

清晰理论基础

QING XI LI LUN JI CHU

苏发慧◎著

- 安徽建筑工业学院科技专著与统编教材出版专项经费资助
- 安徽建筑工业学院硕博基金资助项目

清晰理论基础

苏发慧 著

合肥工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

清晰理论基础/苏发慧著. —合肥:合肥工业大学出版社, 2012. 12
ISBN 978-7-5650-1144-3

I. ①清… II. ①苏… III. ①模糊数学—研究 IV. ①0159

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 318116 号

清晰理论基础

苏发慧 著

责任编辑 陈淮民

出版	合肥工业大学出版社	版次	2012年12月第1版
地址	合肥市屯溪路193号	印次	2013年2月第1次印刷
邮编	230009	开本	880毫米×1230毫米 1/32
电话	总编室:0551-62903038	印张	5.625
	市场营销部:0551-62903198	字数	135千字
网址	www.hfutpress.com.cn	印刷	安徽江淮印务有限责任公司
E-mail	hfutpress@163.com	发行	全国新华书店

作者信箱 sfh4125@aiai.edu.cn

责编信箱 chenhm30@163.com

ISBN 978-7-5650-1144-3

定价: 20.00 元

如果有影响阅读的印装质量问题,请与出版社市场营销部联系调换。

内容简介

《清晰理论基础》一书系统地总结了用来表达和处理模糊信息新的数学工具——清晰理论的研究结果,分析了模糊数学几个重要的基本概念如相等、包含、取大、取小等违反概念原理的问题,指出了普通的关系矩阵合成本身存在的问题,并对于论域 U 中的元素 u ,清晰 A 能够准确的表达 u 部分属于 A 部分不属于 A 的模糊现象给出了清晰定义。

本书分为 7 章,内容包括清晰有理数的概念,清晰有理数的定义及四则运算,模糊综合评判的错误,清晰综合评判的模型,模糊模型识别的错误,清晰贴近度的定义以及清晰有理数的应用等。

本书可作为大学本科生、研究生的教材或参考书,也可供广大科技工作者参考使用。

序

模糊信息是普遍存在的,但是用怎样的数学形式来表达和处理则是人们要考虑解决的问题。1965年模糊数学创始人 L. A. Zadeh 提出模糊集而引出的模糊数学,则是人们用来解决此问题的工具,此理论发展很快,应用遍及许多领域。

任何一门学说,都有开始、发展和逐步完善的过程,处理和表达模糊信息的模糊理论也不例外。本书看到了近些年来,一些研究人员在做模糊数学的理论研究或/和应用研究中发现的一些问题,他们在此基础上给出用来表达和处理模糊信息的新数学工具——清晰集理论。这个理论要否定模糊集的有关基本概念,建立“清晰集”,进而阐明模糊集是清晰集中的某种等价类,指出在模糊集的理论和应用研究中出现问题时应如何回到清晰集中找原因,解决问题。因此,可以说就表达和处理模糊信息来说,清晰集理论要比模糊集更有效、理论基础更踏实。这是人类在表达和处理模糊信息方法研究中的一次突破和创新。模糊集理论中的取大运算、取小运算、相等关系、包含关系的不完备性引出的问题几乎形成数学中的第四次危机,得出了莫大的谬误。例如学过模糊数学的人都知道: F 集合不满足排中律,即

$$\underline{A} \cup \underline{A}^c = X, \quad \underline{A} \cap \underline{A}^c = \varphi$$

一般不再成立。这样的谬误,人们不但不去找其产生的原因,反而认为这是模糊性的特征所致。Zadeh 的接班人王立新教授感叹道:雾茫茫,模糊理论是不是正确的前进方向?

本书作者苏发慧教授将他近几年发表的、未发表的有关清晰集理论进行了认真的总结、整合。书中除分析了模糊集理论存在的问题和提出清晰集的基本理论之外,还给出了清晰数的概念、清晰数的四则运算,这使清晰理论更加完善;书中进一步提出清晰综合评判、清晰模型识别,可使清晰理论更好地应用于各个领域。

我深信真理一定存在于不断探索中,清晰理论在后人的不断努力下,一定会成为数学的一大贡献!

吴和琴

2012 年 9 月 18 日

前 言

用来处理模糊现象的模糊理论是有缺陷的,甚至是错误的,这使严谨的数学蒙羞;2007年吴华英和吴和琴教授撰写的《清晰集及其应用》一书的出版标志着清晰理论的诞生。作者收集了近4年来清晰集的最新研究成果,进行编辑、整合使之系统化,随成一书取名《清晰理论基础》。在处理部分属于部分不属于的模糊现象时清晰理论比模糊理论更有效、更准确、理论基础更扎实,这是在表达和处理模糊信息方法研究中的突破和创新。

本书得到河北工程大学吴和琴老教授和吴华英老师的大力支持;吴老在病榻上还为本书作序,在此表示衷心的感谢!

