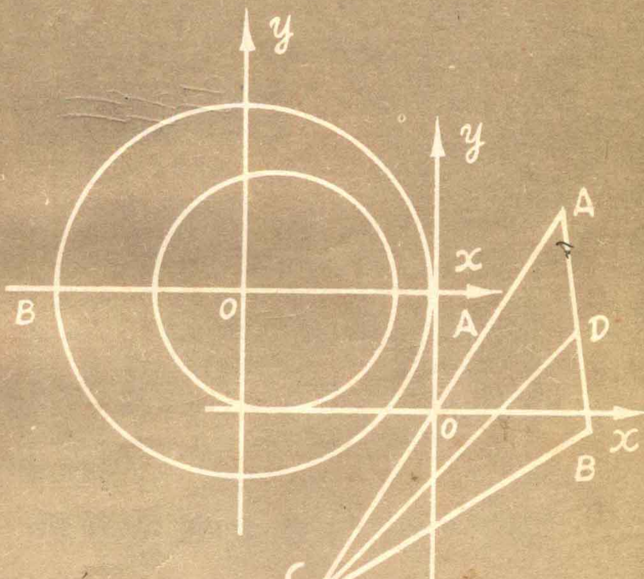
初中数学精编

代数

第二册



浙江教育出版社

初中数学精编

代　　数

第　二　册

应启才　许　行　郑启道

浙江教育出版社

初 中 数 学 精 编

代　数

第二册

应启才　许　行　郑启道

*

浙江教育出版社出版

（杭州武林路 125 号）

浙江新华印刷二厂印刷

浙江省新华书店发行

*

开本787×1092　1/32　印张3.75　字数85000

1987年11月第2版

1991年6月2版7次印刷

印数：1477451—1675850

*

ISBN 7-5338-0125-3/G·126

定　价：0.95元

说　　明

为了帮助初中学生正确理解数学概念，发展智力，培养能力；同时也为教师在因材施教、辅导不同程度的学生时提供方便，我们根据教学大纲和现行教材的要求，本着加强基础知识、训练基本技能的精神，编写了这本初中辅助教材.

在编写过程中，本书汲取了以往的编写经验，并渗透了编者自己的教学体会. 在每章前面，以“学习导引”的形式对该章的内容和要点作了扼要概述，并给出了规律性的学习指导；在习题中，穿插了部分典型例题，它们能起到举一反三的作用；在答案及部分题后，又以“注意”、“提示”、“分析”等形式帮助读者分析问题，揭示解题规律. 该书弥补了初中数学教材中部分章节内容梯度不匀、综合性不强、前后呼应及螺旋上升不足等问题.

全书按教材内容的顺序分章节进行编写，教师和学生可按教学进度与课本同步使用. 习题分 A、B、C 三组，其中 A 组题侧重于对基本概念的理解，以双基训练题为主；B 组题侧重于分析问题，以本章知识综合应用为主；C 组题则沟通各章节的知识，进行综合训练，其灵活性较大，难度较高，可供学有余力的同学练习. 每章结束时配有一套自我测验题，以衡量学生是否达到教学要求.

本书由吕敏寅、郑启道两同志主编并审稿.

1987 年 2 月

目　　录

第五章　二元一次方程组

〔学习导引〕

1　二元一次方程必须同时符合下列条件：

(1) 在这个方程中，有且只有两个未知数.

(2) 对未知数来说，构成方程的代数式是整式.

(3) 含未知数的项，对未知数来说都是一次的.

因此 $a^2x+y=b^2$ 是二元一次方程，而 $xy-2x=3$，$3x=2x-a$，$x+\frac{2}{y}=3$ 等都不是二元一次方程.

2　二元一次方程通过整理后，它的一般形式是：

$$ax+by=c(a,\ b,\ c \text{ 为已知数，且 } a,\ b \text{ 都不是零}).$$

求二元一次方程 $ax+by=c$ 的解，一般是先把方程变形成 $y=\frac{-ax+c}{b}\left(\text{或 } x=\frac{-by+c}{a}\right)$的形式，然后任意确定 x(或 y)的值，求得与它相对应的 y(或 x)的值，得到方程的解. 因此二元一次方程有无数多个解，这无数多个解组成一个解集.

