为金融衍生品实验；第 5 章为综合实验案例，由两个金融建模分析作品构成。

本书可作为金融数学、金融工程及其他与经济学、金融学相关专业的实验教材及辅导用书。

图书在版编目（CIP）数据

金融数学与金融工程实验教程 / 陈奇斌主编．—广州：华南理工大学出版社，2012.7

（数学实验系列教程/冯伟贞主编）

ISBN 978 - 7 - 5623 - 3702 - 7

Ⅰ．①金…　Ⅱ．①陈…　Ⅲ．①金融—经济数学—高等学校—教材　②金融工程—高等学校—教材　Ⅳ．①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 164703 号

金融数学与金融工程实验教程

主编　陈奇斌　副主编　熊志斌，易建新，杨舟

出版发行：华南理工大学出版社

（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）

http：//www.scutpress.com.cn　　E-mail：scutc13@scut.edu.cn

营销部电话：020 - 87113487　87111048（传真）

策划编辑：何丽云　黄丽谊

责任编辑：易翠娥　黄丽谊

印 刷 者：广州市穗彩彩印厂

开　　本：787mm×1092mm　1/16　**印张**：10.5　**字数**：218 千

版　　次：2012 年 7 月第 1 版　2012 年 7 月第 1 次印刷

定　　价：28.00 元（含光盘）

“数学实验系列教程”

序　言

实验是科学家根据确定的认识目的，应用特定的物质手段，对认识对象进行控制，使对象按照自身的意愿发生变化，从而对认识对象进行观察和分析的认识方法。因此，实验是获取认知经验、探求对认识对象的控制手段或技术的重要途径。

数学具有经验与演绎二重性，“数学的源泉就在于思维与经验的反复出现的相互作用”（D. 希尔伯特），“数学有两个侧面，一方面它是欧几里得式的严谨科学，从这个方面看数学像是一门演绎科学；但另一方面，创造过程中的数学看起来却像一门试验性的归纳科学”（G. 波利亚，《数学与猜想》）。

数学具有科学与技术两种品质。一般认为科学回答“是什么与为什么”，技术说明“做什么和怎么做”。应用数学大致分成三类：第一类是应用数学的理论基础研究；第二类是数学与别的学科领域的交叉渗透，以解决该学科中重要数学结构有关问题为目的；第三类面向国民经济系统、军事系统和社会发展系统，以解决这三大系统中提出的现实问题为目标。在第二、第三类的数学应用推进过程中，数学建模、数据挖掘、数值计算、统计、仿真等数学技术获得突飞猛进的发展。有众多的实例说明，数学技术已经在多个领域成为直接的生产力。计算机的本质是数学机器，它使数学知识与数学实践活动得到有效联结，并在最近的几十年使数学技术得到空前的发展。发展至今天的数学技术的运用与进一步发展对计算机有强烈的依赖。

数学的经验性及技术品质凸显了数学发展对实验的需求。1988 年，美国 Rossciacr 技术学院正式引入数学实验课。1989 年，美国的 Mount Holyke College 数学系集体编写了第一本专门教材《数学实验室》。新事物的诞生引起了广泛的关注，并在“什么是数学实验”这个问题上形成了百家争鸣的局面，也因此产生了不同定位的数学实验教材。

本系列教程的编者对以下数学实验定义有较多的认同：“数学实验是在一定的数学思想和数学理论指导下，经过某种预先的组织设计，借助于一定的仪器和技术手段，进行数学化操作，包括对客观事物的数量化特性进行观察、抽样、测试、检验、逼近、仿真等，进而解决数学和科学问题的一类科学研究方法。”这段定义强调的是数学实验在数学研究过程中有“经验获取”的重要地位，提出“客观事物的量化特性”为数学实验的对象，“观察、抽样、测试、检验、逼近、仿真”等是数学实验的主要方法，强调数学实验中“数学技术手段”、“实验工具”运用的重要性。这段定义对数学实验的本质作了较好的阐释。

作为数学教育过程中的数学实验活动，G. 波利亚作出过如下解释：“数学实验活动是在一定的（数学学习、研究、发现）目标的指导下，对具有一定数学意义的实物、模型、事物，以及数字、图形、式子、题目等，进行观察、变换、制作、演示、求解以获取感性认识和数学信息的活动，而这实际上也就是一种数学研究活动（的初级阶段）。”这段解释与前面的数学实验的定义本质上基本吻合，但更强调的是：数学实验，作为数学教育过程中的一种“活动”，是为学生建造的一个直接感知数学、获取经验、形成基本数学技能的重要平台。