本书是安徽建筑工业学院硕博基金资助项目、安徽建筑工业学院科技专著与教材出版专项经费资助,对于院领导、科技处领导的大力支持表示衷心感谢!

清晰理论刚刚起步,这方面的研究尚且薄弱;加之时间仓促,书中错误在所难免,诚望读者批评指教。

苏发慧

2012年8月28日

目 录

第 1 章 模糊集概念错误分析	(1)
1.1 概念原理	(1)
1.2 经典集合	(2)
1.2.1 集合及其表示	(2)
1.2.2 集合的包含	(3)
1.2.3 集合的运算	(3)
1.2.4 集合的特征函数	(4)
1.3 模糊子集及其运算	(5)
1.3.1 模糊子集的概念	(5)
1.3.2 模糊集的运算	(6)
1.4 模糊集举例	(7)
1.4.1 集合相等的完备性	(7)
1.4.2 集合包含的完备性	(8)
1.4.3 集合并运算的完备性	(11)
1.4.4 集合交运算的完备性	(12)
1.5 说集不见集,实在很稀奇	(13)
1.5.1 集合的隶属(特征)函数	(14)
1.5.2 构造性举例	(15)

第 2 章	模糊关系矩阵合成运算错误讨论	(17)
2.1	模糊矩阵与模糊关系简介	(17)
2.1.1	模糊矩阵的概念	(18)
2.1.2	模糊矩阵的运算	(19)
2.1.3	模糊关系	(19)
2.1.4	模糊集合的其他运算	(24)
2.2	模糊关系矩阵合成运算讨论	(26)
第 3 章	清晰集	(39)
3.1	模糊数学危机原因分析	(39)
3.2	清晰集的概念及运算	(41)
3.2.1	清晰集的概念	(41)
3.2.2	清晰集的运算	(44)
3.2.3	清晰集的量化	(45)
3.2.4	清晰集并、交、余的隶属函数	(47)
3.3	清晰集和模糊集的关系	(50)
3.3.1	清晰集和模糊集的关系	(50)
3.3.2	模糊集的不能	(51)
3.4	可能性测度公理 3 错误分析	(54)
3.4.1	可能性测度错误	(54)
3.4.2	可能性测度的三条公理	(56)
3.4.3	可信性测度与概率测度的 不平行性	(58)
第 4 章	清晰有理数的概念	(62)
4.1	清晰有理数的定义	(62)
4.2	清晰有理数的加法运算及性质	(67)

4.2.1	清晰有理数的加法运算	(67)
4.2.2	清晰有理数加法的运算性质	(73)
4.3	清晰有理数的减法及运算性质	(76)
4.3.1	清晰有理数的减法	(76)
4.3.2	清晰有理数减法的运算性质	(83)
4.4	清晰有理数的乘法及运算法则	(87)
4.4.1	清晰有理数的乘法	(87)
4.4.2	清晰有理数乘法的运算性质	(93)
4.5	清晰有理数的除法及运算性质	(103)
4.5.1	清晰有理数的除法	(103)
4.5.2	清晰有理数除法的运算性质	(110)
第5章	清晰综合评判	(115)
5.1	模糊综合评判错得和 $1+2=5$ 类同	(115)
5.2	清晰数的可信度、均值	(121)
5.2.1	清晰有理数可信度的概念	(121)
5.2.2	清晰有理数的均值	(123)
5.3	清晰综合评判	(132)
5.4	清晰综合评判的运算模型	(135)
5.4.1	单层清晰综合评判	(135)
5.4.2	多层清晰综合评判	(139)
第6章	清晰模型识别	(140)
6.1	模糊模型识别错得太离谱	(140)
6.2	有限经典集合的贴近度	(144)
6.3	贴近度公理化定义讨论	(145)
6.4	清晰集贴近度初论	(148)

第 7 章 清晰有理数的应用	(153)
7.1 清晰数学在机械更新决策中的应用	(153)
7.2 机械的失效概率和可靠度	(156)
7.2.1 机械的可靠度	(156)
7.2.2 机械的失效概率	(156)
7.2.3 机械系统可靠度的计算	(156)
参考文献	(165)

