滿文

數學漫談

民生部編審官室　王志敏　譯編

滿洲圖書株式會社
出版

滿文

數學漫談

民生部編審官室

王志敏譯編

出版

滿洲圖書株式會社

康德八年十月五日印刷
康德八年十月十日發行

數學漫談
定價壹圓七角（郵費六分）

編譯者　王志敏

發行者　駒越五貞
新京特別市西七馬路一四號

印刷者　小川三郎
新京特別市西七馬路一四號

印刷兼發行處　滿洲圖書株式會社
新京特別市西七馬路一四號

總批發處　滿洲書籍配給株式會社
新京特別市西七馬路一四號
電話代表（2）六九〇五番
振替口座新京三二六〇番

數 卽 藝 術

十九世紀的數學者們自己說、『我們也是藝術家。』不論科學或是藝術、沒有數是不可以的、就是音樂和繪畫也都與數學有密切的關係。

說『藝術就是數。』的是雅典的畢達哥拉斯。

畢達哥拉斯這人是學過初等數學的人由畢達哥拉斯定理所熟知的學者。畢達哥拉斯在晚年結成特殊的學派、興起了不論禮儀•吟誦以至於政治都要修養之風。後來這學派隱然與政府對立、有時候指摘苛政、結果畢達哥拉斯受了誤解、不得不逃走。聽到了畢氏的死訊、從後面追來的夫人竟投身船外殉夫、有過這樣一段逸話。畢氏門下生所佩帶的學章是像日本陸軍所用的五角星形的、並且帶有敬禮的字樣。

畢氏是曾經考究過音樂與數的關係的人。完成了音程的就是他。他所完成的音程經過了多少的變遷、進而規定爲國際的標準。

米凱蘭釆洛堅持着『人類爲萬物的尺度。』的思想。將人體的比例原則應用於建築方面的比例觀念。他主張人類是神的創作中最完美的。

羅馬的建築家威特維斯採取如次的分數。

設身長爲 1、則

頭頂——————胸	$\frac{1}{4}$
胸——————大腿上部	〃
大腿上部——————膝蓋	〃
膝蓋——————脚心	〃
頭頂——————前髮線	$\frac{1}{40}$
前髮線——————胸骨上部	$\frac{1}{8}$
手腕——————指尖	$\frac{1}{10}$
男子的脚	$\frac{1}{6}$
女子的脚	$\frac{1}{8}$

設臉長爲 1、則

前髮線——————眉毛	$\frac{1}{3}$
眉毛——————鼻尖	〃
鼻尖——————下顎	〃

黃 金 分 割

將直線 AB 內分於 c、使

$$AC^2 = AB \cdot BC$$

時、叫做 C 將 AB 黃金分割。這樣看來、所謂黃金分割者、就是把一根直線按六十二與三十八的長度比而分割的。

文字的形・偏分髮、禮物上的紅白線（惟日本有之）日本婦女的帶的位置之美、也都由黃金分割得來的。古代和中世的美的概念乃是對稱性的原理、但是黃金分割乃是更複雜的美之規範。希臘巴勒典的建築、再有樹葉的某種排列、也和黃金分割有關係。

在著名肖像畫家杜勒的自畫像的臉上可找到種種的黃金分割點、結果就着頭頂 A, 鼻尖 C' 口 B 來看、C 大體是把 AB 黃金分割的。

$$AB = 6.3, \quad AC = 3.8, \quad BC = 2.5,$$

$$AB^2 = 14.4, \quad AB \cdot AC = 15.8,$$

$AC^2 \fallingdotseq AB \cdot AC$（≒是「略等」的記號）

第 1 圖

現在設 BC, AC 各為 x, y, 則

$$\frac{y}{x}=\frac{x}{x+y}$$

故若設

$$\frac{y}{x}=a$$

則 $a=\dfrac{1}{a+1}$

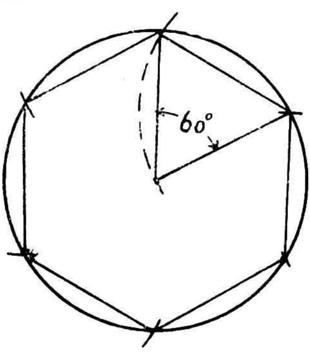
所以 $a=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

正根爲 $a_1=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=0.62$

六十度與直角

五六千年前巴比倫人用下述的方法作六十度的角。這是最古的數學發現之一。（參看下圖）

第 2 圖



六角形與六十度角的作法

先在圓內畫一個內接的正六角形。這個只要把圓規的開口弄成和圓的半徑一般長、然後用這圓規將圓周繼續截斷卽可、這時候截點成爲正六角形的頂點，把這六個截點一連結就可以

了。這樣一來、一個邊在中心所含的角恰是六十度。用圓規把圓周恰好分成六等分的法、若是實地去試做一做是有趣的。

再有自昔卽已知道了作直角（九十度）非常簡單的方法。現在若作一個各邊的長爲 3, 4, 5 的三角形、對着長爲 5 的邊的角就是直角。這法現在木匠仍然利用着。古代埃及的木匠把繩子按這個長度的比而分開、在分間的地點結上疙瘩、用這繩做爲直角的準繩、放在地上。邊長各爲 5, 12, 13 的三角形也有一個角是直角。據說畢達哥拉斯拿這個做爲基礎而發見定理的時候、喜極而在音樂之神繆絲前獻了許多頭牛。