“数学实验系列教程”的编写侧重于为大学生建造数学学习中必要的数学实验活动平台。本系列教程以多种背景下的量化模式与结构为实验对象，以计算机为主要实验工具展开论述。教程中的实验设计力图让学生“获取对数学的感性认识和数学信息”，了解数学实验的方法。教程中的实验设计强调计算机技术的运用，并融入了初步的数学技术运用体验。

“数学实验系列教程”包括《数学基础实验教程》、《金融数学与金融工程实验教程》、《信息与计算科学实验教程》及《统计学实验教程》四个分册。《数学基础实验教程》的内容与“高等数学”及“线性代数”两门课程相应，对所有数学专业及非数学专业学生适用。《金融数学与金融工程实验教程》、《信息与计算科学实验教程》及《统计学实验教程》的内容分别和金融数学与金融工程、信息与计算科学、统计学三个专业（方向）主干课程相应。《金融数学与金融工程实验教程》也可作为一般经济类专业在强化量化处理方法学习方面的参考用书；《信息与计算科学实验教程》是基本数值计算方法计算机实现的学习用书，对计算机专业及其他一般理工科学生而言也有重要参考价值；《统计学实验教程》可作为“概率论与数理统计”、“统计学”课程教学的参考用书。

本系列教程能兼顾教学上开展同步实验及阶段性实验的要求，也可作为数学各专业方向独立开设实验课程的主教材。各分册编写组在编写过程中对相应数学方向的实验思想、方法及手段作了认真的思考及提炼，并充分考虑实验者的基础及能力作内容编排，使各分册内容自具相应专业（方向）的特色。

“数学实验系列教程”的编写得到国家特色专业建设点建设项目、广东省高等学校重点专业建设项目、广东省本科教学改革立项项目“数学技术人才培养模式的构建与实践”及华南师范大学卓越计划项目的支持。

在编写过程中，编者感受到，我国的数学实验教学还处在一个亟待完善的阶段。本系列教程的编写与使用也是一种积极的探索和体验。本系列教程中难免有疏漏和不足之处，敬请读者批评指正，以使我们能够获得更大进步。

冯伟贞
2012 年 5 月于华南师范大学

前　言

金融数学与金融工程本科专业方向不应妄求立即将学生培养成学术明星或金融精英，但是应竭力使学生具备在学术研究或金融实务方面继续学习和研究的坚实基础。为达此目的，对学生的培养应注重两个基础：坚实的数学基础、充分的经济学和金融学基础，并在此两大基础上初步尝试用数理分析和计量分析的方法解决高深的经济与金融问题。

理论与实践相结合，是有效地学习任何知识和技能的必经之路。金融数学与金融工程专业方向也不例外。本专业方向的大多数课程既有严谨的理论体系，又具有很强的实践操作性，对这些知识和技能的理解和掌握就必须在理论和实践两方面共同展开。

现今大多数的经济学与金融学理论和模型都以一定数理结构的形式呈现，抽象的数学模型在使模型演绎过程得以简化的同时，也使理论在一定程度上失去了直观性。如果能够用实验的方法再现理论模型的结构，将有助于学习者对理论模型的理解和把握，提高他们正确使用理论模型的能力。

另一方面，经济学与金融学理论模型往往都是为揭示某一规律或完成某一任务而被提出的，因此提高学习者正确使用理论模型的能力的另一个重要途径是，在现实环境中检验或使用理论模型，检验理论模型在给定环境中的真实性，或利用理论模型去完成给定的任务。这种学习方式虽然具有明显的实践形式，但是其主要目的依然是帮助学习者理解和掌握理论模型，我们不妨也称之为实验。

本书正是在上述认识的指导下，经过多年教学实践所积累的成果。金融数学与金融工程专业方向包括的课程众多，各课程又包含大量的知识点和理论模型，因此需要设计大量的实验活动伴随整个教学过程，我们不可能一一在此呈现。