3　由几个一次方程组成，并含有且仅含有两个未知数的方程叫做二元一次方程组. 通过整理，它的一般形式为：

$$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\ a_2x+b_2y=c_2.\end{cases}$$

(a_1，a_2 中至少有一个不为零，b_1，b_2 中也至少有一个不为零，a_1，b_1 不能同时为零，a_2，b_2 也不能同时为零)

方程组里各个方程的公共解叫做方程组的解. 最后必须写

成$\begin{cases}x=a,\\y=b\end{cases}$ 的形式. 二元一次方程组的解有三种情况:

(1) 当 $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$ 时,方程组有一个解;

(2) 当 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$ 时,方程组没有解;

(3) 当 $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}$ 时,方程组有无穷多个解.

例如: 已知方程组:

$$\begin{cases}x+2y=3,\\2x+ay=b.\end{cases}$$

(1) 当 $a\neq4$ 时,方程组有一个解;

(2) 当 $a=4$, $b\neq6$ 时,方程组没有解;

(3) 当 $a=4$, $b=6$ 时,方程组有无穷多个解.

4 解二元(或三元)一次方程组的基本思路是"消元",常用的方法是代入消元法和加减消元法. 当方程组中一个方程的某一个未知数的系数是1或某一个方程的常数项是零时, 用代入消元法较简便; 当两个方程中同一个未知数的系数的绝对值相等或成整倍数时,用加减消元法较简便.

5 列方程组解应用题的核心问题是根据题意把已知量和未知量联系起来,找等量关系. 它的一般步骤是:

(1) 审明题意. 这是解题的基础. 在审题时, 首先要弄清楚所给题中有几个基本量,以及它们之间的一般的等量关系.在中学阶段, 所遇到的大部分是三个数量间的关系. 例如,"距离=速度×时间";"工作量=工作效率×工作时间";"重量=比重×体积";"溶质重量=溶液重量×浓度"等等. 其次要理解所给题中同类量之间的特殊的等量关系, 它们往往是通过所给题中一些关键词语表现出来的. 例如,"多"、"少"、"快"、"慢"、"提

前”、“超过”、“早到”、“迟到”、“是几倍”、“增加几倍”、“增加到几倍”、“增加到”、“增加了”、“增长率”、“相向”、“同向”等等.

(2) 设未知数、列代数式. 设未知数一般有两种方法:直接设未知数和间接设未知数. 可设一个未知数、也可设多个未知数,一般地设几个未知数,就需列几个方程.

(3) 布列方程,是解题的关键. 利用列代数式时没有用过的等量关系列出方程组. 要注意列出的方程必须满足三个条件:

① 方程两边表示同类量;

② 方程两边的同类量的单位一样;

③ 方程两边的数值相等.

(4) 解方程组.

(5) 检验和答案. 一道应用题经过上述各步骤,应该基本解决了. 但要完全解决还必须对所求得的方程组的解进行检验,看其是否符合应用题的实际,只有对解进行检验,才能保证答案的正确性.

(A)

〔二元一次方程〕

1. 填空题:

(1) 方程 $2x-3y=18$ 是含有____个未知数的____次方程.

(2) 当方程 $3x+5y=13$ 的 $y=2$ 时, $x=$____; 当 $x=-2$ 时 $y=$____.

(3) 在方程 $x+\frac{1}{y}=2$, $x^2-y-1=0$, $\frac{x}{3}-1=\frac{1}{2}y$ 中属于二元一次方程的是____.

(4) 方程 $2x-5y=11$，若变形为用 y 的代数式表示 x，则是______；若用 x 的代数式表示 y，则是____.

2. 在 $\begin{cases}x=3,\\y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\y=-1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\y=-\dfrac{1}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}x=0.5,\\y=-2\end{cases}$ 四对数中：

(1) 哪几对是方程 $x+2y=3$ 的解？

(2) 哪几对是方程 $2x-y=-1$ 的解？

3. 按表中给定的 x 的值，分别求出下列各方程中的对应的 y 的值：

x	0.5	1	2	3.5	0	-3	-4.5
$y=3x$							
$y=x-\frac{1}{2}$							

4. 根据表中给定的 x（或 y）的值，求出满足方程 $2x-3y=4$ 的对应的 y（或 x）的值：

x		-3	0		$\frac{7}{2}$
y	-2			$-\frac{2}{3}$	

5. 如果 $x=3$，$y=-1$ 是方程 $3x-y+m=0$ 的一个解，求 m 的值.

6. 当 $x=0$ 时，求适合于方程 $4x-3y=12$ 的 y 的值；当 $y=0$ 时，求适合于上述方程的 x 的值.

