

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

遗传算法的数学基础

(第2版)

*Mathematical Foundation of
Genetic Algorithms*

(Second Edition)

张文修 梁 怡 编著

西安交通大学出版社

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

遗传算法的数学基础

(第 2 版)

Mathematical Foundation of Genetic Algorithms

(second edition)

张文修 梁 怡 编著

西安交通大学出版社

内容简介

遗传算法(genetic algorithm) 是模拟自然界生物进化过程与机制求解问题的一类自组织与自适应的人工智能技术,已广泛应用于计算机科学、人工智能、信息技术及工程实践。

本书重点在于阐述遗传算法的数学基础。全书共分3章,第1章给出了遗传算法的几何理论,第2章给出了遗传算法的马尔可夫链分析,第3章给出了遗传算法的收敛理论。

本书可以作为应用数学、计算机科学、系统科学等专业研究生的教材,也可以作为研究遗传算法的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

遗传算法的数学基础(第2版) / 张文修,梁怡编著. —西安:西安交通大学出版社,2003.5
ISBN 7-5605-1256-9

I. 遗… II. ①张… ②梁… III. 遗传算法-数学基础
IV. O242.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 23337 号

- | | |
|------|--|
| 书 名 | 遗传算法的数学基础(第2版) |
| 编 著 | 张文修 梁怡 |
| 出版发行 | 西安交通大学出版社 |
| 地 址 | 西安市兴庆南路25号 (邮编:710049) |
| 电 话 | (029)2668315 2669096(总编办)
(029)2668357 2667874(发行部) |
| 印 刷 | 陕西宝石兰印务有限责任公司 |
| 字 数 | 180千字 |
| 开 本 | 727mm×960mm 1/16 |
| 印 张 | 11.5 |
| 版 次 | 2003年5月第2版 2003年5月第1次印刷 |
| 印 数 | 0 001~1 500 |
| 书 号 | ISBN 7-5605-1256-9/O·157 |
| 定 价 | 15.00元 |

版权所有,侵权必究!

作者简介



张文修,教授,1940年10月出生于山西翼城县,1967年毕业于南开大学概率统计专业信息论方向研究生。现任西安交通大学研究生院院长,应用数学研究中心副主任,中国数学学会常务理事,陕西省数学学会理事长,中国模糊集与系统学会副理事长,国际IFSA会员,《模糊系统与数学》杂志副主编,《工程数学学报》杂志主编等。

张文修教授长期从事应用概率与集值随机过程、计算机智能推理基础与计算仿真的理论研究。先后主持和完成5项国家自然科学基金课题和两项国家863高新技术课题。作为项目主持

人,张文修获国家级优秀教学成果一等奖一项、二等奖一项、陕西省科技进步一等奖一项、国家教委优秀教材一等奖一项、西安交通大学科技成果一等奖两项。由科学出版社、贵州科技出版社、西安交通大学出版社等先后出版专著和教材 12 种,在中国科学、数学学报、科学通报、数学进展及国际学术刊物上发表研究论文 80 多篇。多次出国参加国际学术会议、访问、考察和科研合作。



梁怡,教授,现任香港中文大学地理系讲座教授及系主任,环境研究中心研究员及地球信息科学联合实验室学术委员会副主任。获中文大学社会科学学士及美国科罗拉多大学文学硕士,理学硕士及博士学位。担任多种国际杂志编委和学会成员。由国际出版社出版专著 2 种,西安交通大学出版社出版专著 1 种。在国际学术刊物和国际会议上发表论文 100 多篇。研究方向为空间分析、环境工程与专家系统、地理信息系统及决策支持系统、模糊逻辑与神经网络、遗传算法等。

先后主持和完成 10 项 RGC(香港政府)课题。已完成的三项课题均获杰出研究奖。被选入以下名人录:(1) Edition Two of 5000 Personalities of the World by the American Biographical Institute; (2) Men and Women of Distinction (Fourth World Edition) by the International Biographical Centre; (3) Men of Achievement (Fifteenth Edition) by the International Biographical Centre; (4) Dictionary of International Biography (Twenty Second edition) by the International Biographical Centre.

