

高等學校教材

理論力學

LILUN

LIXUE

中國紡織大學

编 者 的 话

本书是根据编者多年来的教学实践，并按照1980年审订的高等工业学校《理论力学教学大纲》编写的，可作为高等学校工科中学时类型(70—90学时范围内)各专业的理论力学教学用书。

理论力学是高等工业学校工科的一门技术基础课，是其它技术基础课和有关专业的基础。同时，掌握必要的力学理论和力学分析方法也是为解决现代工程技术中有关的力学问题与从事这方面的科学研究奠定一定的基础。

理论力学是一门系统性强、理论性严密，而且又与生产实践紧密联系的学科。我们在教材编写过程中着重考虑了理论的系统性和正确贯彻理论联系实际的原则。着重基础理论、基本方法的训练；着重理论的应用和解题方法的训练，使学生能运用力学知识对一般工程技术中的力学问题进行科学抽象和理论分析及计算。

根据当前学生入学水平的提高以及大学高等数学和普通物理的教学情况，本书适当提高了教学的起点，避免了不必要的重复。例如在汇交力系、点的运动学和质点动力学等部分都作了较大的精简。

本书在阐明力学的基本概念和基本理论的基础上，特别强调力学的分析方法，例如物体的受力分析和运动分析的方法，正确画出物体的受力图等。以往同学们反映理论力学的理论不难懂，但解题困难。根据编者的教学经验，其原因一方面在于同学们未能深入理解力学的基本概念和理论，另一方面是由于没有熟练掌握力学的分析方法。为此，在本书的各例题中，我们都首先按题意要求，分析解题思路，根据解题思路提出解题的方法和步骤而求解，从而使学生在运用力学理论求解力学问题方面得到严格的训练。

电子计算机的出现使得以前用手算化时太多或难以完成的计算都能实现。为了适应力学在近代工程技术中应用的需要，本书中引进了电算。我们把电算作为一种计算的手段，在需要使用的场合下使用，例如解超越方程、二阶非线性微分方程以及机构的运动分析、动力分析等方面。

本书由中国纺织大学理论力学教研室编写。参加编写工作的同志有

主编：王惠予

执笔：王惠予、胡允祥、王道云、项靖安、顾永校、叶兴华等。

由于编者水平所限，书中一定存在错误和缺点，恳切希望读者批评和指正。

编 者

1987年5月于中国纺织大学

目 录

前言	(1)
----	-------

第一篇 静 力 学

引言	(2)
----	-------

第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析	(3)
----------------------	-------

§ 1—1 力的概念及其基本性质	(3)
------------------	-------

§ 1—2 约束和约束反力	(5)
---------------	-------

§ 1—3 受力分析和受力图	(8)
----------------	-------

§ 1—4 汇交力系的合成与平衡——几何法	(12)
-----------------------	--------

§ 1—5 三力平衡汇交定理	(13)
----------------	--------

§ 1—6 力在坐标轴上的投影·力沿直角坐标轴的分解	(15)
----------------------------	--------

§ 1—7 汇交力系的合成与平衡——分析法	(16)
-----------------------	--------

小结	(23)
----	--------

思考题	(23)
-----	--------

习题	(24)
----	--------

第二章 平面一般力系	(30)
------------	--------

§ 2—1 平面问题中的力对点之矩	(30)
-------------------	--------

§ 2—2 力偶与平面力偶系	(32)
----------------	--------

§ 2—3 力的平移定理	(35)
--------------	--------

§ 2—4 平面一般力系的简化	(37)
-----------------	--------

§ 2—5 平面一般力系简化的最后结果	(38)
---------------------	--------

§ 2—6 平面一般力系的平衡方程	(40)
-------------------	--------

§ 2—7 平面一般力系平衡方程的形式	(45)
---------------------	--------

§ 2—8 平面平行力系的平衡方程	(46)
-------------------	--------

§ 2—9 滑动摩擦	(48)
------------	--------

§ 2—10 物体系统的平衡	(55)
----------------	--------

§ 2—11 静定与静不定问题的概念	(62)
--------------------	--------

§ 2—12 柔体摩擦的概念	(63)
----------------	--------

§ 2—13 滚动摩擦阻力的概念	(65)
------------------	--------

小结	(68)
----	--------

思考题	(70)
-----	--------

习题	(73)
----	--------

第三章 空间一般力系	(87)
------------	--------

§ 3—1 力对点之矩	(87)
§ 3—2 力对轴之矩	(88)
§ 3—3 力对点之矩与力对通过该点的轴之矩间的关系	(90)
§ 3—4 空间力偶系	(92)
§ 3—5 空间一般力系的简化	(93)
§ 3—6 空间一般力系的平衡方程	(94)
小结	(102)
思考题	(103)
习题	(103)

第二篇 运 动 学

引言	(111)
第四章 点的运动学	(112)
§ 4—1 确定点的运动的基本方法·点的运动方程	(112)
§ 4—2 点的速度和加速度	(113)
§ 4—3 点的速度和加速度的直角坐标表示法	(114)
§ 4—4 点的速度和加速度的自然表示法	(119)
小结	(124)
思考题	(125)
习题	(125)
第五章 刚体运动学	(129)
§ 5—1 刚体的平行移动	(129)
§ 5—2 刚体绕固定轴的转动	(133)
§ 5—3 用矢量表示角速度和角加速度	(138)
§ 5—4 刚体平面运动的概述和运动的分解	(140)
§ 5—5 平面图形上各点的速度	(143)
§ 5—6 平面图形上各点的加速度	(153)
小结	(158)
思考题	(160)
习题	(161)
第六章 点的合成运动	(173)
§ 6—1 运动的合成和分解的概念	(173)
§ 6—2 点的速度合成定理	(174)
§ 6—3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	(177)
§ 6—4 牵连运动为转动时点的加速度合成定理	(181)
小结	(192)
思考题	(192)
习题	(195)

