



各版本适用

立足中考大纲 探究知识内涵
解读竞赛真题 揭示思维规律
点击中考难题 登上名校殿堂

↑ 第2版

中考·竞赛对接训练

初中
数学

3



主编 蔡 晔



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中考·竞赛对接训练

初中数学 3

第2版

主 编	蔡 晔			
副主编	李 丽			
编 者	李 强	闫树茂	陈晓钟	杨鹏宇
	薛志虎	封 华	马金峰	王 娜
	李学镇	樊 云	钟 旭	陈 虹
	卢建涛	刘跃先		



机械工业出版社

本系列书与“中考·竞赛对接辅导”系列配套使用。全书以新课标人教版教材知识体系为主线,兼顾其他版本教材的知识体系,将整个初中阶段的内容按知识模块进行编排。每一章节都包含 A、B、C 三组习题,分别为涉及本节重点知识的基础题、与本节内容相关的近几年各地具有代表性的中考真题或模拟题、与本节内容相关的近几年各地具有代表性的竞赛真题或模拟题。本书既可用于学生同步巩固训练,也适用于中考第一轮复习后的自评测试。

图书在版编目(CIP)数据

中考·竞赛对接训练. 初中数学 3/蔡晔主编. —2版.
—北京:机械工业出版社,2011.3(2012.3重印)
ISBN 978-7-111-33493-4
I. ①中… II. ①蔡… III. ①数学课—初中—习题—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 025902 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)
策划编辑:马文涛 胡 明 责任编辑:马文涛 昔玉花
责任印制:李 妍
唐山丰电印务有限公司印刷
2012 年 3 月第 2 版第 3 次印刷
210mm×285mm·11.25 印张·339 千字
标准书号:ISBN 978-7-111-33493-4
定价:18.50 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010)68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010)88379649

读者购书热线:(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前言

在中考中突破高分是广大学子孜孜追求的梦想!近年来,随着教育理念的不断更新,中考命题也在改革创新,中考复习也必须寻求新的对策。俗话说“计划赶不上变化”,与其追着走不如“以不变应万变”。“深挖知识,拓展思维”就是不变的制胜法宝,胜过盲目的题海战术。

“他山之石,可以攻玉”。这“他山之石”就是目前代表学科考试最前沿的各种“学科竞赛”。这些竞赛既是对学科知识的系统深挖,也是对学科思维能力的最高要求。虽然学科竞赛属于课外赛事,而且竞赛要求中有许多远远超过考试大纲的内容,但只要巧妙、有效地借鉴其中的命题思维和解题方式,就能赢取中考高分!

查阅各地历年的中考试卷和往届的竞赛试题,不难看出,很多中考难题、具有选拔性的试题都不乏竞赛题的影子,有的甚至就是竞赛题的翻版。

“中考·竞赛对接训练”系列以新课标为指导,将中考题和竞赛题中最新、最具技巧性、最能反映考试趋势的试题按学科知识点分章节设置,用竞赛中最经典的题型和解题方法,对接中考中最疑难的内容。本系列书是“中考·竞赛对接辅导”系列的配套练习,可供不同版本教材、不同地区的学生做同步练习、中考复习或竞赛辅导使用。

本书具有以下特点:

1. 习题的组合覆盖面广,同时又突出重点,避免重复和遗漏。
2. 难度分布合理,从易到难,符合复习的思维过程,大大节约复习时间。
3. 题目具有鲜明的针对性、实战性,最大限度地接近中考试题和竞赛试题的要求。
4. 新颖性。中考试题筛选近年来全国各地中考真题,可以反映出中考命题的最新发展趋势,对以后的命题方向预测有重要的参考价值。

本书使用说明:

A组题为基础中的重点题和常考题,内容涉及本章节的所有知识点,难度高于课本的内容。在掌握课本基本知识的基础上,可以使用本组题目。

B组题为各地中考真题和模拟题,使读者可以清楚地了解中考的重点,通晓中考对各知识点的要求尺度、命题思路和考查手段。

C组题为竞赛真题和创新题等,这组题可作为突破中考压轴题训练使用,也可以供准备参加竞赛的同学训练使用。

“中考·竞赛对接训练”系列面世以来,得到了广大读者的认可和喜爱。本次修订依据最新的各类竞赛和中考的新变化,更新了相关知识点的试题,对原书中的陈旧内容和代表性不突出的题目进行了必要的替换。希望本书能帮助更多的读者突破学习和考试难关,使大家取得更好的成绩!