本书第 1 章由计量经济学的三个重要实验构成，试图利用计算机程序模拟的方法，再现计量经济学中经典假设条件下线性回归模型的最小二乘估计法、异方差性和自相关性等三个基础模型的理论结构，帮助学习者正确理解最小二乘估计量的性质、异方差性的性质及解决方法、自相关性的性质及解决方法。第 2 章为金融时间序列分析实验，由两个实践性实验所构成，分别就如何利用综合分析的方法对非平稳时间序列进行分析与预测，如何利用协整的方法对多元时间序列进行分析与预测展开全过程的实验。第 3 章为投资学实验，由实践性实验“构造最优投资组合”和理论检验性实验“CAPM 模型与贝塔系数”构成，以加深学

习者对投资学中这两个重要理论模型的认识和把握。第 4 章为金融衍生品实验，期货与期权是最基础也是最重要的金融衍生品，因此本章由套期保值实验和欧式期权定价实验两个实验所构成。第 5 章由两篇较成功的学生金融建模习作所构成，这是编者的一次大胆尝试。教学活动中的实验环节主要都是围绕特定的教学内容和特定的理论模型而展开，但在现实经济和金融实务中，解决特定问题往往涉及大量的知识，需要综合使用大量的理论模型和方法，因此将这样的问题导向型的综合实验活动呈现给读者，将是十分有益的。之所以选择两篇学生习作，而不是成熟的专家作品，是考虑到本书读者大多是在校学生，这样的学生作品将能拉近与读者的距离，激起读者学习和探索的积极性。

本书第 1 章由陈奇斌编写，第 2 章由杨舟编写，第 3 章由易建新指导下的两个研究生陈晓林和黄宇元编写，第 4 章由熊志斌编写，第 5 章的两份金融建模作品分别来自陈原文、唐志锋、洪丰和范仲亨、梁永佳、林熹。

本书的编写得到了冯伟贞副院长、王铎教授的督促、支持和关照，还得到张敏、杨坦、金华等同事的启发和帮助，在此表示诚挚的谢意。

因编者水平有限，加之时间仓促，本书中难免有不当或错漏之处，敬请读者批评指正。

编　者

目　　录

第 1 章　计量经济学实验

计量经济学是经济类、管理类、金融类专业的重要课程。所有经济与金融理论的应用，都离不开计量分析。

现行的计量经济学教材和教学方法一般都是理论与实践相结合，一方面介绍和阐述计量经济学的基本理论和方法，同时注重利用现实的经济和金融数据完成相应的计量分析任务。尤其是当前各种统计和计量分析软件已经非常容易获得，大大地简化了计量分析工作，减轻了相应的工作量。即使是最初级的计量分析软件（如 Eviews），也实现了计量操作的菜单化和程序化，因此计量分析实践越来越类同于对相关计量分析软件的熟练使用，这在几乎所有的计量经济学教科书中都得到了体现。

本章将探讨另一种类型的计量经济学实验。它不是着重于如何依靠软件、应用计量经济学的理论和方法去按部就班地解决一些问题，而是着重于利用相关软件进行模拟操作，以使实验者加深对计量经济学中一些重要理论和方法本身的理解。

对计量理论本身的深刻理解是正确使用理论和方法的前提。对计量理论的理解主要可以通过两个途径：严格的数理统计论证和计算机模拟验证。前者对部分学生来说有一定难度，即使是那些能完全掌握数理统计证明过程的学生，也仍然对相关理论和方法缺乏直观和直接的认识，因此通过让学生进行计算机模拟验证将大大提高学生对相关理论和方法的理解和把握。

本章将就计量经济学中以下三个典型问题设计模拟验证性的实验：

（1）经典假设条件下线性回归模型的 OLS 估计量的统计性质。

（2）异方差性条件下线性回归模型的 OLS 估计量的统计性质、加权最小二乘估计的统计性质以及两者之间的比较。

（3）自相关统计下线性回归模型的 OLS 估计量的统计性质、广义差分变换下的 OLS 估计量的统计性质。

由于篇幅和水平的限制，这里只是对以上三个主题设计了实验。

实验 1　经典假设条件下线性回归模型的最小二乘估计法

【实验目的】

线性回归是计量经济学中的基础内容，普通最小二乘（OLS）估计法又是线

性回归模型估计的最重要的方法。理解线性回归模型，理解最小二乘估计量及其统计性质，成为理解、掌握和应用线性回归模型及最小二乘法的关键。相当多的学生学习完线性回归模型及最小二乘估计法后，并不真正理解最小二乘估计量是一个随机变量，不理解估计量与客观参数之间的关系。通过本实验，可以帮助学生更直接和深入地理解线性回归模型和最小二乘估计法，理解最小二乘估计量及其统计性质。