第三篇 动力学

引言	(205)
第七章 质点动力学的基本方程	(205)
§ 7—1 动力学基本定律	(205)
§ 7—2 质点的运动微分方程	(207)
§ 7—3 质点相对运动动力学的基本方程	(214)
小结	(216)
思考题	(217)
习题	(217)
第八章 动量定理	(221)
§ 8—1 动量定理	(221)
§ 8—2 质心运动定理	(225)
*§ 8—3 碰撞	(229)
小结	(232)
思考题	(232)
习题	(234)
第九章 动量矩定理	(239)
§ 9—1 动量矩定理	(239)
§ 9—2 刚体定轴转动的动力学方程	(243)
§ 9—3 转动惯量	(246)
§ 9—4 质点系相对于质心的动量矩定理	(252)
§ 9—5 刚体平面运动的动力学方程	(254)
* § 9—6 碰撞时质点系动量矩的变化 • 撞击中心	(257)
小结	(259)
思考题	(260)
习题	(261)
第十章 动能定理	(270)
§ 10—1 力的功	(270)
§ 10—2 质点的动能定理	(272)
§ 10—3 质点系的动能定理	(274)
§ 10—4 势能 • 机械能守恒定律	(279)
§ 10—5 动力学普遍定理的综合应用	(282)
小结	(285)
思考题	(286)
习题	(287)
第十一章 达朗伯原理	(295)
§ 11—1 质点的达朗伯原理	(295)
§ 11—2 质点系的达朗伯原理	(297)

§ 11-3 刚体惯性力系的简化	(299)
* § 11-4 转动刚体对于轴承的动压力	(307)
小结	(311)
思考题	(312)
习题	(312)
第十二章 振动基础	(319)
§ 12-1 自由振动	(319)
§ 12-2 计算固有频率的能量法	(324)
§ 12-3 阻尼对于自由振动的影响	(327)
§ 12-4 强迫振动·共振	(329)
§ 12-5 阻尼对于强迫振动的影响	(335)
小结	(337)
思考题	(338)
习题	(339)
第十三章 虚位移原理	(344)
§ 13-1 约束·广义坐标和自由度	(344)
§ 13-2 虚位移和虚功	(346)
§ 13-3 理想约束	(346)
§ 13-4 虚位移原理	(348)
小结	(354)
思考题	(355)
习题	(355)
附录 求解线性代数方程组的程序	(361)

前言

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门科学。

物体在空间的位置随时间而改变的现象叫做机械运动。它是宇宙中物质运动的一种最简单的形式。机械运动在自然界和工程技术中是最常见的，无论是机器的运动、飞机的飞行、舰船的航行，或是日月星辰在天空的运行等都是机械运动。因为物体的平衡状态是机械运动的一种特殊情况，所以在理论力学中也研究物体的平衡规律。在现代工程技术的各个领域里，都普遍存在着大量的力学问题，学习理论力学的目的在于掌握机械运动的规律，并能运用这些规律去解决工程技术中有关的力学问题。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础的，一般称为古典力学或牛顿力学。由于近代物理学的发展，产生了相对论力学和量子力学。相对论力学揭示了物质与时间、空间的联系以及质量与能量的联系；量子力学揭示了微观粒子的运动规律。因此古典力学的应用范围是有局限性的，它不适用于速度接近光速的物体的运动，也不适用于微观粒子的运动。但是对于一般的工程技术问题，由于物体是宏观的，而且其运动速度远远小于光速，因此古典力学并未失去其重要意义。对于一般工程技术中的力学问题，应用古典力学来解决，其结果是足够精确的。

理论力学的发展与生产技术的发展是密切联系着的。生产实践经常向力学提出各种问题，这些问题的解决，不仅促进了生产，同时也推动了力学的发展。现代工程技术人员必须掌握广博而深厚的力学理论知识，以适应社会主义建设日益增长的需要。

由于理论力学是现代工程技术的基础，所以它是工科院校各类专业教学计划中一门重要的技术基础课。它为学习一系列后继课程如机械原理、机械零件、流体力学、振动学以及有关的专业课程提供重要的基础理论。

此外，理论力学的学习还有助于培养辩证唯物主义的世界观，提高分析问题和解决问题的能力，使学生在学习理论力学这门课程的过程中，逐步形成正确的逻辑思维，为今后解决工程技术问题，从事科学研究工作打下基础。

理论力学，就其包含的内容来说，可以分为三部分：

(一) 静力学——研究物体受力平衡时，作用于物体上的力系所应满足的条件，亦即研究物体的平衡规律。

(二) 运动学——研究物体运动的几何性质。

(三) 动力学——研究物体的运动与作用在物体上的力之间的关系。

第一篇 静力学

引言

静力学研究物体的平衡规律，亦即研究物体平衡时，作用于其上的力系所应满足的条件。在静力学中，所谓物体的平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动。

静力学中所采用的力学模型是刚体。所谓刚体是指在力的作用下不变形的物体。实际上任何物体受力后或多或少都会发生变形，但是象钢、铁、石块等工程材料，在力的作用下，它们的变形十分微小。这样微小的变形，对研究物体的运动或平衡规律不起主要作用，可将它忽略不计，亦即将物体抽象为刚体，这样可使问题的研究大为简化而又不影响问题的实质。因此，这时我们把实际的物体抽象为刚体是科学的，在这个基础上得到的结论将具有普遍的意义。

静力学主要研究以下两个问题：

(1) 力系的简化 力系是指作用在物体上的一组力。如果一力系能用另一力系来代替，而对物体能产生同样的效果，则此两力系等效。所谓力系的简化，就是将作用于物体上的原力系，用另一个较简单的与之等效的力系来代替。研究力系简化的目的，就是要简化物体的受力情况，使之便于分析和讨论。

(2) 力系的平衡 当物体处于平衡状态时，作用在物体上的力系必须满足一定的条件——平衡条件；反之，作用于物体上的力系只有满足平衡条件才能使物体平衡。建立各种力系的平衡条件，阐明物体受力和求解平衡问题的方法，是静力学的基本任务。