编者

目 录

前 言	
第一章 二次根式	1
第一节 二次根式	1
第二节 二次根式的运算	3
第三节 二次根式的化简求值	5
第二章 一元二次方程	8
第一节 一元二次方程	8
第二节 根的判别式	11
第三节 根与系数的关系	14
第三章 二次函数	17
第一节 二次函数	17
第二节 实际问题与二次函数	22
第四章 锐角三角函数	29
第一节 锐角三角函数	29
第二节 解直角三角形	34
第五章 图形的旋转与中心对称	40
第六章 圆	46
第一节 圆	46
第二节 直线与圆的位置关系	50
第三节 圆与圆的位置关系	55
第四节 多边形与圆	60
第五节 弧长及扇形面积	64
第七章 相似	69
第八章 频率与概率	75
第九章 投影与视图	81
第十章 中考热点题型	87
第一节 观察归纳型	87
第二节 阅读理解型	89
第三节 创新探究型	94
第四节 设计决策型	97
第五节 图表信息型	100
参考答案	104

第一章 二次根式

第一节 二次根式

A组 基础对接题

一、选择题

- 下列式子中是二次根式的是 ()
 A. $\sqrt[3]{4}$ B. $\sqrt{(-5)^3}$
 C. $\sqrt{a}$ D. $\sqrt{|-3|}$
- 使 $\frac{\sqrt{2-x}}{x-1}$ 在实数范围内有意义的 x 的取值范围是 ()
 A. $x \leq 2$ B. $x \neq 1$
 C. $x \leq 2$ 且 $x \neq 1$ D. $x \geq 2$
- 下列命题中,正确的是 ()
 A. 若 $a > 0$, 则 $\sqrt{a^2} = a$
 B. 若 $\sqrt{a^2} = a$, 则 $a > 0$
 C. 若 a 为任意实数, 则 $\sqrt{a^2} = \pm a$
 D. 若 a 为任意实数, 则 $(\sqrt{a})^2 = \pm a$
- 当 $x \leq 2$ 时, 下列等式成立的是 ()
 A. $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$
 B. $(\sqrt{x-3})^2 = x-3$
 C. $\sqrt{(x-2)(x-3)} = \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{3-x}$
 D. $\sqrt{\frac{3-x}{2-x}} = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{2-x}}$

二、填空题

- 如果 $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$, 则 x 的取值范围是 _____.
- $\sqrt{a^2+2a+1}$ 是不是二次根式? _____ (填“是”或“否”).

三、解答题

7. 化简:

$$(1) \sqrt{(2-\sqrt{5})^2};$$

$$(2) \sqrt{(a-3)^2}.$$

- 已知实数 a 满足 $|2007-a| + \sqrt{a-2008} = a$, 求 $a - 2007^2$ 的值.

- 若 x, y 为实数, 且 $y = \sqrt{\frac{2x+1}{3-4x}} + \sqrt{\frac{2x+1}{4x-3}} + 1$, 求 $x+xy+x^2y$ 的值.

- 阅读以下演算过程, 指出其中的错误及其原因:
 等式 $4-10=9-15$ 显然是成立的, 两边都加上 $\frac{25}{4}$ 得 $4-10+\frac{25}{4}=9-15+\frac{25}{4}$, ①



配方,得 $2^2 - 2 \times 2 \times \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times$

$$\frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2, \quad (2)$$

$$\text{即 } \left(2 - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(3 - \frac{5}{2}\right)^2, \quad (3)$$

$$\text{等式两边同时开方,得 } 2 - \frac{5}{2} = 3 - \frac{5}{2}, \quad (4)$$

$$\text{即 } 2 = 3. \quad (5)$$

B组 中考对接题

一、选择题

- (2010·自贡)若式子 $\sqrt{x+5}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值范围是 ()
A. $x < -5$ B. $x > -5$
C. $x \neq -5$ D. $x \geq -5$
- (2010·自贡)已知 n 是一个正整数, $\sqrt{135n}$ 是整数,则 n 的最小值是 ()
A. 3 B. 5
C. 15 D. 25
- (2009·荆门)若 $\sqrt{x-1} - \sqrt{1-x} = (x+y)^2$, 则 $x-y$ 的值为 ()
A. -1 B. 1
C. 2 D. 3
- (2007·上海)在下列二次根式中,与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{2a}$

B. $\sqrt{3a^2}$

C. $\sqrt{a^3}$

D. $\sqrt{a^4}$

5. (2006·镇江)若 $ab < 0$, 则代数式 $\sqrt{a^2b}$ 可化简为 ()

A. $a\sqrt{b}$

B. $a\sqrt{-b}$

C. $-a\sqrt{b}$

D. $-a\sqrt{-b}$

二、填空题

6. (2007·上海)函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是 _____.
7. (2006·内江)实数 P 在数轴上的位置如图 1-1 所示,化简 $\sqrt{(P-1)^2} + \sqrt{(P-2)^2} =$ _____.