7. 如果把 $\begin{cases}x=a,\\y=b\end{cases}$ 表示成有序数对 (a, b)，那么在下列各有序

数对中，哪些是方程 $\frac{1}{2}x+y=\frac{3}{4}$ 的解？

$\left(0,\ \frac{3}{4}\right)$，$(1,\ -1)$，$\left(\frac{11}{2},\ -2\right)$，$\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$.

8．先用 x 的代数式表示 y，求出方程的四个解；然后用 y 的代数式表示 x，求出方程的四个解：

(1) $x+\frac{1}{2}-y=0$; (2) $2(x-y)=5$.

9．判断题*：

(1) 二元一次方程 $2x-3y=1$ 有无穷多个解，即 x、y 可任取数值. ( )

(2) 二元一次方程 $x-2y=12$ 的一组解是 $x=4$，$y=-4$. ( )

(3) 如果两数的和是 10，那么满足这种条件的两个数只有唯一的一对. ( )

〔二元一次方程组〕

10．在 $\begin{cases}x=0,\\y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{5}{2},\\y=-3\end{cases}$ 中

(1) 哪些是方程 $2x-y=8$ 的解？

(2) 哪些是方程 $x+y=1$ 的解？

(3) 哪些是这两个方程的公共解？

11．已知二元一次方程组

$$\begin{cases}x-2y=3, & ①\\2x+y=1. & ②\end{cases}$$

(1) 求出方程 ① 的三个解，其中 $x=-2,\ 0,\ 1$；

(2) 求出方程 ② 的三个解，其中 $x=-2,\ 0,\ 1$；

---

* 对的打“✓”，错的打“×”，下同.

(3) 求出这个方程组的解.

12. 检验下列二元一次方程组后面括号内的一对未知数的值,是不是方程组的一个解?

(1) $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1; \end{cases} \left(\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}\right)$ (2) $\begin{cases} x+y=-1, \\ 2x-y=-5. \end{cases} \left(\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}\right)$

13. 判断题:

(1) 方程组$\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=3 \end{cases}$的解是$\begin{cases} x=1, \\ y=1. \end{cases}$ ( )

(2) 方程组$\begin{cases} x+y=8 \\ x+y=1 \end{cases}$有唯一的一组解 ( )

14. 选择题*:

(1) 方程组$\begin{cases} y=2x-3 \\ 4x-3y=1 \end{cases}$的解是 ( )

(A) $\begin{cases} x=1, \\ y=-1; \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=2, \\ y=1; \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=4, \\ y=5; \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=5, \\ y=4. \end{cases}$

(2) 方程组$\begin{cases} 4x+3y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$的解是 ( )

(A) $\begin{cases} x=-3, \\ y=2; \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=2, \\ y=-1; \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=3, \\ y=-2; \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-2, \\ y=1. \end{cases}$

15. 已知$\begin{cases} x=2, \\ y=-1 \end{cases}$是方程组$\begin{cases} 2x+my=2, \\ nx+y=1 \end{cases}$的解,则$m=$______, $n=$______.

* 本书中所有的选择题若不作特殊说明,则正确结论唯一。

〔用代入法解二元一次方程组〕

16. (1) $\begin{cases} x=7, \\ 3y-2x=4; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0.3x+0.2y=1, \\ y=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

17. (1) $\begin{cases} x=3y, \\ 2x-y=5; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+2y=2, \\ y=-2x. \end{cases}$

18. (1) $\begin{cases} x+\dfrac{1}{2}y=0, \\ 4x+5y=9; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-y=3, \\ 2x+3y=-9. \end{cases}$

19. (1) $\begin{cases} 3x-2y=1, \\ 4x-5y=3; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x+6y=13, \\ 7x+18y=-1. \end{cases}$

20. (1) $\begin{cases} x:y=3:4, \\ x+y=49; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=\dfrac{1}{2}, \\ 5x+7y=6\dfrac{5}{6}. \end{cases}$

21. (1) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{5x-y}{5}, \\ 7y=5x+25; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x+5y=3.5, \\ x-1=1.8-x-6y. \end{cases}$

〔用加减法解二元一次方程组〕

22. (1) $\begin{cases} 2x+y=1, \\ 3x-y=4; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x-2y=5, \\ x+2y=3. \end{cases}$

23. (1) $\begin{cases} 2x+y=5, \\ 2x+4y=11; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x-3y=7, \\ x-3y=7. \end{cases}$

24. (1) $\begin{cases} y=2x+2, \\ 3x-3=y; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x+3y=6, \\ 2x+y=4. \end{cases}$

25. (1) $\begin{cases} 3x+4y-2.9=0, \\ 5x-2y-0.5=0; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+5y=25, \\ 4x+3y=15. \end{cases}$

26. (1) $\begin{cases} 2x-8=3y, \\ 7x=5y-5; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2-3y=2x, \\ 4x-1=9y. \end{cases}$

27. (1) $\begin{cases}\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=13,\\ \dfrac{1}{3}y-\dfrac{1}{4}z=3;\end{cases}$　　(2) $\dfrac{x+y}{5}=\dfrac{x-y}{3}=2$.