ABOUT THE AUTHORS

Zhang Wenxiu is a professor of Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China. He graduated from Nankai University in 1967, specialized in information theory, probability and statistics major. He currently serves as dean of graduate school and vice-director of Research Centre of Applied Mathematics at Xi'an Jiaotong University, president of Mathematics Society of Shannxi Province, vice-president of Chinese Society of Fuzzy Set and Systems, Vice-editor-in-chief of Chinese journals: "Fuzzy System and Mathematics" and editor-in-chief of "Journal of Engineering Mathematics". He is a member of the Standing Council of Mathematics Society of China, and of the IFSA.

Professor Zhang has been active in research on applied probability theory, set-valued stochastic process and computer reasoning in AI. He is the author or coauthor of over 80 academic journal papers, and 12 textbooks and monographs. As a principal investigator or author, he won prizes of the most distinguished teaching achievement in China in 1993, the excellent textbooks in universities in 1987, the first class award of Scientific Progress in Shannxi Province in 1987 and two first class awards of Research results of Xi'an Jiaotong University in 1988 and 1993. Professor Zhang has held many visiting positions in Chinese and foreign universities.

Leung Yee is a professor of Geography and Chairman of the Department of Geography, Research Fellow of the Center for Environmental studies, and deputy director of the Academic Committee of the Joint Laboratory for Geoinformation Science of the Chinese University of Hong Kong. He obtained his B. S. Sc. from the Chinese University of Hong Kong in 1992 and M. A. , M. S. , and PH D from the University of Colorado, USA in 1977.

Dr. Leung has been conducting research on spatial analysis environmental engineering, expert system, Fuzzy programming and neural networks, and evolutionary computation. He has published over 100 journal papers and three monographs "Spatial Analysis and Planning under Imprecision" (Amsterdam, North-Holland, 1988), "Intelligent Spatial Decision Support Systems" (Berlin, Springer-Verlag, 1997), "Principles of Uncertain Reasoning" (Xi'an Jiaotong University, 1996). He is a holder of 10 RGC (Hong Kong SAR) grants and has received "Research Excellence Award" for all of the 3 completed projects. He is a member of the editorial boards of several international journals, and has been listed in the following Who's Who.

第 2 版前言

《遗传算法的数学基础》自 2000 年 5 月由西安交通大学出版社正式出版后的三年中,收到过读者不少来信。他们一方面对本书予以肯定,认为本书概念清晰、条理清楚、叙述简洁、逻辑严密;另一方面,也对本书进一步修改提出了宝贵的建议和意见。2002 年国家教育部将本书推荐为全国研究生公用教材予以重版,给了作者一次修订的机会。根据读者与评审专家的意见,加进了一些行之有效的遗传算法模型,如混合遗传算法和小生境遗传算法;简化了第 3 章中部分定理的证明;校正了第 1 版的排版错误;在参考文献中附加了一些最近国内出版的遗传算法的著作和教材。这样,读者可以通过本书了解到更多的遗传算法模型,对于本书未涉及的应用领域可以参阅其它有关著作。

自从 20 世纪 60 年代 Holland 提出遗传算法以后,国内外已出版了许多遗传算法的著作和教材,这些著作大多数都是从工程背景和工程应用角度叙述遗传算法的,它们极大地推动了遗传算法的研究与推广。本书尝试从教学基础理论的角度叙述遗传算法,企图利用较少的篇幅,使读者掌握遗传算法的基本理论与基本原理;并期望通过读者自己的理解不断地改进遗传算法,设计出更多更好的遗传算法;同时也为从事遗传算法理论研究的读者提供一个理论框架。