图 1-1

C组 竞赛对接题

- (2010·全国初中数学联合竞赛)若实数 a, b, c 满足等式 $2\sqrt{a} + 3|b| = 6, 4\sqrt{a} - 9|b| = 6c$, 则 c 可能取的最大值为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- (2007·全国初中数学竞赛山东赛区预赛)已知 $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{2x+y} = 0$, 则 $x-y$ 的值为 ()
A. 2 B. 6
C. 2 或 -2 D. 6 或 -6
- 已知 $4\sqrt{a} + 5|b| = 7(a > 0)$, 求 $S = 2\sqrt{a} - 3|b|$ 的取值范围.

4. 若 m 适合关系式 $\sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = \sqrt{x+y-2008} \cdot \sqrt{2008-x-y}$, 试确定 m 的值.

5. 若 $x \neq 0$, 求 $\frac{\sqrt{1+x^2+x^4} - \sqrt{1+x^4}}{x}$ 的最大值.

第二节 二次根式的运算

A组 基础对接题

一、选择题

1. 下列运算中正确的是

()

A. $\sqrt{5}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{4}+\sqrt{9}=5$

C. $a\sqrt{b}+2\sqrt{b}=2a\sqrt{b}$

D. $\sqrt{x^2-y^2}=\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}=x-y$

2. 已知 $a=\frac{1}{\sqrt{3}+2}$, $b=\sqrt{3}-2$, 那么 a 与 b 的关系是

()

A. $a=b$

B. $a+b=0$

C. $ab=1$

D. $ab=-1$

3. 代数式 $5-\sqrt{x+4}$ 的值

()

A. 当 $x=0$ 时, 代数式的值最大

B. 当 $x=0$ 时, 代数式的值最小

C. 当 $x=-4$ 时, 代数式的值最大

D. 当 $x=-4$ 时, 代数式的值最小

二、填空题

4. 下列四对二次根式: ① $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$, ② $\sqrt{a}+1$ 和 $\sqrt{a}-1$,

③ $a+\sqrt{b}$ 和 $a-\sqrt{b}$, ④ $a\sqrt{b}$ 和 $b\sqrt{a}$, 其中它们的乘积能化去根号的有_____.

5. 使等式 $\sqrt{\frac{x+3}{2-x}}=\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{2-x}}$ 成立的条件是_____.

6. 计算 $3\sqrt{5}+\sqrt{125}$ =_____.

三、解答题

7. 分母有理化:

(1) $\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$;

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

8. 计算:

(1) $(3\sqrt{2a^3}-2\sqrt{a})\cdot\sqrt{a}$;

(2) $(\sqrt{a^3b}-3ab+\sqrt{ab^3})\div\sqrt{ab}$, 其中 $a>0, b>0$.

9. 化简下列各式:

(1) $\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}-\sqrt{(4-2\sqrt{5})^2}$;

(2) $\sqrt{x^4+4x^2+4}-\sqrt{x^4+6x^2+9}$.

10. (1) $\frac{1}{2}\sqrt{24}-\sqrt{\frac{1}{6}}+\frac{\sqrt{8}}{4}-\frac{3}{\sqrt{27}}$;

(2) $2\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{\frac{1}{2}}-(\sqrt{18}+\sqrt{2}-2\sqrt{\frac{1}{3}})$.

11. (1) $[(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-4\sqrt{ab}]\div(\sqrt{b}-\sqrt{a})$;

(2) $(-a\sqrt{x}-b\sqrt{y})(-b\sqrt{x}+a\sqrt{y})$.



12. 若 x, y 都是实数, 且 $y < \sqrt{3x-1} + \sqrt{1-3x} + \frac{3}{4}$, 求 $\frac{|4y-3|}{4y-3} + 3x$ 的值.