第 1 章

模糊集概念错误分析

Zadeh 关于模糊集概念的提出是对人类的一个大贡献。此理论应用广泛遍及众多领域,随着研究的深入,一些问题也浮出水面。例如一段时间以来就不只一个人对模糊集的包含和相等提出疑义,即对

$$\underline{\sim} A = \underline{\sim} B \Leftrightarrow \underline{\sim} A(x) = \underline{\sim} B(x),$$

$$\underline{\sim} A \subseteq \underline{\sim} B \Leftrightarrow \underline{\sim} A(x) \leq \underline{\sim} B(x),$$

产生疑义。

1.1 概念原理

数学概念实质上是性质的集合,但也不能随便凑几条性质以构成概念,必须遵守一定规律——概念原理。

概念原理包括三条规律:

第一条 概念的无矛盾性:所谓无矛盾性是指提出的概念的外延中确有其物,否则外延是一个空集,那么建立的概念将毫无意义;概念的无矛盾性是通过构造模型来证明的,此规律也叫言之有物。

第二条 概念的独立性:所谓独立性是指任何一性质都

不可以用其中的其他性质推出。独立性是通过构造其具有其他性质而不具有某一性质的模型来证明的,此规律保证概念的简炼。

第三条 概念的完备性:完备性相对于建立概念者的事先目的,建立概念者在提出概念之前,自己认为此建立的概念的外延中的每一个都应具有某性质。当建立概念之后,确能保证其每一个都具有此性质时,则说明此概念相对于此性质是完备的。此性质保证了不出现词不达意的错误。本书是要说明模糊集中的包含和相等这两个定义(概念)都不具有完备性,即产生了词不达意,应当改正。

概念的不完备性在数学领域也屡有出现,这是由于人们开始对事物了解不详或由于疏忽造成的,例如文献[2]中提到的周期函数的定义(概念)就不完备,然而上千年来人们一直沿用着这一错误的定义,造成这一领域出现一系列错误定理。

1.2 经典集合

1.2.1 集合及其表示

集合是现代数学中的一个基础概念,一些不同对象的全体称为集合,常用大写英文字母 X, Y 等表示,本文有时称集合为经典集合,这是为了区别于模糊集合等,集合内的每个对象称为集合的元素,常用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示, a 属于 A , 记为 $a \in A$; a 不属于 A , 记为 $a \notin A$ 。

不含有任何元素的集合称为空集,记为 $\emptyset$ 。

只含有限个元素的集合,称为有限集,有限集所含元素的个数称为集合的基数,包含无限个元素的集合称为无限集,以集合作为元素所组成的集合称为集合族,所谓论域是指所论及对象的全体,它也是一个集合,常用 X, Y, U, V 等表示。

1.2.2 集合的包含

集合的包含概念是集合之间的一种重要相互关系。

定义 1-1 设集合 A 和 B , 若集合 A 的每个元素都属于集合 B , 即 $x \in A \Rightarrow x \in B$, 则称 A 是 B 的子集, 记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ 。读作“ A 包含于 B 中”或“ B 包含 A ”。

显然 $A \subseteq A$ 。空集 $\emptyset$ 是任何集合 A 的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$ 。又若 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ 。

定义 1-2 设集合 A 和 B , 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称集合 A 与集合 B 相等, 记为 $A = B$ 。

定义 1-3 设有集合 U , 对于任意集合 A , 总有 $A \subseteq U$, 则称 U 为全集。

全集是个具有相对性的概念。

例如, 实数集对于整数集、有理数集而言是全集, 则整数集对于偶数集、奇数集而言是全集。

定义 1-4 设有集合 A , A 的所有子集所组成的集合称为 A 的幂集, 记为 $T(A)$,

即 $T(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$ 。

由定义 4 知, 幂集是集合族。

1.2.3 集合的运算

定义 1-5 设 $A, B \in T(X)$, 规定

$A \cup B \triangleq \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$, 称为 A 与 B 的并集;

$A \cap B \triangleq \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 称为 A 与 B 的交集;

$A^c \triangleq \{x \mid x \in \overline{A}\}$, 称为 A 的余集。

1.2.4 集合的特征函数

定义 1-6 设 $A \in T(X)$, 具有如下性质的映射 $\chi_A: X \rightarrow \{0, 1\}$ 称为集合 A 的特征函数:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A; \\ 0, & x \in \overline{A}. \end{cases}$$

由定义可知, 集合 A 由特征函数 χ_A 唯一确定, 以后总是把集合 A 与特征函数 $\chi_A(x)$ 看作是同一的。

下面是特征函数与集合之间的几个基本关系:

$$(1) A = U \Leftrightarrow \chi_A(x) \equiv 1, A = \emptyset \Leftrightarrow \chi_A(x) \equiv 0;$$

$$(2) A \subseteq B \in T(U) \Leftrightarrow \chi_A(x) \leq \chi_B(x);$$

(3) $A = B \in T(U) \Leftrightarrow \chi_A(x) = \chi_B(x)$ 。这个性质表明 U 的任一子集 A 完全由它的特征函数确定。