静力学在工程技术中有着广泛的应用。设计工程结构的构件时，首先必须对它们进行受力和计算。计算的结果是构件强度和刚度计算的依据，而在分析计算时，就须应用力学的平衡条件。

由于静力学中研究的对象是刚体，所以静力学又称为刚体静力学，它是研究变形体力学的基础。

第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析

§ 1—1 力的概念及其基本性质

力的概念是人们在长期的生活和生产实践中逐步形成的,最初人们在用手推、拉、举或抛掷物体时,从人体肌肉的紧张收缩中感到对物体施加了“力”,以后随着生产的发展,人们对力的认识逐步深化与完善。这样,人们从最初的直观感觉,通过抽象化的过程,建立了力的概念:力是物体之间相互的机械作用,这种作用的效应是使物体的机械运动状态发生变化,或者使物体发生变形。

力使物体的运动状态改变的效应称为力的运动效应或外效应;而使物体发生变形的效应称为力的变形效应或内效应。在理论力学中,我们只研究力的外效应。

人们经过长期的实践,不仅建立了力的概念,而且还概括出了力的各种性质,下面介绍力的几种基本性质:

(1) 力的三要素

实践表明,力对物体作用的效应取决于三个要素:力的大小、方向和作用点。由于力既有大小、方向,又服从矢量的运算规则(下面就要讲到),所以力是矢量,它可以用一个有方向的线段来表示(图1—1)。图中线段的长度按选定的比例尺表示力的大小;线段的起点(或终点)表示力的作用点;线段的方位指向表示力的方向。力为定位矢量。

在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿(N)或千牛(kN), $1\text{kN}=1000\text{N}$ 。在工程单位制中,力的单位是公斤(kg)或吨(T), $1\text{T}=1000\text{kg}$ 两者的换算关系为。 $1\text{kg}=9.8\text{N}$, $1\text{T}=9.8\text{kN}$

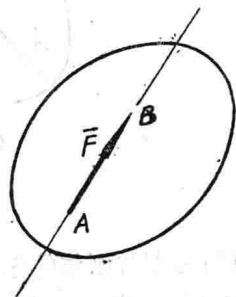


图1—1

(2) 两力平衡条件

将雨伞挂在桌子边上A点(图1—2a),当雨伞倾斜到一定位置时才能平衡,此时桌面给伞柄端的力 F_A 必与伞的重力 W 位于同一铅垂线上(图1—2b)。这是两力平衡条件的一个具体例子。

受两个力作用的刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力大小相等、方向相反、且沿着同一作用线,如图1—3所示。以上论述与刚体的形状无关。凡只受两个力作用而平衡的刚体称为两力构件或两力杆。根据两力平衡条件,这两个力的方位必沿着这两个力的作用点的连线。这个结论很重要,因为工程上经常会遇到两力构件。

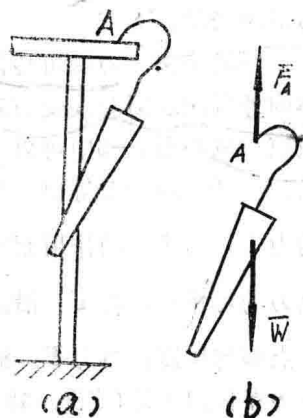


图1—2

必须注意，两力平衡条件对变形体来说，它只是必要的而不是充分的。例如绳索的两端受到等值、反向、共线的两个拉力时处于平衡，但如受到等值、反向、共线的两个压力时就不能平衡了。

(3) 力的可传性

就力对刚体的平衡或运动的效应而言，则力的作用点就不重要了。因为作用于刚体上的力可沿其作用线在刚体内任意移动，而不改变此力对刚体的作用。这种性质叫做力的可传性。设力 $\mathbf{F}$ 作用于刚体上的A点(图1—4a)。今在刚体上沿此力的作用线上任取一点B，并在B点加上一对平衡力 $\mathbf{F}'$

与 $\mathbf{F}''$ ，且令 $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}'' = \mathbf{F}$ (图1—4b)。

图中三个力对刚体作用的效应，与图1—4a中一个力对刚体作用的效应是相同的。但在图1—4b中，力 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}''$ 也是一对平衡力，故可将 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{F}''$ 从刚体上取去，而不改变对刚体作用的效应(图1—4c)。这样刚体就只受到作用在B点的一个力 $\mathbf{F}'$ 的作用，它与原来作用在

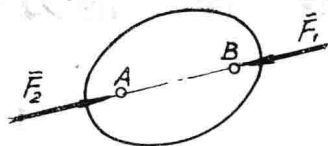


图1—3

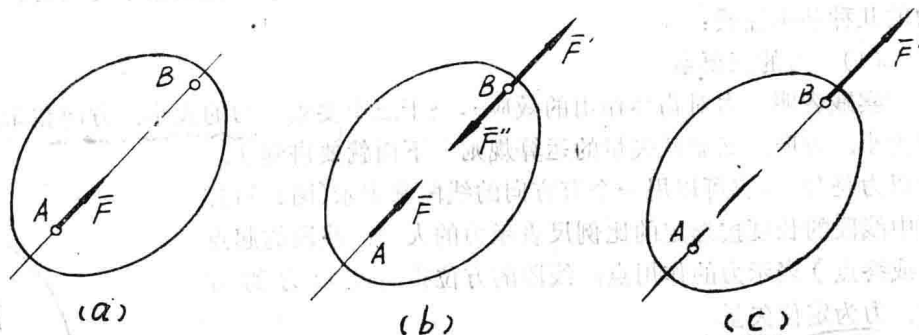


图 1—4

A点的力 $\mathbf{F}$ 对刚体的作用是等效的。将图1—4c与图1—4a比较，可以看出：力 $\mathbf{F}$ 与 $\mathbf{F}'$ 的大小与方向是完全一致的，仅是把作用在A点的力沿其作用线移到B点而已。