B组 中考对接题

一、选择题

1. (2010 · 湖南模拟) 已知 $a > 0$, 那么 $|\sqrt{a^2} - 2a|$ 的化简为 ()
 A. $-a$ B. a C. $-3a$ D. $3a$
2. (2009 · 潍坊) 一个自然数的算术平方根为 a , 则和这个自然数相邻的下一个自然数是 ()
 A. $a+1$ B. a^2+1
 C. $\sqrt{a^2+1}$ D. $\sqrt{a}+1$
3. (2009 · 长沙) 下列各式中, 运算正确的是 ()
 A. $a^6 \div a^3 = a^2$ B. $(a^3)^2 = a^5$
 C. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = \sqrt{2}$
4. (2009 · 安顺) 下列计算正确的是 ()
 A. $\sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$ B. $\sqrt{3} - \sqrt{2} = 1$
 C. $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{5}$ D. $2\sqrt{3} = \sqrt{6}$

二、填空题

5. (2009 · 绥化) 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{27} =$ _____.
6. (2009 · 上海) 分母有理化: $\frac{1}{\sqrt{5}} =$ _____.
7. (2009 · 南昌模拟) 若 $a > 0, b > 0, n$ 为正整数, 计算 $\sqrt{a^{2n}b^3} - (a^n b - 1)\sqrt{b}$ 的结果是 _____.
8. (2007 · 烟台) 观察下列各式:
 $\sqrt{1+\frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{2+\frac{1}{4}} = 3\sqrt{\frac{1}{4}}, \sqrt{3+\frac{1}{5}} = 4\sqrt{\frac{1}{5}}, \dots$, 请你将发现的规律用含自然数 $n (n \geq 1)$ 的等式表示出来: _____.
9. (2006 · 湘西) 已知 $x+3=\sqrt{5}$, 则 $\sqrt{x^2+6x+5} =$ _____.

三、解答题

10. (2009 · 南充) 计算: $(\pi-2009)^0 + \sqrt{12} + |\sqrt{3}-2|$.

11. 计算:

(1) $2\sqrt{3} - \sqrt{8} + \frac{1}{2}\sqrt{12} + \frac{1}{5}\sqrt{50}$;

(2) $(\sqrt{24} - \sqrt{0.5} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}) - (\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6})$;

(3) $2a\sqrt{3ab^2} - \frac{b}{6}\sqrt{27a^3} + 2ab\sqrt{\frac{3}{4}a}$, 其中 $ab > 0$;

(4) $(\sqrt{12x} - \sqrt{\frac{y}{2}} - 2\sqrt{\frac{x}{3}}) - 2(\sqrt{\frac{y}{8}} - \sqrt{18y})$.

12. 求代数式 $\frac{1}{2}x\sqrt{4x} - 6x\sqrt{\frac{x}{9}} - 2x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$ 的值, 其中 $x = \frac{1}{4}$.

C组 竞赛对接题

 1. (2008 · 全国初中数学联合竞赛) 设 $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则

$$\frac{a^5 + a^4 - 2a^3 - a^2 - a + 2}{a^3 - a} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. (2005 · 全国初中数学联赛决赛) 化简:

$$\frac{1}{4 + \sqrt{59 + 30\sqrt{2}}} + \frac{1}{3 - \sqrt{66 - 40\sqrt{2}}}$$
 的结果是

()

A. 无理数 B. 真分数

C. 奇数 D. 偶数

 3. 已知 $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{15-x^2} = 2$, 则 $\sqrt{25-x^2} + \sqrt{15-x^2}$ 的值为

()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

 4. 化简: (1) $\sqrt{a+4} - \sqrt{9-2a} + \sqrt{1-3a} + \sqrt{-a^2}$;

$$(2) ||20 + \sqrt{-(20x-3)^2}| + 20|.$$

5. (2006 · “信利杯”初中数学竞赛广西赛区) 化简:

$$\frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{2x^2-x} \div \frac{1}{x} \left(x > \frac{1}{2}\right).$$

6. 计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2007}+\sqrt{2006}}\right) (\sqrt{2007}+1).$$

第三节 二次根式的化简求值

A组 基础对接题

一、选择题

1. 下列各式中, 最简二次根式是 ()

- A. $\sqrt{4a}$ B. $\sqrt{\frac{ab}{4}}$
C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{0.7}$

 2. 若最简二次根式 $\sqrt{1+a}$ 与 $\sqrt{4-2a}$ 是同类二次根式, 则 a 的值为 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$
C. 1 D. -1

二、填空题

 3. 把 $\sqrt{27x}$ 化为最简二次根式为 _____.

 4. 当 $x=2, y=4$ 时, $\sqrt{x^2+y^2}$ 的值是 _____.