正如作者在本书第1版前言中指出的,“理论的研究与遗传算法真实广阔的发展前景之间还有着很大的距离。”因此本书只是遗传算法理论研究的历史总结,它同时表现出其历史局限性。随着遗传算法渗透到复杂性科学,遗传算法将会形成更深入的理论。在本书出版之际,我要特别感谢对于本书提出许多宝贵意见和建议的诸多专家和学者,也要感谢使用本书作为教材的专家和学者。

张文修

2003.3

前 言

遗传算法(genetic algorithm)是模拟自然界生物进化过程与机制求解极值问题的一类自组织、自适应人工智能技术。它模拟达尔文的自然进化论与孟代尔的遗传变异理论,具有坚实的生物学基础;它提供从智能生成过程观点对生物智能的模拟,具有鲜明的认知学意义;它适合于无表达或有表达的任何类函数,具有可实现的并行计算行为;它能解决任何类实际问题,具有广泛的应用价值。因此,最近十多年,遗传算法在国内外倍受重视。

遗传算法的思想由来已久。早在 20 世纪 50 年代,一些生物学家就着手于计算机模拟生物的遗传系统。1967 年,美国芝加哥大学 Holland, J.H. 教授在研究适应系统时,进一步涉及进化演算的思考,并于 1968 年提出模式理论。1975 年,Holland 教授的专著《自然界和人工系统的适应性》(Adaptation in Nature and Artificial Systems)问世,全面地介绍了遗传算法,为遗传算法奠定了基础。此后,遗传算法无论在理论研究方面,还是在实际应用方面都有了长足的发展。

一种理论的成熟取决于它的数学描述的完善程度。随着遗传算法的广泛应用,理论研究也越来越深入。对于遗传算法的理论分析基本上有两大类:一类是遗传算法的马氏链模型;一类是 Vose-Liepins 模型。表面

上这两类方法似乎是有限状态与无限状态之分,但研究的方法大相径庭。对于马氏链模型主要采用转移概率与极限理论;对于 Vose-Liepins 模型主要采用不动点理论,具有浓厚的几何色彩。本书的第 1 章除介绍遗传算法的基本概念以外,介绍了 Vose-Liepins 模型,第 2 章介绍了遗传算法的马氏链模型。不管是遗传算法的马氏链模型,还是 Vose-Liepins 模型,重点都是研究遗传算法的收敛性。我们在第 3 章中,在马氏链模型与 Vose-Liepins 模型的基础上,抓住了遗传算法收敛的一些基本条件以及这些基本条件之间的关系,给出了遗传算法收敛的一般定理,建立了证明遗传算法收敛的一般方法。通过对于各种具体遗传算法收敛性的证明,证明了这种方法的有效性。第 3 章的结果主要是西安交通大学理学院信息与系统研究所的专家们与香港中文大学的有关专家合作科研的成果。这些专家包括徐宗本教授、聂赞坎教授、梁广锡教授、高勇副教授、张讲社副教授、段启宏博士等,当然也包括本书的两位作者。读者将可以看出,第 3 章中所提供的方法更加清晰、简明。因此本书除了是对国际上遗传算法理论分析的总结之外,同时也是西安交通大学与香港中文大学两校有关研究成果的总结。感谢这些专家们将尚未发表的结果提供出来,使本书的写作更加丰富。特别要指出的是,本书的绪论主要引自我们指导的博士生高勇的博士论文。

尽管遗传算法已有不少的理论研究,但仍然不能说是很完善,或很深入。理论的研究与遗传算法真实广阔的发展前景之间还有着很大的距离。遗传算法对生物演化的模拟基本上还是形式的,还未深入到生物演化内部规律的模拟,因此这使遗传算法的作用大受局限。应用与理论的相互推动,将会使遗传算法放射出巨大光芒。当生命演化模拟的遗传算法用来研究生物演化,特别是研究大脑的演化过程时,那将是遗传算法辉煌的时期。致力于遗传算法的研究必须站在科学技术时代的前沿,正因为如此,当完成本书稿时,作者深感本书之不完善——对过去的研究历史挂一漏万,对未来的发展又未能有所展望。不过作为进入研究遗传算法的捷径,本书对那些初涉遗传算法者将会有些方便之处,可以使读者避免重新阅读大量文献,同时给出了较大的思维活动空间。本书如能有这种作用,已倍感荣幸。