特征函数还满足:

$$(4) \chi_{A \cup B}(x) = \chi_A(x) \vee \chi_B(x);$$

$$(5) \chi_{A \cap B}(x) = \chi_A(x) \wedge \chi_B(x);$$

$$(6) \chi_{A^c}(x) = 1 - \chi_A(x)。$$

此处“ $\vee$ ”是上确界“sup”, “ $\wedge$ ”是下确界“inf”。

排中律成立:

$$D \cup D^c = U; \quad (D \cup D^c)(x) \equiv 1;$$

$$D \cap D^c = \varphi; \quad (D \cap D^c)(x) \equiv 0。$$

1.3 模糊子集及其运算

1.3.1 模糊子集的概念

经典集合 A 可由其特征函数 χ_A 唯一确定, 即映射 $\chi_A: X \rightarrow$

$$\{0, 1\}, x \mapsto \chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad \text{确定了 } X \text{ 上的经典子集 } A.$$

$\chi_A(x)$ 表明 x 对 A 的隶属程度, 不过仅有两种状态: 一个元素 x 要么属于 A , 要么不属于 A 。它确切地、数量化地描述了“非此即彼”现象。但现实世界中并非完全如此。比如, 在生物学发展的历史上, 曾把所有生物分为动物界与植物界两大类。牛、羊、鸡、犬划到动物界, 这是无疑的。而有一些生物, 如猪笼草、捕蝇草、茅膏菜等, 一方面能捕食昆虫, 分泌液体消化昆虫, 像动物一样; 另一方面又长有叶片, 能进行光合作用, 自制养料, 像植物一样, 并不完全是“非动物即植物”, 因此, 不能简单地一刀切, 可见在动物与植物之间存在有“中介状态”。为了描述这种“中介状态”, 需要将经典集合 A 的特征函数 $\chi_A(x)$ 的值域 $\{0, 1\}$ 推广到闭区间 $[0, 1]$ 上, 这样, 经典集合的特征函数就扩展为模糊集合的隶属函数。

定义 1-7 设 U 是论域, 称映射

$$\mu: U \rightarrow [0, 1],$$

$$x \mapsto \mu(x) \in [0, 1]$$

确定了一个 U 上的模糊子集 $\tilde{A}$, 映射 μ 称为 $\tilde{A}$ 的隶属函数, $\mu(x)$

称为 x 对 $\tilde{A}$ 的隶属程度,使 $\mu(x)=0.5$ 的点 x 称为 $\tilde{A}$ 的过度点,此时该点最具模糊性。

由定义可以看出,模糊子集 $\tilde{A}$ 是由隶属函数 μ 唯一确定的,以后总是把模糊子集 $\tilde{A}$ 与隶属函数 μ 看成是等同的,还应指出,隶属程度的思想是模糊数学的基本思想。

当 μ 的值域为 $\{0,1\}$ 时,模糊子集 $\tilde{A}$ 就是经典子集,而 μ 就是它的特征函数,可见经典子集是模糊子集的特殊情形。

U 上所有模糊子集所组成的集合称为 U 的模糊幂集,记为 $T(U)$ 。

为简便计,今后用 $\tilde{A}(x)$ 来代替 $\mu(x)$,模糊子集简称为模糊集,隶属程度简称为隶属度。

1.3.2 模糊集的运算

现将经典集合的运算推广到模糊集,由于模糊集中没有点和集之间的绝对属于关系,所以其运算的定义只能以隶属函数间的关系来确定。

定义 1-8 设 $\tilde{A}, \tilde{B} \in T(U)$, 则有

包含: $\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Leftrightarrow \tilde{A}(x) \leq \tilde{B}(x), \forall x \in U$;

相等: $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \tilde{A}(x) = \tilde{B}(x), \forall x \in U$ 。

定义 1-9 设 $\tilde{A}, \tilde{B} \in T(U)$

并: $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ 的隶属函数 $\mu(x)$ 为

$$(\tilde{A} \cup \tilde{B})(x) \triangleq \tilde{A}(x) \vee \tilde{B}(x), \forall x \in U;$$

交: $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ 的隶属函数 $\mu(x)$ 为

$$(\tilde{A} \cap \tilde{B})(x) \triangleq \tilde{A}(x) \wedge \tilde{B}(x), \forall x \in U;$$

余: $\tilde{A}'$ 的隶属函数 $\mu(x)$ 为

$$\tilde{A}'(x) \triangleq 1 - \tilde{A}(x), \forall x \in U。$$