 5. 若 $\sqrt{7a^m b^n}$ 为最简二次根式, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}, n = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题

6. 化简 (字母都是正数):

$$(1) \sqrt{\frac{1}{2}xy^4};$$

$$(2) \sqrt{\frac{3a^2b}{8n^3}};$$

$$(3) \sqrt{x^4+x^2y^2};$$



$$(4) ab\sqrt{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}} (a>b).$$

7. 把下列各式化为最简二次根式.

$$(1) \sqrt{4x^4y^3+12x^6y^2} (x>0, y>0);$$

$$(2) \sqrt{25a^3+50a^2} (a>0);$$

$$(3) \sqrt{8x^3-16x^2+8x} (x>1).$$

8. 把下列各式化为最简二次根式.

$$(1) \sqrt{1\frac{5}{16}};$$

$$(2) \sqrt{\frac{4a^5b^3}{16c}} (a>0, b>0, c>0);$$

$$(3) \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} (x>y>0).$$

$$9. \text{化简: } \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a-b} - \sqrt{(b-a)^2} - |b-a|.$$

10. 先化简, 再求值.

$$(1) \frac{2}{3}x\sqrt{9x} - x^2\sqrt{\frac{1}{x^3}} + 6x\sqrt{\frac{x}{4}}, \text{ 其中 } x=25;$$

$$(2) x\sqrt{12xy^2} - \sqrt{3x^5} - y\sqrt{3xy^2} + 5x\sqrt{8x^2y},$$

其中 $x=3, y=2$.

B组 中考对接题

一、选择题

1. (2009·新疆) 若 $x=\sqrt{m}-\sqrt{n}$, $y=\sqrt{m}+\sqrt{n}$, 则 xy 的值是 ()

- A. $2\sqrt{m}$ B. $2\sqrt{n}$
C. $m+n$ D. $m-n$

2. (2009·天津) 若 x, y 为实数, 且 $|x+2|+\sqrt{y-2}=0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2009}$ 的值为 ()

- A. 1 B. -1
C. 2 D. -2

3. (2008·临安模拟) 化简 $\sqrt{(-2)^2}$ 的结果是 ()

- A. -2 B. ± 2
C. 2 D. 4

4. (2006·旅顺) 计算 $\sqrt{12}-\sqrt{3}$ 的结果是 ()

- A. 3 B. $\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

二、填空题

5. (2006·广东) 化简: $\frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}} =$ _____.

6. (2005 · 曲靖) 若最简二次根式 $\sqrt{m^2-3}$ 与 $\sqrt{5m-3}$ 是同类二次根式, 则 $m =$ _____.

三、解答题

7. (2010 · 湘潭) 先化简, 再求值: $\frac{x}{y(x+y)} - \frac{y}{x(x+y)}$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$.

8. (2007 · 烟台) 有一道题: “先化简, 再求值: $(\frac{x-3}{x+3} + \frac{6x}{x^2-9}) \div \frac{1}{x^2-9}$, 其中 $x = -\sqrt{2007}$ ”, 小亮同学做题时把 “ $x = -\sqrt{2007}$ ” 错抄成了 “ $x = \sqrt{2007}$ ”, 但他的计算结果也是正确的, 请你解释这是怎么回事.

C组 竞赛对接题

1. (2008 · 全国初中数学联合竞赛) 已知实数 x 满足 $(x - \sqrt{x^2-2008})(y - \sqrt{y^2-2008}) = 2008$, 则 $3x^2 - 2y^2 + 3x - 3y - 2007$ 的值为 ()
A. -2008 B. 2008
C. -1 D. 1
2. 已知 $m = 1 + \sqrt{2}, n = 1 - \sqrt{2}$, 且 $(7m^2 - 14m + a)(3n^2 - 6n - 7) = 8$, 则 a 的值等于 ()
A. -5 B. 5 C. -9 D. 9
3. (2005 · 全国初中数学联赛决赛) 设 $r \geq 4, a = \frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}, b = \frac{1}{\sqrt{r}} - \frac{1}{\sqrt{r+1}}, c = \frac{1}{r(\sqrt{r} + \sqrt{r+1})}$, 则下列各式一定成立的是 ()
A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
4. (2006 · 芜湖鸠江区初中数学竞赛) 若 $x + y = \sqrt{3\sqrt{7} - \sqrt{5}}, x - y = \sqrt{3\sqrt{5} - \sqrt{7}}$, 则 $xy =$ _____.

5. 已知 $x + \frac{1}{x} = 4$, 其中 $0 < x < 1$, 求 $x - \frac{1}{x}$ 的值.