天文也是數學

古時拿三百六十日當做一年、一年分爲四個等分、一個等分是九十天。三百六十是六十的倍數、和全角的度數相同、九十和直角的度數相同。

在春分（三月二十一日前後）秋分（九月二十三日前後）這兩天、太陽上昇或下降的方向與北極星的方向約成九十度角、縛鉛錘的線吊起來和水面成九十度角。

建築寺院的人就利用這種事實。看一看日曆這種古代

紀念物、夏至（六月二十日前後）或冬至（十二月二十一日前後）的時候，太陽各偏於北或南、所以這時候在太陽出沒的方向釘好木樁、求得這兩個方向的中央方向、做為正確的東西方向。古時這兩個日子是非常重要的。

最古的幾何學問題、起源就在於使日曆正確的適合季節。眞正的正午時刻太陽投影的方向恰為正南正北。這也就是通過觀測地點的子午線的方向。

埃及的紀念物、關於天體的方向實在建築得正確。看一看吉澤的大金字塔通風坑的方向、也就會承認這事並非虛言。

天狼星通過子午線的時候、大金字塔南部的面恰垂直於那方向。天狼星和太陽一齊上昇的時候、就等於報告年初或是尼羅河的氾濫。

天狼星的光線這時候一直射入通風坑、射入「王室」、照着王的遺骸。

另有一個坑、通到再下面的室內、這坑正指着北極星的光在下南中（星周轉時在下方切着子午線的事）射入的方向。在上南中、有射入上述的王室的第二個坑。

這時候是把龍座的 α 星當做北極星。這比眞的北極低三度。因之中世以前所用的緯度値有許多的需要加以這

樣的補正。方尖塔可用做影時計（Shadow clock）。

金字塔的底邊指着正南正北和正東正西、四邊長度之和與金字塔的高度成二倍圓周率之比。底面差不多純屬水平的、水平的誤差據說不到萬分之一。

埃及人和巴比倫人知道圓周對於直徑總是有着同樣的比。瑞士的大數學者尤拉把這個比用希臘字母 π 字代表巴比倫人希伯萊人把 π 大體當做 3。埃及人使用着較爲精密的值。

數 值 計 算

塞姆族拿從中指尖到肘關節的距離當做尺度。叫做肘尺。古代羅馬也用他。叫做 cubit，日本在德川時代叫〝兒童的手通〞就是小孩生後穿的衣服、拿牠當〝肘尺〞那麼長。

古時土地的價值是按他能出產多少糧穀而定。但是拿這價值來決定面積、則是極不正確的。用同樣大小的方形磚鋪滿在地面上而看他的大小、這比較是好法子。

要想知道複雜的曲線所包圍的面積時、在薄紙或錫上面描下來那曲線、把曲線所圍成的形剪下來、秤這塊紙的重量。若是另外的知道了單位面積紙的重量、容容易

易的就能得出答案來。或是在方格紙上畫曲線、查其中所含的格數、也能求出來曲線所包圍的面積。

『將一・二・三・……順次一直到十的整數相加、結果得多少呢？ 但須用暗算來計算。』若是照下邊那樣算法、這暗算是沒有甚麼困難的。

$$\begin{array}{r} 1+2+3+4+5 \\ +10+9+8+7+6 \\ \hline 11+11+11+11=55 \end{array}$$

這乃是後來以數學之女王的整數論而稱霸於數學界的高斯幼時想出來的算法。人家竟說他是『問題還沒說完就算出答數啦。』

暗算就是盲目也能辦得到的。尤拉晚年雖然双目失明、仍是用暗算計算。暗算是必須獎勵的。

暗算的天才很有特殊的例子。就是動物也能計算、這眞是不可小看的。

暗算若是加以研究、能想出來各自獨特的、對於自己最合適的好法子。可以拿十減一替代九、乘五的時候可以先十倍、然後用二除。乘二十五的時候、可以先百倍然後用四除。

用尺量的時候、最小刻度的十分之一是用目測得出來的。寫 6.8 粍的時候、意思說是使用的是粍尺、長度在

6.75 粍與 6.85 粍之間。6.80粍是用刻有十分之一粍的度數的尺、利用顯微鏡測定所得到的結果、長度在 6.795粍與 6.805 粍之間。980 和 98, 有效數字各爲三位和兩位。測量的時候必得像這樣的同時把測定的正確程度也表示出來。

想要把某數的末一位進入上位或是消去的時候、普通採取四捨五入法。這時候末一位數字前面的數字若爲奇數、五就成爲十、若前面的數字爲偶數、五就成爲零。

算盤和算木

現在我國一般商家所使用的算盤雖是梁上二珠的、但是經研究的結果、還是梁上一珠的爲更便利。日本現在所用的算盤大都是梁上一珠的。將來我國也一定要漸々使用梁上一珠的算盤吧。