作者

1999.5.1

目 录

第 2 版前言

前言

绪论

0-1 遗传算法是一种仿生优化算法	1
0-2 遗传算法的发展与现状	2
0-3 遗传算法的基础理论研究	7

第 1 章 遗传算法的几何理论

1-1 遗传算法的基本概念	10
1-2 遗传机制与遗传算法	15
1-3 遗传机制的几何表示	29
1-4 杂交算子的几何性质	37
1-5 遗传机制的过程分析	45
1-6 遗传算法的几何解释	57

第 2 章 遗传算法的马氏链模型

2-1 马尔可夫链的定义及性质	67
2-2 标准遗传算法的马氏链模型	77
2-3 改进遗传算法的马氏链模型	87
2-4 优胜劣汰遗传算法的马氏链模型	92
2-5 等价类遗传算法的马氏链模型	98
2-6 遗传算法的马氏决策模型	108

第 3 章 遗传算法收敛性的一般理论

3-1 遗传算法收敛的定义及性质	118
3-2 遗传算法概率收敛定理	122
3-3 抽象遗传算法的概率收敛定理	132
3-4 遗传算法的几乎处处收敛定理	142
3-5 遗传算法的渐近收敛定理	150
3-6 遗传算法的停时计算问题	160

参考文献

绪 论

0-1 遗传算法是一种仿生优化算法

我们的自然界充满了奇迹,而生命的繁衍生息则是这些奇迹中的奇迹。生命是脆弱的,生命也是顽强的。从远古时代单细胞开始,历经环境变迁的磨难,生命经过了从低级到高级、从简单到复杂的演化之路,不但延续下来,而且产生了人类这样有思维、有智力的高级生命体。人类找到了生命的最佳结构与形式,它不仅仅可以被动地适应环境,更重要的是它能够通过学习、模拟与创造,不断提高自己适应环境的能力。

在人类的历史上,通过学习与模拟来增强自身适应能力的例子不胜枚举。模拟飞禽,人类可以翱翔天空;模拟游鱼,人类可以横渡海洋;模拟昆虫,人类可以纵观千里;模拟大脑,人类创造了影响世界发展的计算机。人类的模拟能力并不仅仅局限于自然现象和其他生命体。自从 20 世纪后半叶以来,人类正在将其模拟的范围延伸向人类自身。神经网络(neural network)是人类对其大脑信息处理机制的模拟,模糊系统(fuzzy systems)是人类对其思维方式的模拟。除了向自身结构的学习以外,人类还可以向其自身的演化这一更为宏观的过程学习,来增强自己解决问题的能力,其代表性的方法就是遗传算法(genetic algorithm, GA)。

人类之所以能够向其自身的演化学习以增强决策问题的能力,是因为自然演化过程本质就是一个学习与优化的过程。这一优化过程的目的是使生命体达到适应环境的最佳结构与效果。曾经主宰地球的恐龙由于庞大的身躯跟不上环境的变迁而灭绝;长颈鹿为了觅食而长长了脖子;老鼠的机敏是为了生存而挣扎的结果;青蛙的存活则得益于其两栖式左右逢源的能力;人类解放出有力的双手,得益于类人猿求生的努力,而正是这一对不再用于行走的双手,使人类成了这个世界的主宰。自然演化遵循着一种奇妙的规律,这一规律截然不同于人类自己发明的解析方法。我们知道,人体 36.8°C 的恒定体温是至关重要的, 0.5°C 的偏差足以使人