6. 已知 $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}, y = \frac{1}{\sqrt{15} + \sqrt{6} - \sqrt{10} - 3}$.

(1) 求证: $x - 2y = 0$;

(2) 求 $x^2 + xy - 6y^2 - 2x + 4y - 1$ 的值.



第二章 一元二次方程

第一节 一元二次方程

A组 基础对接题

一、选择题

1. 已知方程 $2x^{a+b} - x^{a-b} - ab = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则对应 a, b 的值有 ()
A. 2 组 B. 3 组
C. 4 组 D. 5 组
2. 已知一元二次方程 $x^2 - 2x - m = 0$, 用配方法解该方程, 配方后的方程为 ()
A. $(x+1)^2 = m^2 + 1$ B. $(x-1)^2 = m - 1$
C. $(x-1)^2 = 1 - m$ D. $(x-1)^2 = m + 1$
3. 若 a 是方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的根, 则代数式 $2000a^3 + 4000a^2$ 的值为 ()
A. 2000 B. 1000
C. 3000 D. 4000
4. 关于 x 的方程 $(x+m)^2 = n$ 能用直接开平方法求解的条件是 ()
A. $m \geq 0, n \geq 0$ B. $m \geq 0, n \leq 0$
C. m 为任意数, $n \geq 0$ D. m 为任意数, $n > 0$
5. 方程 $2x(x-3) = 5(x-3)$ 的根为 ()
A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 3$
C. $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 3$ D. $x = -\frac{5}{2}$
6. 某饲料厂今年一月份生产饲料 500 t, 三月份生产饲料 720 t, 若二月份和三月份这两个月的平均月增长率为 x , 则有 ()
A. $500(1+2x) = 720$ B. $500(1+x)^2 = 720$
C. $500(1+x^2) = 720$ D. $720(1+x)^2 = 500$

二、填空题

7. 已知关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2 + (m+1)x + 3m-1 = 0$, 当 _____ 时, 它是一元一次方程; 当 _____ 时, 它是一元二次方程.

8. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$, 若 $x=1$ 是它的一个根, 则 $a+b+c =$ _____; 若 $a-b+c=0$, 则方程必有一个根是 _____.
9. 已知 $x=1$ 是一元二次方程 $(a-2)x^2 + (a^2-3)x - a+1 = 0$ 的一个根, 则 $a =$ _____.
10. 方程 $(2x-3)^2 = 169$ 的根为 _____.
11. 某个体经商户第一年以 5 万元的资金投入, 获得 8% 的利润, 第二年以 5 万元和第一年的利润投入, 获得 6500 元的利润, 则两年的平均利润率为 _____.
12. 某种传染性牛疾在牛群中传播迅猛, 平均一头牛每隔 6 小时能传染 m 头牛, 现知一养牛场有 a 头牛染有此病, 那么 12 小时后共有 _____ 头牛染上此病(用含 a, m 的代数式表示).

三、解答题

13. 已知 $y_1 = 2x^2 + 7x - 1$, $y_2 = 4x + 1$, 当 x 取何值时:
(1) y_1 与 y_2 的值互为相反数;
(2) y_1 的值比 y_2 的值大 3.
14. 解下列关于 x 的方程:
(1) $abx^2 - (a^2 - b^2)x - ab = 0 (ab \neq 0)$;
(2) $(m-1)x^2 - (m-2)x - 2m = 0$.

15. 已知 $2\alpha^2 + 2\alpha = 1$, $2\beta^2 + 2\beta = 1$, 求 $|\alpha - \beta|$ 的值.

16. 若 $4a^2 + b^2 - 8a + |c - 2| + \sqrt{d + 1} - 4b + 8 = 0$, 求 $(b^c + c^b)^{a+d}$ 的值.

17. 已知 $xy \neq 0$, 且 $3x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值.

18. 某人将 2000 元人民币按一年定期储蓄存入银行, 到期后支取 1000 元用于购物, 剩下的 1000 元钱及所得利息又全部按一年定期储蓄存入银行, 若存款的利率不变, 到期后的本金和利息共 1320 元, 求这种存款的年利率.