自從計算尺裝入了技術家或是未來的技術家的衣袋裏、再去使用算盤、好像是守舊頑固、然而無論如何、統計或是計算大的數字時、算盤是不可缺少的。希望算盤也流行到西洋去、像似計算尺流行到東洋一樣。若使西洋人看我國熟練的商人打算盤的快法、一定要驚爲神技吧。

中國昔日曾用算木施行開平方和開立方。輸一籌的籌乃是算竹。後來成了算木。算盤問世以後、這算法就衰微了。但是被稱爲「日本的牛頓」的數學者關孝和從算木導出了獨特的數學、眞算得是和魂洋才了。

所謂算木者、是長四五糎的四稜木柱、把這木柱擺在盤上、換成各種的排列法而表示數和式。關孝和從這裏發展、在紙上寫文字、做爲記號。是日本筆算的起始。點竄術是筆算的代數學、實在是他所創始的。再有角術是關於正多角形的算法、是日本獨創的。關氏又考案了圓和球等的算法、即是圓理。他的後繼者遂就發明了和西洋的微積分學類似的數學方法。

價 格 指 數

想要表示各種物品價格的漲落、用所謂價格指數。這是把某年的物價不論那一種品都當做一百、用做基準、將其他各年分的物價用百分率（記號爲%）來表示。這樣一來、可以和各物品的測定單位無關係的表示出來物價的漲落。

所謂物價指數者、是求許多種類物品價格指數的總和再用物品的數目去除、所得的商數。有時候顧慮物品的

重要性、特別注重於某種。這是把個々物件每一件算做好幾件然後加在一起、用全體的件數來除。物價指數中有批發物價指數。和零售物價指數。後者當然接近於消費的標準。

在十七世紀、人們對於經濟生活有了認識、所想出來的物價指數以很大的勢力出現於經濟界。

等差級數

數學的問題雖取材於眼前接近的事物、也一樣能包含着深遠的眞理。只要能取積極的研究態度就行。

糧米舖屋前堆着米口袋、堆着的次序是從上往下

是 $1, 2, 3, \cdots\cdots, n$ 袋

現在出一個問題、即是要問這一堆口袋的總數是多少。這應當怎樣求法呢。

若是照下面那樣辦法、可以很有趣的解開。其法先把次序顚倒過來排列一下。

$$n, n-1, n-2, \cdots\cdots, 1 \text{ 袋}$$

把這個和方纔按着正當次序排列的、各項相加、就得

$$n+1, n+1, n+1, \cdots\cdots, n+1 \text{ 袋}$$

而所求的答爲

$$\frac{1}{2}n\,(n+1)\ \text{袋}$$

這不就是高斯幼年時所想出來的方法麼。

上述的是等差級數（算術級數）的例子。一般、初項爲 a, 公差爲 r 的等差級數。到第 n 項的諸項的總和是多少呢、即是

$$a,\ a+r,\ a+2r,\cdots\cdots,\ a+(n-1)r$$

的和是

$$na+\{1+2+3+\cdots\cdots+(n-1)\}\,r$$
$$=na+\frac{1}{2}n\,(n-1)\,r$$

宗教上有所謂宗派。數學方面昔日也曾有過流派、證明法亦各異。但是眞理對於各派是共通一貫的。這乃是數學有趣之點。上面所採取的是最容易明白的證明法。

等　比　級　數

數學眞是不用錢就可消閑解悶的奇方。現在這裏有一個有趣的問題。

『頭一天出來一隻狸子、敲三囘肚子。第二天出來兩隻狸子、一同敲三囘肚子。第三天出來四隻、各敲三囘肚子。第四天出來八隻、第五天十六隻、每日隻數倍加、每隻各敲三囘肚子。若是頭一天是正月初一日、那麼到

了十五日夜、一共出現了多少隻狸子，敲肚子的總回數是多少呢？』前一個問題的答是一萬六千三百八十四隻。

初項爲 a. 公比爲 r, 項數爲 n 的等比級數的末項爲 ar^{n-1}。這級數的總和 S 爲

$$S=a+ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-1}$$

$$Sr=\quad ar+ar^2+\cdots\cdots+ar^{n-1}+ar^n$$

$$\therefore S=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$$ （∴表示「所以」的意思）

狸子敲肚的問題當然是等比級的問題。複利也和這等比級數有關係。

設元金爲 a. 單位期間利率爲 r. 則到了第 n 期末、成立了下列的級數。

$a(1+r), a(1+r)(1+r)=a(1+r). a(1+r)^3, \cdots\cdot a(1+r)^n$

而第 n 期末的元利合計爲

$$a(1+r)^n$$

利息爲

$$a(1+r)^n-a=a\{(1+r)^n-1\}$$

爲的實際計算這級數，做有現成的複利表。

已給年利率、每半年將利息滾入元金之內的時候、取年率之半爲 r 即可。