【实验背景与理论基础】

1. 线性回归模型及其经典假设

以下以二元线性回归模型为例进行说明。线性回归模型

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i\ , i = 1,2,\cdots,n$$

或表示成矩阵形式

$$Y = X\beta + U$$

其中

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

线性回归模型的经典假设：

(1)$E(u_i)=0$，$i=1$，2，…，n，或表示为 $E(U)=0$，从而有 $E(Y)=X\beta$；

(2)$\mathrm{var}(u_i)=E(u_i^2)=\sigma^2$，与 X 值无关(同方差性)；

(3)$\mathrm{cov}(u_i,\ u_j)=0$，$i\neq j$，随机误差无序列相关；

(4)自变量是确定性变量，与随机误差项不相关：$\mathrm{cov}(u_j,\ X_{ij})=0$，$i=1$，2，…，$k$，$j=1$，2，…，$n$；

(5)自变量之间不存在精确(完全)的线性关系，矩阵 X 是列满秩的：$\mathrm{rank}(X)=k+1$(要求样本容量 $n>k+1$)；

(6)随机误差的正态性：$u_i \sim N(0,\ \sigma_u^2)$，$i=1$，2，…，$n$。

2. 线性回归模型参数的普通最小二乘（OLS）估计量

线性回归模型中的参数 β_0，β_1，β_2，σ_u^2 被假定是客观存在但又不可直接观察的，只能通过样本，使用一定的方法对各参数进行估计，OLS 是常用的估计方法。

参数 β_0，β_1，β_2 的最小二乘估计量为

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}X'Y$$

总体模型中随机误差项的方差 σ_u^2 的无偏估计量为

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n-3}$$

3. 线性回归模型参数的最小二乘估计量的统计性质

在以上经典假定下，可以得到模型的最小二乘估计量的若干统计性质。

（1）期望：

$$E(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} E(\hat{\beta}_0) \\ E(\hat{\beta}_1) \\ E(\hat{\beta}_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \beta$$

最小二乘估计量是无偏估计量。

（2）方差及协方差：

$$\mathrm{var}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} \mathrm{var}(\hat{\beta}_0) & \mathrm{cov}(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1) & \mathrm{cov}(\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_2) \\ \mathrm{cov}(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_0) & \mathrm{var}(\hat{\beta}_1) & \mathrm{cov}(\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2) \\ \mathrm{cov}(\hat{\beta}_2,\hat{\beta}_0) & \mathrm{cov}(\hat{\beta}_2,\hat{\beta}_1) & \mathrm{var}(\hat{\beta}_2) \end{pmatrix} = \sigma_u^2(X'X)^{-1}$$

（3）分布：

记矩阵 $C = (C_{ij}) = (X'X)^{-1}$，则 OLS 估计量 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，$\hat{\sigma}_u^2$ 分别服从以下分布：

$$\hat{\beta}_0 \sim N(\beta_0, \sigma_u^2 C_{11}),\quad \hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \sigma_u^2 C_{22}),\quad \hat{\beta}_2 \sim N(\beta_2, \sigma_u^2 C_{33})$$

$$\frac{(n-3)\hat{\sigma}_u^2}{\sigma_u^2} \sim \chi^2(n-3)$$

（4）在上述经典假设条件下，OLS 估计量 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 分别是模型参数 β_0，β_1，β_2 的最优（方差最小）线性无偏估计量。

【实验原理】

在现实的计量经济实践中，尽管假定模型中的参数 β_0，β_1，β_2，σ_u^2 客观存在，但是却并不真正知晓它们的值；尽管在理论上可以证明它们的 OLS 估计量

具有无偏性等统计性质，但是却无法通过实验来揭示和验证。

本实验通过一个虚构的二元线性回归模型来展开。作为一个实验，应事先设定二元线性回归模型的参数β_0，β_1，β_2，σ_u^2，再设定每个样本的容量n，解释变量X_1，X_2的观察值序列X_{11}，X_{12}，…，X_{1n}和X_{21}，X_{22}，…，X_{2n}。