产生病态。那么在 $0 \sim 100^{\circ}\text{C}$ 这样大的范围内,人体是如何求出如此精确的最佳体温的呢?这绝对不是梯度下降等方法所能算出的,而我们也相信目前的解析方法远远无法完整描述体温、人体结构与环境间错综复杂的关系。自然演化的规律是达尔文发现的,它的核心思想是:物竞天择、适者生存。它对人类的作用与影响不亚于牛顿的万有引力学说,而奇怪的是这一理论时至今日才被应用于工程实践。

遗传算法是一种更为宏观意义下的仿生算法,它模仿的机制是一切生命与智能的产生与进化过程。它通过模拟达尔文“优胜劣汰、适者生存”的原理激励好的结构;通过模拟孟德尔遗传变异理论在迭代过程中保持已有的结构,同时寻找更好的结构。作为一种随机的优化与搜索方法,遗传算法有着其鲜明的特点:

(1) 遗传算法的操作对象是一组可行解,而非单个可行解;搜索轨道有多条,而非单条,因而具有良好的并行性。

(2) 遗传算法只需利用目标的取值信息,而无需梯度等高价值信息,因而适用于任何大规模、高度非线性的不连续多峰函数的优化以及无解析表达式的目标函数的优化,具有很强的通用性。

(3) 遗传算法择优机制是一种“软”选择,加上其良好的并行性,使它具有良好的全局优化性和稳健性。

(4) 遗传算法操作的可行解集是经过编码化的(通常采用二进制编码),目标函数解释为编码化个体(可行解)的适应值,因而具有良好的可操作性与简单性。

0-2 遗传算法的发展与现状

遗传算法的产生归功于美国 Michigan 大学的 Holland 在 20 世纪 60 年代末、70 年代初的开创性工作,其本意是在人工适应系统中设计的一种基于自然演化原理搜索机制。大约在同一时间,Foegl 和 Rechenberg 及 Schwefel,引入了另两种基于自然演化原理的算法,演化程序(evolutionary programming)和演化策略(evolution strategies)。这三种算法构成了目前演化计算(evolutionary computation)领域的三大分支,它们从不同层次、不同角度模拟自然演化原理,以达到求解问题的目的。

Holland 不仅设计了遗传算法的模拟与操作原理,更重要的是,他运用统计决策理论对遗传算法的搜索机理进行了理论分析,建立了著名的 Schema 定理和隐含并行性(implicit parallelism)原理,为遗传算法的发展

奠定了基础。将遗传算法应用于函数优化始于 De Jong, 他在其博士论文中设计了一系列遗传算法的执行策略和性能评价指标, 对遗传算法性能做了大量的分析。De Jong 的在线 (on-line) 和离线 (off-line) 指标仍是目前衡量遗传算法性能的主要手段, 而他精心挑选的 5 个试验函数 (称作 De Jong's five test functions) 也是目前遗传算法数值试验中用得最多的试验函数。

在 Holland 和 De Jong 的工作之后, 遗传算法经历了一个相对平稳的发展时期, 逐渐被人们所接受和运用。遗传算法的发展高潮开始于 20 世纪 80 年代末, 而且延续至今。人们对遗传算法兴趣的日益增长有两个背景: 其一是工程领域, 特别是人工智能与控制领域, 不断涌现出超大规模的非线性系统, 在这些系统的研究存在着大量的经典优化方法所不能有效求解的优化问题, 诸如神经网络连接权重及网络拓扑结构的优化、模糊系统中模糊规则的选取及隶属函数的确定、知识库的维护与更新等等; 其二, 遗传算法本身就是一种模拟自然演化这一学习过程的求解问题方法, 它能以独立的或与其它方法相结合的形式用于智能机器学习系统的设计中。经过近 10 年的努力, 遗传算法不论是在应用上、算法设计上, 还是在基础理论上, 均取得了长足的发展, 已成为信息科学、计算机科学、运筹学和应用数学等诸多学科所共同关注的热点研究领域。