28. (1) $\begin{cases}3(x-1)=4(y-4),\\ 5(y-1)=3(x+5);\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x+y=300,\\ 5\%x+53\%y=25\%\times 300.\end{cases}$

29. 解关于 x、y 的方程组

(1) $\begin{cases}x+y=a,\\ x-y=b;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+y=m,\\ 5x-3y=-m.\end{cases}$

〔三元一次方程组〕

30. (1) $\begin{cases}x+y-z=4,\\ 2x-y+z=5,\\ x-3y+z=-2;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x-2y=z,\\ 3x+2y=1,\\ 2x-y=z+\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

31. (1) $\begin{cases}3x-2y=8,\\ 2y+3z=1,\\ x+5z=7;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+y+z=2,\\ x-2y+z=-1,\\ x+2y+3z=-1.\end{cases}$

32. (1) $\begin{cases}3x+2y+z=14,\\ x+y+z=10,\\ 2x+3y-z=1;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2x+6y+3z=6,\\ 3x+15y+7z=6,\\ 4x-9y+4z=9.\end{cases}$

〔一次方程组的应用〕

33. 两个数的和为 15, 其差为 3, 求此两数.

34. 两个数的比等于 5:6, 它们的和等于 18.7, 求这两个数.

35. 四辆手拉车和五辆卡车一次能运货 27 吨; 十辆手拉车和三辆卡车一次能运货 20 吨; 求一辆手拉车和一辆卡车一次各运货多少吨?

36. 某校学生会文娱部头进 10 副围棋和 16 副象棋，共用去 110 元，已知 3 副围棋比 4 副象棋要贵 2 元 2 角，问每副围棋和象棋各需多少元？

37. 两个小组的工人原计划本月生产 680 个零件，结果第一小组超额完成了 20%，第二小组超额完成了 15%，于是两个小组共比原计划多生产 118 个零件，问本月原计划每小组各生产多少个零件？

38. 有甲、乙两数，甲数的 3 倍与乙数的 2 倍之和等于 47，甲数的 5 倍比乙数的 6 倍小 1，求这两个数.

39. 甲、乙两人各购买新书若干，如果甲从乙处拿 10 本，那么甲所有的书是乙所剩的书的 5 倍；如果乙从甲处拿 10 本，那么两人所有的书相等. 问甲、乙两人各购买新书几本？

40. 甲、乙两人从相距 28 公里的两地同时相向出发，经过 3 小时 30 分钟相遇，如果乙先走 2 小时，然后甲再出发，这样甲经过 2 小时 45 分钟就与乙相遇，求甲、乙两人每小时各走多少公里？

41. 某工厂第一车间的人数是第二车间人数的 $\frac{4}{5}$ 少 30 人，如果从第二车间调 10 个人到第一车间，那么第一车间的人数是第二车间人数的 $\frac{3}{4}$，求各车间的人数.

42. 一艘船载重量是 520 吨，容积是 2000 立方米，现在有甲、乙两种货物，甲种货物每吨的体积是 2 立方米，乙种货物每吨的体积是 8 立方米，两种货物应该各装多少吨，才能最大限度利用船的载重量和容积.

43. 甲、乙两班学生要把 177 株树苗运到绿化场地去，现在知道甲班学生比乙班学生送的 $\frac{2}{3}$ 多 7 株，问两班学生各送多少

株？

44．一根 3 米长的铁丝分成两段，做正方形和长方形框各一个，已知长方形的宽和长的比为 1:2，长方形的长比正方形的边长多 0.3 米，求正方形的边长，长方形的长和宽以及它们各自的面积.

45．甲、乙、丙三数的和为 80，乙数为甲数的 $2\frac{3}{4}$ 倍，丙数为甲数与乙数之和的 $\frac{1}{3}$，求此三数.