因此，作用在刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。在这种情况下，力成为滑动矢量。

必须注意，力的可传性只适用于刚体而不适用于变形体。因为力的可传性不改变力对物体的外效应，但要改变力对物体的内效应。例如图1—5中可以明显地看出，直杆受到一对等值、反向、共线的力 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的作用而平衡。如根据力的可传性，将 $\mathbf{F}_1$ 沿其作用线从A点移到B点；将力 $\mathbf{F}_2$ 沿其作用线从B点移到A点(图1—5b)，直杆的平衡状态并没有改变，但直杆却从原来的受拉(图1—5a)变成受压了(图1—5b)，即力对

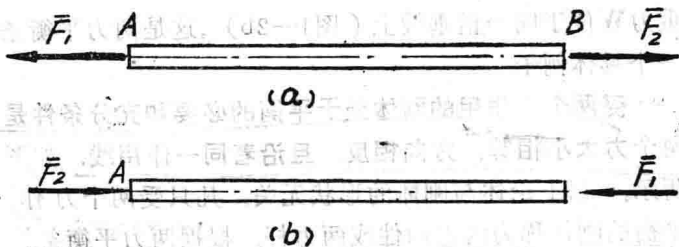


图1—5

直杆的内效应改变了。

(4) 力的平行四边形法则

作用于物体上某点A的两个力 F_1 、 F_2

的合力 R 亦作用于同一点，其大小与方向由此两力为边所构成的平行四边形的对角线来表示，如图1—6a所示。用矢量式表示为

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

即合力 R 等于 F_1 、 F_2 两分力的矢量和。

因为合力 R 的作用点亦为A，所以为求合

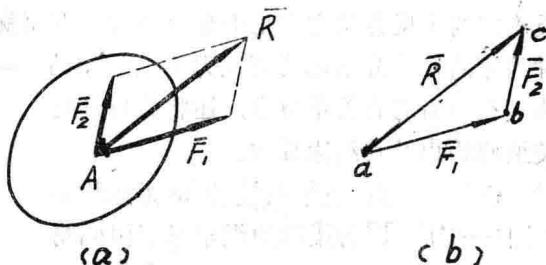


图1—6

力，只须作出半个平行四边形就够了。如图1—6b所示，从任意点作矢量 $\vec{ab} = \vec{F}_1$ ，再从b点作矢量 $\vec{bc} = \vec{F}_2$ ，连接a、c两点，矢量 $\vec{ac}$ 即代表合力 R 的大小和方向。这个三角形称为力三角形。上述法则称为力三角形法则。

力的平行四边形法则或由此而得的力三角形法则是简化力系的一个基本方法。

(5) 作用反作用定律

两个物体间相互作用的力，总是同时存在，大小相等、方向相反、且沿同一作用线。

此定律是由牛顿提出的（牛顿第三定律），它概括了自然界中物体间相互作用力的关系，表明一切力总是成对地出现的。根据此定律，已知作用力则可得反作用力。它是分析物体受力时必须遵循的原则，为研究由一个物体过渡到多个物体组成的物体系统提供了基础。

§ 1—2 约束和约束反力

在机械或工程结构中，每个构件都根据工作要求以一定方式和周围其他构件联系着，因而每个构件的运动都受到一定的限制。由周围物体所构成的限制物体运动的条件在力学中称为约束。构成约束条件的周围物体称为约束体，有时也称为约束。例如对放在桌面上的物体来说，桌面就是约束体，因为桌面阻碍这物体向下运动。又如对任何一根由轴承支承的转轴来说，轴承就是约束体，因为轴承限制了转轴的运动，使转轴只能旋转而不能发生径向运动。

作用于物体上的各种载荷如重力、风力、切削力、…，它们是促使物体运动或有运动趋势的力，称为主动力。

约束体既然限制物体的运动，因此约束体必然承受物体的作用力，同时给予物体以相等、相反的反作用力。所以约束对物体的作用，实际上就是力，这种力称为约束反力，简称约束力或反力，例如重量为 P 的物体放在桌面上（图1—7），

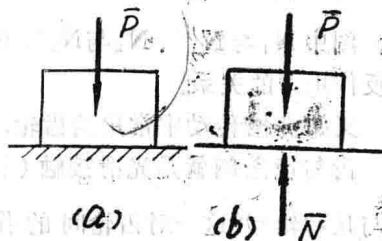


图1—7

桌面对物体作用的力 N 就是约束反力。约束反力的方向总是与该约束所能阻碍的运动方向相反。根据这个准则可以确定约束反力的方向或方位。至于约束反力的大小则总是未知的，它取决于作用在物体上的主动动力以及约束本身的性质，在静力学中将由平衡方程来求出。

静力学中所研究的问题几乎都是受有约束的物体的平衡问题。这种物体受了主动动力的作用，虽有运动趋势，但由于受到约束，即受到约束反力的作用，因而保持平衡。因此，任何

物体的平衡可认为是在作用于其上的主动力及约束反力的共同作用下保持平衡的。主动力往往是已知的；而约束反力则是未知的。因此，在静力学中正确地分析约束条件，根据约束性质确定约束反力的方向是十分重要的，下面就来介绍工程上常见的几种约束类型，并根据各种约束的特性分别说明其反力的表示方法。在以后的有关章节中，还将分析其它类型的约束及其约束反力。

(1) 绳索、皮带及链条等柔体约束 (图1—8) 因为柔软的绳索只能阻碍物体上与绳索连结的一点沿绳索方向离开绳索，而不能阻碍这一点沿其它方向的运动。所以绳索对物体的约束反力一定作用在物体与绳索相连结的点上，方向沿绳索，其指向背离物体 (图1—8b)，即绳索只能在受拉情况下工作。绳索的约束反力一般以符号 T 表示。这里假定绳索 (或皮带、链条) 是柔软且不可伸长的，当然这是一种抽象的假设，但与实际情况极为接近。