1. 遗传算法在神经网络、模糊系统和机器学习中的应用

在应用中, 遗传算法几乎渗透到从工程到社会科学的诸多领域, 我们无法在此一一列举。这里简略介绍遗传算法与神经网络、模糊系统和机器学习结合的例子。

神经网络的学习包含了两个优化过程, 分别是网络连接权重的优化和网络拓扑结构的优化。优化连接权重最著名的方法是 Rumelhart 提出的基于梯度下降法的反向传播法 (backpropagation, BP)。BP 算法的最大弱点是局部极小问题和无法学习网络拓扑结构。作为一种通用性和全局性良好的优化技术, 遗传算法用于神经网络的训练就是很自然的事情。遗传算法用于神经网络的学习可分为三个不同的层次: 连接权重的学习、网络拓扑的学习以及网络学习规则的学习。目前, 遗传算法已广泛用于前向网络 (feedforward networks)、径向基网络 (radial basis function networks)、Kohonen 特征映射及 Recurrent 网络等各种人工神经网络的训练与设计中。Yao 在其两篇文章中对遗传算法在神经网络中的应用做了详细的综述, 并把基于演化计算的神经网络系统 (称作演化式神经网络, evolutionary artificial neural networks) 作为一种一般的自适应学习模型加

以研究。

被 Zadeh 称作软计算(soft computing)的两大组成部分——遗传算法与模糊系统的相互融合也是近年人们所关注的话题。模糊系统是对人类处理模糊性概念及其推理机制的模拟。最初,在模糊系统的设计中,推理方法的选取、隶属函数形状及参数的选取、相关权重的确定以及规则库的确定,均是由专家根据实际经验指定的,这也曾被认为是模糊系统较之经典解析模型的一大优点。但是人们也发现,对设计好的模糊系统中的一些参数基于数据进行调谐可大大提高模糊系统的性能,同时也有大量学者研究了基于经典优化的模糊系统训练学习,大部分可纳入模糊神经网络(fuzzy neural networks)框架。遗传算法同样能够用于模糊系统的设计中,并取得了十分显著的效果。遗传算法已成功应用于隶属函数形状与参数的优化,系统相关权重的优化以及推理规则的选取。此外,模糊集技术也被用于遗传算法的某些方面,形成称作模糊 GA 的新型遗传算法,以期达到改进经典遗传算法的目的。

大多数机器学习系统都有一个共同的特征,即具备对自身结构进行调整的能力,从而达到改进性能、发现并利用有意义的概念,或者改进其内部知识结构的一致性和通用性,Holland 最初引进遗传算法的目的也正是在自适应学习统计中设计一种有效的搜索机制。把遗传算法用于机器学习系统仍是目前遗传算法应用上十分活跃的领域。这一方面最著名的例子就是所谓的分类系统(classifier system),它是遗传算法与机器学习中经典的生产式系统(production system)相结合的产物,并成功应用于石油管道设计、视觉系统的控制以及布尔函数的推断。遗传算法也可用于有导师概念学习(supervised concept learning)、特征选取与重构及强迫学习(reinforcement learning)等机器学习领域。

2. 遗传算法设计与执行策略

遗传算法操作的是一群编码化的可行解,称作种群。它通过种群的更新与迭代来搜索全局最优解。种群的迭代是通过选择、杂交和变异等具有生物意义的遗传算子来实现的。在 Holland 的最初模型中采用的是二进制定长编码和固定规模种群,遗传算法的主要形式为比例选择、单点杂交和位变异。为了提高遗传算法的性能,克服实际问题中遇到的困难,近年来在算法设计与执行策略方面有了很大进展。

(1) 编码方法 简单二进制编码的采用得到了 Holland 早期理论结果(Schema 定理、最小字母表原理)的支持,但它仍有许多不足之处。灰色编码可用于克服二进制编码映射的不连续问题(即欧氏空间中邻近点