对于这样一个已知参数的线性回归模型，一个有趣的做法是：设法获取模型的一个随机样本，并利用 OLS 估计模型的参数，将估计值与真实参数值进行比较。

由于$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$，在$\beta_0$，$\beta_1$，$\beta_2$，$\sigma_u^2$及$X_{1i}$，$X_{2i}$已知的情况下，一个随机样本决定于随机误差向量（$u_1$，$u_2$，…，$u_n$）的一次取值，这可以通过计算机软件的随机数函数来实现。

因此可以方便地得到模型的模拟随机样本及相应的模型参数的 OLS 估计值，这样得到的估计值一般并不严格等于模型参数本身。如果反复进行上述抽样和 OLS 估计，便能得到各参数的一系列估计值。事实上因此分别得到了统计量$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，$\hat{\sigma}_u^2$的一个样本，通过这样得到的样本的统计特征，可以去理解统计量$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，$\hat{\sigma}_u^2$的统计性质。

【实验过程和步骤】

1. 程序设计

以下将实验过程通过编制一个简单的 Matlab 程序来进行。程序分为以下几个部分。

（1）设置模型基本参数。这些参数可以根据需要设定成别的值。

Matlab 程序段如下：

```
clear
n = 20;
beta0 = 10;beta1 = 5;beta2 = -3;
se = 10;
```

代码解释：

“n = 20;”设定每次抽样的样本容量为 20；

“beta0 = 10; beta1 = 5; beta2 = -3;”设定模型的回归参数$\beta_0 = 10$，$\beta_1 = 5$，$\beta_2 = -3$；

“se = 10;”设定随机误差项的标准差$\sigma_u = 10$。

（2）设定解释变量的观察值。为了使读者能够在程序中自己定义n的大小，可以采用自动生成解释变量值的方法。在区间［1，16］上随机抽取n个数作为

X_1 的值，在区间 [1，11] 上随机抽取 n 个数作为 X_2 的值。这并不违背解释变量非随机的假定。尽管在不同的实验中，X_1，X_2 的值有所不同，但是在同一次实验中，X_1，X_2 的值不因被解释变量的随机抽样而变化。这里只是借用随机数发生器来取定 X_1，X_2 的值而已。这样做的好处是，可以避免人工确定数据所容易导致的多重共线性问题。当然，也可以用别的方式来生成解释变量的样本值，这对本实验不会产生实质性影响。

Matlab 程序段如下：

```
x1 = 15 * rand(n,1) + 1;
x2 = 10 * rand(n,1) + 1;
e = ones(n,1);
X = [e,x1,x2];
```

代码解释：

函数 "rand（n，1）" 获取随机列向量 $(\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_n)'$ 的一个值，其中 ξ_1，ξ_2，…，ξ_n 相互独立且均服从 [0，1] 上的均匀分布；

函数 "ones（n，1）" 获取一个分量全为 1 的 n 维列向量；

"X = [e，x1，x2]；" 得到一个 $n \times 3$ 矩阵，第一列全为 1，第二、第三列分别是解释变量 X_1，X_2 的值，即

$$X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{pmatrix}$$

（3）反复抽取样本，进行 OLS 估计，并将估计结果保存在相应的向量中。

Matlab 程序段如下：

```
b0 = [ ];b1 = [ ];b2 = [ ];sigma = [ ];
times = 5000;
for j = 1:times
    u = normrnd(0,se,n,1);
    Y = beta0 + beta1 * x1 + beta2 * x2 + u;
    [b,bint,r,rint,stat] = regress(Y,X);
    b0 = [b0;b(1)];
    b1 = [b1;b(2)];
    b2 = [b2;b(3)];
    e2 = sum(r.^2)/(n-3);
    sigma = [sigma;e2];
end
```

代码解释：

“b0 = [ ]; b1 = [ ]; b2 = [ ]; sigma = [ ];”生成 4 个维数可变的动态向量，准备分别存放每次抽样、回归所产生的 OLS 估计量 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$，$\hat{\sigma}_u^2$；