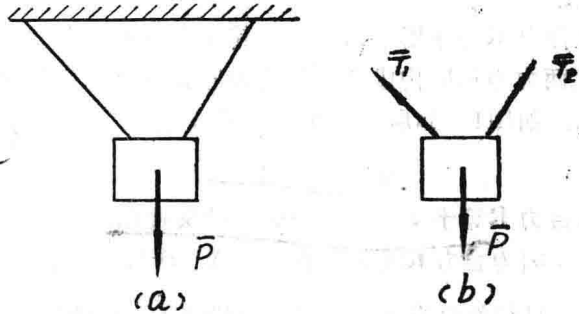


图1—8

(2) 光滑接触面约束 (图1—9) 当物体与物体之间接触处的摩擦力很小，与其它作用力相比可忽略不计，这样的接触面可以认为是理想光滑的。光滑接触面约束，不管接触面是平面还是曲面，它只能限制物体沿接触面的公法线方向而朝向支承面的运动。因此光滑接触面对物体作用的约束反力的方位必沿接触面的公法线，并指向物体 (图1—9b)。光滑接触面的约束反力一般以符号 N 表示，称为法向反力。

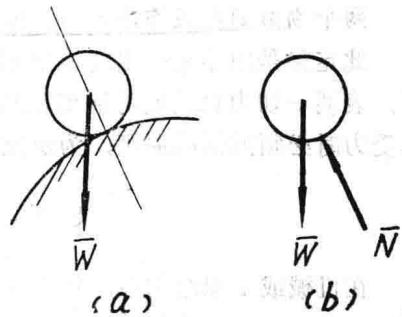


图1—9

图1—10表示机床的台面由床身的平导轨和三角导轨支承。如导轨充分润滑，支承面可以认为是光滑的。图中分别画出了台面和导轨间作用力与反作用力。各力方位均沿接触面的公法线，并分别指向台面和床身导轨。图中 N_1 与 N_1' 、 N_2 与 N_2' 、 N_3 与 N_3' 均为作用力与反作用力的关系。

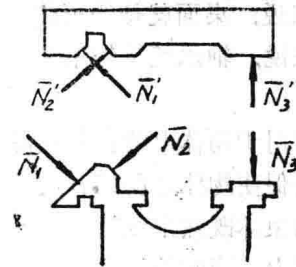


图1—10

又如机械传动中常用的齿轮，当摩擦力可忽略不计，齿与齿之间就是光滑接触 (图1—11a)。主动轮

O 与从动轮 O' 这一对齿轮间的作用力 N 与反作用力 N' ，其方位都是沿齿廓曲面在啮合点 A 处的公法线 $n-n$ ，指向齿廓曲面 (图1—11b)。

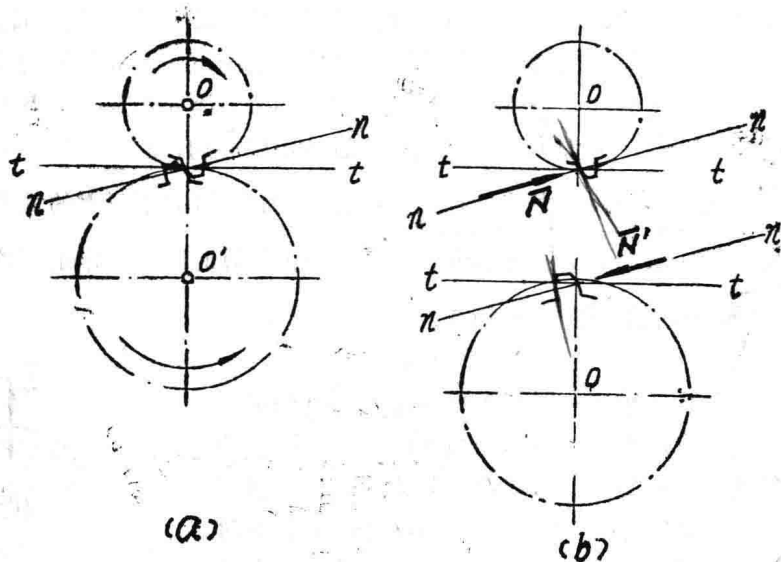


图1—11

对于如图1—12所示的AB杆，半圆弧槽在C处给它的约束反力 N_C 应垂直于杆AB；在B处给它的约束反力 N_B 应沿着半圆弧槽在B处的法线方向即BO方向。

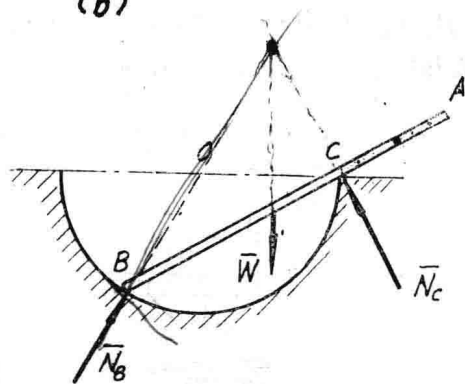


图1—12

(3) 光滑圆柱铰链约束、向心轴承约束 在两个构件上各钻以直径相等的圆孔，彼此用圆柱形销钉连接，这种连接结构称为圆柱铰链，简称铰链（图1—13a）。若其中有一个构件是固结于地面或固结于机架的，则这种铰链连接结构就称为固定铰链支座（图1—13b）。图1—13c与图1—13d分别为圆柱铰链与固定铰链支座的代表符号。在实际机构中，圆柱销钉一般是与一个构件固结（压配）的，我们作受力分析时，也常把圆柱销钉看作是与构件之一固结的。