B组 中考对接题

一、选择题

1. (2010 · 苏州模拟) 根据下表的对应值, 判断方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 的一个解 x 的范围是 ()

x	3.23	3.24	3.25	3.26
$ax^2 + bx + c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

A. $3 < x < 3.23$

B. $3.23 < x < 3.24$

C. $3.24 < x < 3.25$

D. $3.25 < x < 3.26$

2. (2009 · 长沙) 已知关于 x 的方程 $x^2 - kx - 6 = 0$ 的一个根为 $x = 3$, 则实数 k 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

3. (2009 · 河南) 方程 $x^2 = x$ 的解是 ()

A. $x = 1$

B. $x = 0$

C. $x_1 = 1, x_2 = 0$

D. $x_1 = -1, x_2 = 0$

4. (2009 · 太原) 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时, 原方程应变形为 ()

A. $(x+1)^2 = 6$

B. $(x-1)^2 = 6$

C. $(x+2)^2 = 9$

D. $(x-2)^2 = 9$

5. (2009 · 南充) 方程 $(x-3)(x+1) = x-3$ 的解是 ()

A. $x = 0$

B. $x = 3$

C. $x = 3$ 或 $x = -1$

D. $x = 3$ 或 $x = 0$

6. (2009 · 襄樊) 为了改善居民住房条件, 我市计划

用未来两年的时间, 将城镇居民的住房面积由现在的人均约为 10 m^2 提高到 12.1 m^2 , 若每年的年增长率相同, 则年增长率为 ()

A. 9%

B. 10%

C. 11%

D. 12%

7. (2009 · 江西) 为了让江西的山更绿、水更清, 2008 年省委、省政府提出了确保到 2010 年实现全省森林覆盖率达到 63% 的目标. 已知 2008 年我省森林覆盖率为 60.05%, 设从 2008 年起我省森林覆盖率的年平均增长率为 x , 则可列方程 ()

A. $60.05(1+2x) = 63\%$

B. $60.05(1+2x) = 63$

C. $60.05(1+x) = 63\%$

D. $60.05(1+x)^2 = 63$

8. (2008 · 台湾模拟) 将一元二次方程 $x^2 - 6x - 5 = 0$ 化成 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 则 b 等于 ()

A. -4

B. 4

C. -14

D. 14

9. (2006 · 舟山) 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{x} - \frac{x}{x^2-1} +$

$2 = 0$, 如果设 $y = \frac{x^2-1}{x}$, 那么原方程可化为 ()

A. $y^2 - y + 2 = 0$

B. $y^2 + y - 2 = 0$

C. $y^2 - 2y + 1 = 0$

D. $y^2 + 2y - 1 = 0$

二、填空题

10. (2009 · 宁德) 方程 $x^2 - 4x = 0$ 的解是_____.

11. (2009 · 温州) 方程 $(x-1)^2 = 4$ 的解是_____.

12. (2007 · 兰州) 兰州市政府为解决老百姓看病难



的问题,决定下调药品的价格.某种药品经过两次降价,由每盒 72 元调至 56 元.若每次平均降价的百分率为 x ,由题意可列方程为_____.

13. (2006·大连)大连某小区准备在每两幢楼房之间开辟面积为 300 m^2 的一块长方形绿地,并且长比宽多 10 m. 设长方形绿地的宽为 $x \text{ m}$,则可列方程为_____.

三、解答题

14. (2009·义乌)解方程 $x^2 - 2x - 2 = 0$.

15. (2009·兰州)用配方法解一元二次方程: $2x^2 + 1 = 3x$.

16. (2010·湘潭)我市某经济开发区去年总产值 100 亿元,计划两年后总产值达到 121 亿元,求平均年增长率.

17. (2009·潍坊)要对一块长 60 m、宽 40 m 的矩形荒地 ABCD 进行绿化和硬化.

- (1)设计方案如图 2-1a 所示,矩形 P, Q 为两块绿地,其余为硬化路面, P, Q 两块绿地周围的硬化路面宽都相等,并使两块绿地面积的和为矩形 ABCD 面积的 $\frac{1}{4}$. 求 P, Q 两块绿地周围的硬化路面的宽.

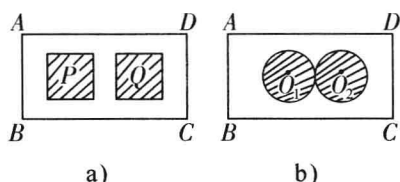


图 2-1

- (2)某同学有如下设想:设计绿化区域为相外切的两等圆,圆心分别为 O_1 和 O_2 ,且 O_1 到 AB, BC, AD 的距离与 O_2 到 CD, BC, AD 的距离

都相等,其余为硬化地面,如图 2-1b 所示. 这个设想是否成立? 若成立,求出圆的半径;若不成立,说明理由.