46．有一个三位数，它的十位上的数字等于个位上的数字与百位上的数字的和，个位上的数字与十位上的数字的和等于 8，百位上的数字与个位上的数字互相调换后所得的三位数比原来的三位数大 99，求这个三位数.

47．三个数的和等于 51，第一个数除以第二个数，得到商是 2 而余 5；第二个数除以第三个数，得到商是 3 而余 2，这三个数各是多少？

48．一个三角形最长边与最短边的差是 7 分米；最长边与第三边的和是 24 分米，把最长边的 2 倍、第三边的 3 倍、最短边的 4 倍加在一起，总和为 89 分米，求这个三角形的三条边各自的长度.

49．代数式 ax^2+bx+c，在 $x=1$ 时的值是 0，在 $x=2$ 时的值是 3，在 $x=-3$ 时的值是 28，求 a、b、c.

(B)

50．填空题：

(1) 已知$\begin{cases}x=0,\\y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\y=1\end{cases}$ 都是方程 $ax+by=8$ 的解，则

$a=$____, $b=$____.

(2) 解关于 x、y 的方程组:

$$\begin{cases}x+2y=3m\\ x-y=9m,\end{cases} \quad 得 \quad \begin{cases}x=\_\_\_\_,\\ y=\_\_\_\_.\end{cases}$$

当 m 满足方程 $3x+2y=17$ 时, 则 $m=$____.

(3) 在代数式 $kx+my+z$ 中, 当 $x=2$、$y=3$、$z=4$ 时, 它的值等于0; 当 $x=-1$、$y=-2$、$z=1$ 时, 它的值等于4, 则 $k=$____, $m=$____.

51. 选择题:

(1) 在下列各对数中, 方程组

$$\begin{cases}2x-y=-3,\\ x+3y=2\end{cases}$$ 的解是

(A) $\begin{cases}x=-2,\\ y=1;\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=1,\\ y=\frac{1}{3};\end{cases}$

(C) $\begin{cases}x=-1,\\ y=1;\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=2,\\ y=0.\end{cases}$

(2) 方程 $2x+y=9$ 在 8 以内的正整数解有

(A) 一个; (B) 二个; (C) 三个; (D) 四个.

(3) 在方程 $2x+3y-4+3kx-2ky=0$ 中, 如果这个方程没有 x 项, k 的值应为

(A) $k=-\frac{2}{3}$; (B) $k=\frac{2}{3}$;

(C) $k=0$; (D) $k=-\frac{3}{2}$.

(4) 已知 $2a^{y+5}b^{3x}$ 和 $-4a^{2x}b^{2-4y}$ 是同类项, 那末 x, y 的值是

(A) $\begin{cases}x=-1,\\y=2;\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=2,\\y=-1;\end{cases}$

(C) $\begin{cases}x=0,\\y=-\dfrac{3}{5};\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=7,\\y=0.\end{cases}$

52. (1) 方程 $3x+4y=16$ 的解，是不是二元一次方程组 $\begin{cases}3x+4y=16,\\5x-6y=33\end{cases}$ 的解？方程组 $\begin{cases}3x+4y=16,\\5x-6y=33\end{cases}$ 的解，是不是 $3x+4y=16$ 的解？

(2) 方程组 $\begin{cases}\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{4}y=1,\\12x-6y=1\end{cases}$ 的解，也是方程 $y=\dfrac{8}{3}x-1$ 的解吗？

53. 当 $a=2$ 时，方程组 $\begin{cases}ax+y=1,\\2x+y=2\end{cases}$ 的解如何？

当 $a\neq 2$ 时，方程组的解又如何呢？

解下列方程组(54～57)

54. (1) $\begin{cases}\dfrac{x}{72}+\dfrac{y}{96}=2,\\[2ex]\dfrac{x}{72}-\dfrac{y}{96}=1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}\dfrac{x+y}{6}+\dfrac{x-y}{10}=3,\\[2ex]\dfrac{x+y}{6}-\dfrac{x-y}{10}=-1.\end{cases}$

〔注意〕 在解方程组时，应根据已知方程组的特点先化简方程两边的代数式，或设辅助未知数，转换方程组，然后用“代入法”或“加减法”求解．如 54.(1) 题就可引入辅助未知数，令 $\dfrac{x}{72}=x'$，$\dfrac{y}{96}=y'$，及新的方程组 $\begin{cases}x'+y'=2,\\x'-y'=1,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}x'=\dfrac{3}{2},\\[2ex]y'=\dfrac{1}{2},\end{cases}$ 还