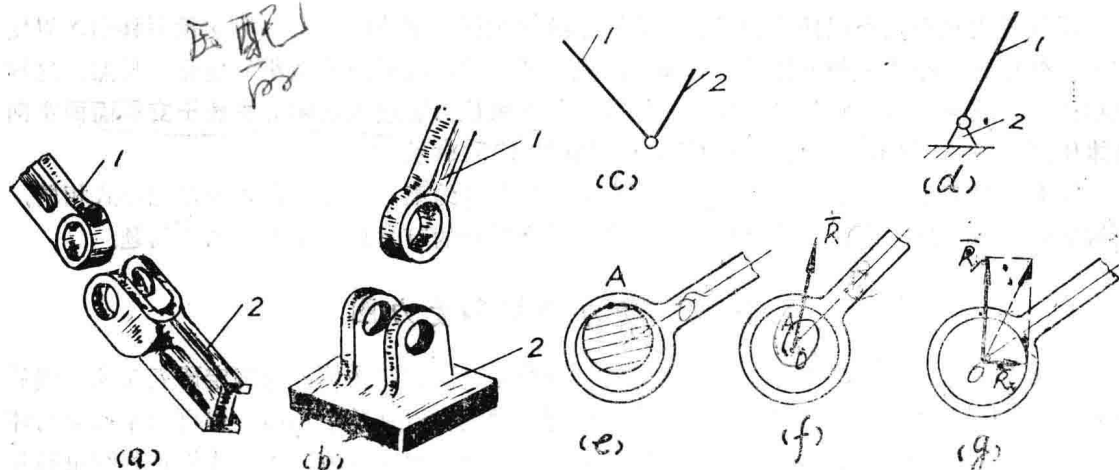


图1—13

这种用圆柱铰链连接的构件，可互相绕圆柱销钉轴线转动，但圆柱铰链限制构件相互之间在垂直于销钉轴线方向即径向的运动。在不计摩擦的情况下，圆柱铰链约束就构成圆柱销钉与被约束构件的圆孔之间的光滑接触面约束(图1—13e)。因此约束反力 $\mathbf{R}$ 沿着销钉与构件圆孔的接触点A的法线，亦即 $\mathbf{R}$ 的作用线是通过铰链中心的(图1—13f)。但由于接触点A的位置与被约束构件本身的受力情况有关，不能预先确定，因此不仅 $\mathbf{R}$ 的大小未知，其方向一般也是未知的，仅知 $\mathbf{R}$ 一定通过铰链中心O。在分析计算时，可用作用在铰链中心O的两个正交分力 $\mathbf{R}_x$ 和 $\mathbf{R}_y$ 来表示(图1—13g)。

图1—14所示的向心轴承，是机器中常见一种约束，它的性质与固定铰链支座相同。轴承相当于图1—13b或d中固定的构件2，轴相当于销钉，只不过直径较大而已，与轴固结的零件，如齿轮、皮带轮则相当于图1—13b或d中的可动构件1。因此向心轴承的约束反力与铰链支座的约束反力具有相同的特点，如图1—14所示。

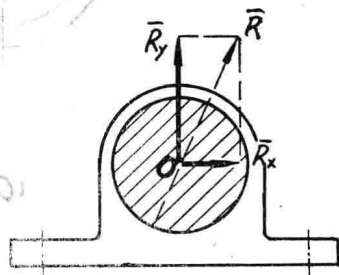


图 1—14

4. 辊轴铰链支座约束 在桥梁等工程结构上经常采用辊轴铰链支座如图1—15所示。

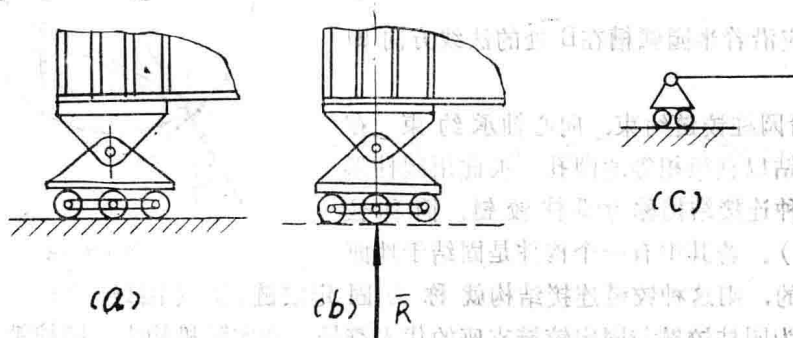


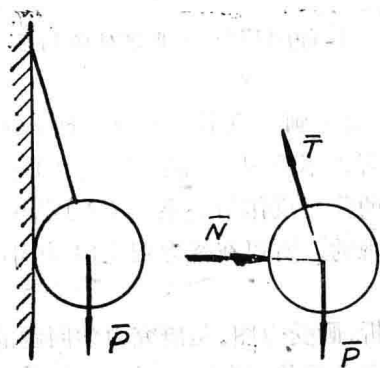
图 1—15

它是将铰链支座用几个圆柱形辊子支承在固定的支承面上形成的，可以沿支承面移动，以便当温度变化而引起桥梁跨度伸长或缩短时，允许两支座间的距离有微小的变化。显然，这种辊轴铰链支座的约束性质与光滑接触面相同，其约束反力通过铰链中心垂直于支承面而指向物体如图1—15b所示。这种约束的代表符号如图1—15c所示。

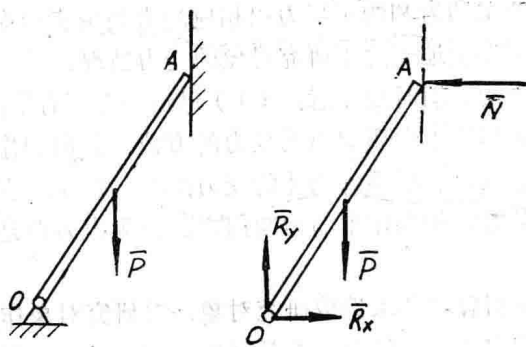
以上介绍了几种简单的约束。在工程实际中遇到的约束不一定与上述的理想形式相同，如何进行合理简化并估计其约束反力的特点，是个重要的有时也是相当困难的问题。