18. (2010·南京模拟)某农场去年种植了 10 亩地的南瓜,亩产量为 2000 kg,根据市场需要,今年该农场扩大了种植面积,并且全部种植了高产的新品种南瓜,已知南瓜种植面积的增长率是亩产量的增长率的 2 倍,今年南瓜的总产量为 60000 kg,求南瓜亩产量的增长率. (15 亩 = 1 公顷)

19. (2007·安徽)据报道,我省农作物秸秆资源丰富,但合理利用量十分有限,2006 年的利用率只有 30%,大部分秸秆被直接焚烧了,假定我省每年产出的农作物秸秆总量不变,且合理利用量的增长率相同,要使 2008 年的利用率提高到 60%,求每年的增长率. (取 $\sqrt{2} \approx 1.41$)

20. (2010·辽宁十一中模拟)如图 2-2 所示,在宽为 20 m,长为 32 m 的矩形地面上修筑同样宽的道路(图中阴影部分),余下的部分种上草坪,要使草坪的面积为 540 m^2 ,求道路的宽.
(部分参考数据: $32^2 = 1024$, $48^2 = 2304$, $52^2 = 2704$)

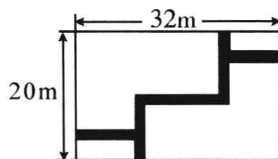


图 2-2

21. (2006·大连)已知关于 x 的方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的一个解与方程 $\frac{x+1}{x-1} = 3$ 的解相同.

- (1)求 k 的值;
(2)求方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的另一个解.

C组 竞赛对接题

- (2010·全国初中数学联合竞赛)若方程 $x^2-3x-1=0$ 的两根也是方程 $x^4+ax^2+bx+c=0$ 的根, 则 $a+b-2c$ 的值为 ()
A. -13 B. -9 C. 6 D. 0
- (2007·“数学周报杯”全国初中数学竞赛试题)已知三个关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$, $cx^2+ax+b=0$ 恰有一个公共实数根, 则 $\frac{a^2}{bc}+\frac{b^2}{ca}+\frac{c^2}{ab}$ 的值为 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- (2007·全国初中数学联合竞赛第二试)设 a 是正整数, 如果二次函数 $y=2x^2+(2a+23)x+10-7a$ 和反比例函数 $y=\frac{11-3a}{x}$ 的图像有公共整点(横坐标和纵坐标都是整数的点), 求 a 的值和对应的公共整点.
- (2007·全国初中数学竞赛山东赛区预赛)已知整数 a, b, c 使等式 $(x+a)(x+b)+c(x-10)=(x-11) \cdot (x+1)$ 对任意的 x 均成立, 求 c 的值.
- (2007·全国数学竞赛浙江赛区初赛)已知 $b-a=\frac{1}{8}$, $2a^2+a=\frac{1}{4}$, 求 $\frac{b}{a}-a$ 的值.

第二节 根的判别式

A组 基础对接题

一、选择题

- 已知一元二次方程 $ax^2+b=0$ 有实根, 则必须是 ()
A. a, b 同号或 $b=0$ 且 $a \neq 0$
B. a, b 异号或 $b=0$ 且 $a \neq 0$
C. $a > b$ 且 $a \neq 0$
D. $a < b$ 且 $a \neq 0$
- 对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$, 有下列四种条件: ① $b^2-4ac \geq 0$; ② $b^2+4ac > 0$; ③ a, c 异号; ④ $a+b+c$ 的值为零. 满足其中条件之一的方程一定有实数根的有 ()
A. 1 种 B. 2 种
C. 3 种 D. 4 种
- 已知常数 a, b, c 是三角形的三边长, 则方程 $(a-b)x^2+2cx+(a-b)=0$, $(a+b)x^2+2cx-(a-b)=0$, $cx^2+2(a-b)x+c=0$, $cx^2+2(a-b)x-$

$c=0$ 中, 一定有两个不等实数根的方程有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

二、填空题

- 不解方程, 判别方程 $16x^2+9=24x$ 根的情况是 _____.
- 若关于 x 的方程 $x^2+(2k-1)x+k^2-\frac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根, 则 $k=$ _____.
- 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边为 a, b, c , $\angle B=90^\circ$, 那么关于 x 的方程 $a(x^2-1)-2cx+b(x^2+1)=0$ 根的情况是 _____.
- 设 x_1, x_2 是方程 $3x^2-5x-6=0$ 的两根, 则代数式 $(2x_1-1)(2x_2-1)$ 的值是 _____, 代数式 $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$ 的值是 _____.