“times =5000;”设定反复抽样和回归的次数为 5 000，也可以根据需要设定成另外的整数；

“for j = 1: times ... end”表示 j 从 1 到“times”的“times”次循环；

“u = normrnd(0, se, n, 1);”随机生成分布为 $N(0,\ se^2)$ 的简单随机样本，构成 n 维列向量 $u=(u_1,\ u_2,\ \cdots,\ u_n)'$，这将在下面的语句中保证模型符合线性回归模型的经典假定；

“Y = beta0 + beta1 * x1 + beta2 * x2 + u;”生成被解释变量 Y 的一个随机样本；

“[b, bint, r, rint, stat] = regress(Y, X);”将 Y 对 X 回归，获取估计结果参数，其中“b”为回归系数点估计向量 $\hat{\beta}$（含 3 个元素），“r”为残差列向量；

“b0 = [b0; b(1)];”将 $\hat{\beta}_0$ 的值逐个存入数表“b0”，使“b0”于循环结束时成为“times”维列向量；

“b1 = [b1; b(2)];”将 $\hat{\beta}_1$ 的值逐个存入数表“b1”，使“b1”于循环结束时成为“times”维列向量；

“b2 = [b2; b(3)];”将 $\hat{\beta}_2$ 的值逐列存入数表“b2”，使“b2”于循环结束时成为“times”维列向量；

“e2 = sum(r.^2)/(n-3);”计算 $\sum_{i=1}^{n} e_i^2/(n-3)$ 并赋予变量“e2”；

“sigma = [sigma; e2];” 将“e2”的值逐个存入数表“sigma”，使“sigma”于循环结束时成为“times”维列向量。

运行上述程序，首先确认了本次实验中解释变量的值，其次将生成“b0”、“b1”、“b2”、“sigma”这 4 个 5 000 维列向量，分别记录了历次抽样并进行最小二乘估计所产生的 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 的值和 $\hat{\sigma}_u^2=\sum_{i=1}^{n} e_i^2/(n-3)$ 的值。

2. 输出实验结果

运行上述程序后，向量“b0”、“b1”、“b2”、“sigma”及其他在程序中被赋值的变量均保存在内存中，可以分别用 Matlab 命令输出所希望获得的结果。

这里需要特别指出的是，以下结果只是某一次实验（上述程序某一次运行）的结果，该程序的每一次运行都将使解释变量的值，以及被解释变量的随机样本发生变化，因此实验时得到的结果与以下结果将会略有出入。

（1）解释变量的值

利用命令“[x1, x2]”可直接输出程序中生成的解释变量的值，如表 1.1 所示。解释变量的值并没有在对被解释变量的反复抽样中发生变化。

表 1.1　解释变量的值

X_1	X_2	X_1	X_2
5.637 5	5.520 8	7.628 6	1.335 9
1.048 9	2.766 7	1.672 0	9.569 8
7.561 1	7.167 7	15.468 8	7.826 1
11.146 2	6.183 8	1.201 9	9.018 5
13.343 7	4.644 9	9.280 4	10.177 0
12.337 7	8.733 1	15.014 5	4.881 1
3.439 6	9.282 8	14.479 1	5.719 8
9.280 6	4.183 9	10.269 8	1.880 6
8.876 4	6.959 8	11.498 9	10.251 1
14.790 3	8.818 2	15.086 4	7.784 8

（2）$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 的无偏性

在经典假设前提下，$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 分别是 β_0，β_1，β_2 的无偏估计。

在上述程序运行结束后，使用以下 Matlab 命令：

```
b_theo = (beta0,beta1,beta2)
mean_b_sample = (mean(b0),mean(b1),mean(b2))
```

分别输出

```
b_theo =
          10     5     -3
```

和

```
mean_b_sample =
          10.0150     4.9961     -3.0044
```

理论上，$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 的期望值应分别是 β_0，β_1，β_2（程序中分别设定为 10，5，-3），而 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 实际模拟得到的样本均值分别为 10.015 0，4.996 1，-3.004 4，充分接近理论值，这印证了 $\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 的无偏性。

（3）$\hat{\beta}_0$，$\hat{\beta}_1$，$\hat{\beta}_2$ 的其他统计特征检验

根据经典 OLS 估计的假设条件，$(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ 的 OLS 估计量 $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ 的方差—协方差矩阵应为