§ 1—3 受力和受力图

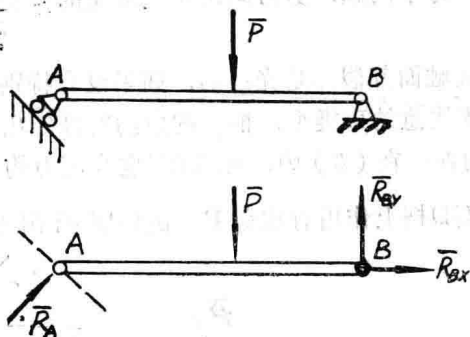
求解力学问题时，首先要根据题意要求，选取需要研究的物体，即确定研究对象，然后分析它的受力情况，这个过程称为受力分析。研究对象可以是单个物体，也可以是几个物体的组合，也可以是整个物体系统。为了清楚地表示研究对象的受力情况，我们将其约束解除而将它单独画出，约束解除后用相应的约束反力来代替它们对物体的作用。将作用于研究对



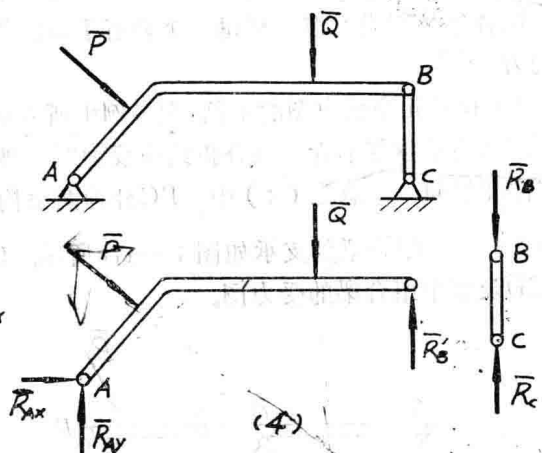
(1)



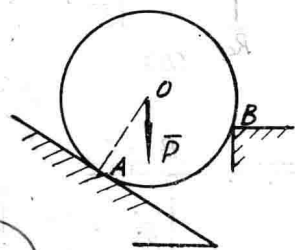
(2)



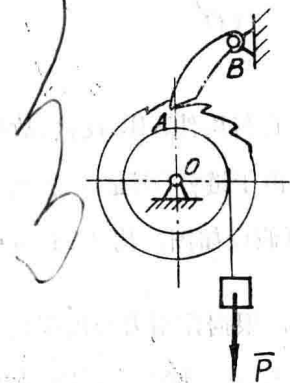
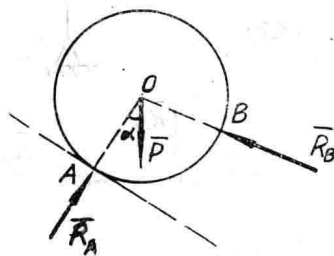
(3)



(4)



(5)



(6)

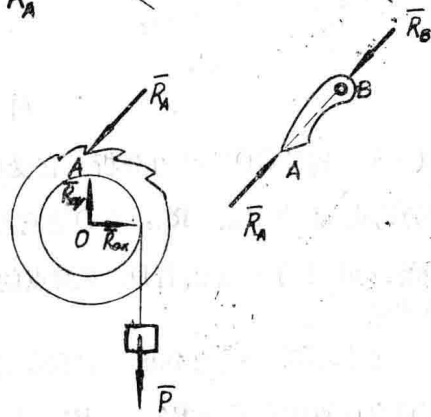


图 1—16

象上的主动力和约束反力以相应的力矢量表示在简图上，这种图形称为研究对象的受力图。受力图形象地表达了研究对象的受力情况。

画受力图时要注意：（1）每画一力要有依据，既不要多画，也不要漏画。对于约束反力要根据约束性质定出其反力的方位、指向和作用线位置，不能凭空臆测。（2）分别画出两个互相有联系的物体的受力图时，要注意它们之间的作用反作用关系。（3）研究对象内各部分间相互作用的力叫内力。因为内力总是成对出现的，所以在受力图上内力不必画出。

根据题意要求选取研究对象，对研究对象作受力分析，画受力图。是研究力学问题的特有的研究方法，不管是静力学问题，还是动力学问题，读者必须熟练掌握。受力分析是解决力学问题的第一步，也是关键性的一步。如果这一步工作搞错，则以下的计算必然导致错误的结果，读者务必养成习惯，对每一个要着手解决的力学问题，努力画出研究对象的完整而清晰的受力图。

图1—16是几个受力图的示例，在各例中所有接触面都假定是光滑的，如果没有特别表示出来，物体的重量都不计。在分析约束反力时，要注意约束类型，根据约束的特性定出其反力的方位和指向。注意在（4）中，BC杆为两力构件；在（6）中，棘爪AB也为两力构件。

例1—1 组合梁的支承如图1—17a所示。CD杆上作用有载荷 P ，试分别画出构件AC、CD及整个组合梁的受力图。

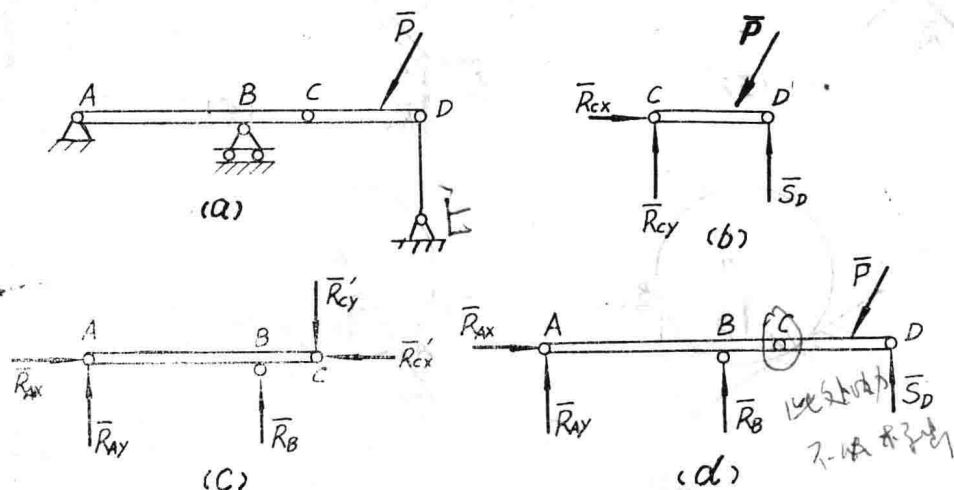


图 1—17

解（1）构件CD的受力分析 它受有载荷 P ，在C处它与构件ABC铰接，故受有构件ABC给它的约束反力 R_{Cx} 、 R_{Cy} ；在D处它与链杆DE铰接，由于链杆DE是两力杆，故链杆对构件CD的约束反力 S_D 必沿着D、E两点的连线，其指向可假设如图。构件CD的受力图如图1—17b所示。

（2）构件ABC的受力分析 它在C处与构件CD铰接，根据作用力与反作用力的关系，构件CD给它的约束反力 R'_{Cx} 、 R'_{Cy} 与 R_{Cx} 、 R_{Cy} 等值、反向、共线。在B处受到辊轴铰链支座给它的约束反力 R_B 。在A处受到固定铰链支座给它的约束反力 R_{Ax} 、 R_{Ay} 。构件ABC的

受力图如图 1—17c 所示。

(3) 整个组合梁的受力分析 作用于整个系统上的力有载荷 P ，支座 A 给它的约束反力 R_{Ax} 、 R_{Ay} ，支座 B 给它的约束反力 R_B 及链杆 DE 给它的约束反力 S_D 。在铰链 C 处，它受有构件 ABC 和构件 CD 相互作用的约束力 R_{cx} 、 R'_{cx} 、 R_{cy} 、 R'_{cy} 它们是作用与反作用的关系，即 $R_{cx} = -R'_{cx}$ ， $R_{cy} = -R'_{cy}$ 。这些力是系统内部的物体相互作用的力，故称为内力。内力成对地作用在整个系统上，对系统的作用效果相互抵消，故内力在系统的受力图上不必画出，整个系统的受力图如图 1—17d 所示。

例 1—2 AB、AC、DE 三杆连接如图 1—18a 所示。DE 杆上有一插销 H 套在 AC 杆的导槽内，试分别画出 DE 杆，AC 杆，AB 杆及整个系统的受力图。

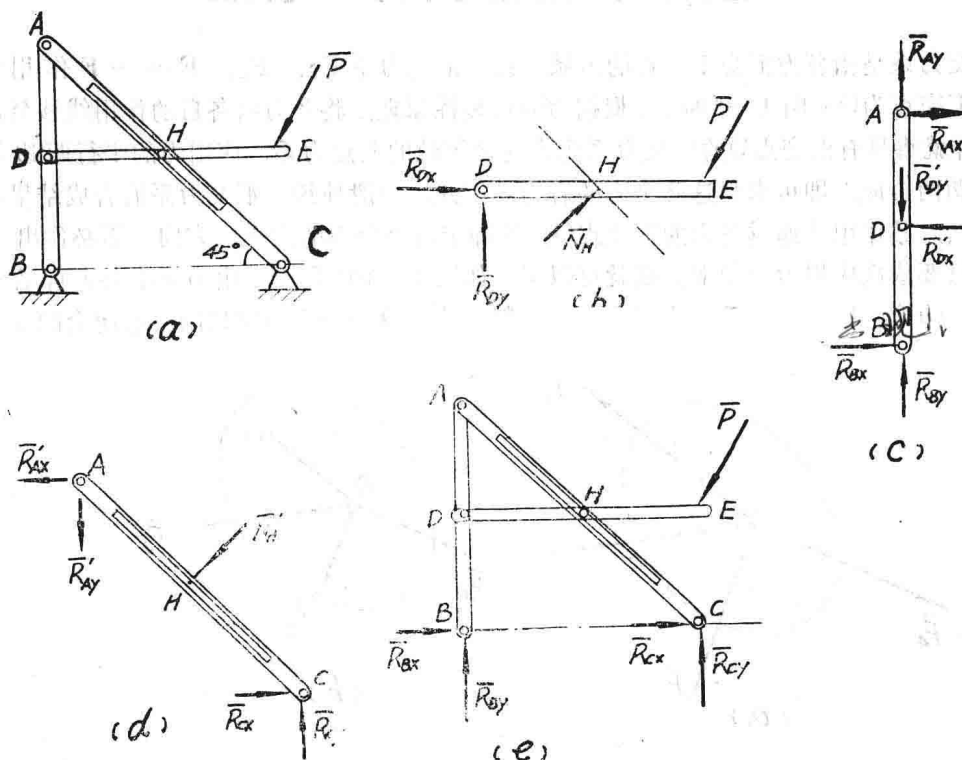


图 1—18

解 (1) DE 杆的受力分析 (图 1—18b) 在 E 处它受到载荷 P 的作用；在铰链 D 处受到 AB 杆给它的约束反力 R_{Dx} 、 R_{Dy} ；在 H 处的约束是光滑接触面约束，它受到 AC 杆给它的法向约束反力 N_H 。ED 杆的受力图如图 1—18b 所示。

(2) AB 杆的受力分析 (图 1—18c) 在铰链 D 处它受到 DE 杆给它的约束反力 R'_{Dx} 、 R'_{Dy} (分别与 R_{Dx} 、 R_{Dy} 互为作用力与反作用力)；在铰链 A 处受到 AC 杆给它的约束反力 R_{Ax} 、 R_{Ay} ；在铰链 B 处受到支座 B 给它的约束反力 R_{Bx} 、 R_{By} 。AB 杆的受力图如图 1—18c 所示。