□ 高等学校教材

高等数学（第二版）下册

主编　高军安

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

高 等 学 校 教 材

高 等 数 学

Gaodeng Shuxue

（第二版）

下 册

主编 高军安

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书是在大众化教育的新形势下，依据最新修订的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”编写而成。

在编写过程中，本书结合近年来的教学现状，秉承第一版“重视问题驱动，激活思考探索；注重数学思想，突出实际应用”的教材编写理念，着力突出以下特色：重视与中学教学内容的衔接；重视图形、表格的启迪作用；例题与习题更加贴近生活、贴近实际、贴近应用。下册的主要内容为空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数。书后附有习题答案。

本书可作为普通高等院校理工、经管类专业的高等数学教材。书中标有“*”的内容和习题可供学有余力的学生自学参考。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学．下册 / 高军安主编．— 2版．— 北京：高等教育出版社，2011.12
ISBN 978-7-04-033803-4

Ⅰ．①高… Ⅱ．①高… Ⅲ．①高等数学－高等学校－教材 Ⅳ．①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第227344号

策划编辑 王　强　　责任编辑 王　强　　封面设计 王　洋　　版式设计 马敬茹
插图绘制 黄建英　　责任校对 刘春萍　　责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 保定市中画美凯印刷有限公司
开　　本 787 mm × 960 mm　1/16
印　　张 20.75
字　　数 380千字
购书热线 010－58581118
咨询电话 400－810－0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn
版　　次 2007年6月第1版
2011年12月第2版
印　　次 2011年12月第1次印刷
定　　价 28.30元

物 料 号　33803－00

主　编　高军安

副主编　罗卫民　王香柯

编　委　李昌兴　谢淑翠

目　　录

第七章　空间解析几何与向量代数

与平面解析几何类似，空间解析几何的基本思想仍然是用代数的方法研究几何问题，它通过引入空间直角坐标系，把空间点与三元有序数组对应起来，把空间曲面和曲线与三元方程和三元方程组对应起来，使得几何目标得以代数实现，反过来，代数语言因有了几何解释而变得直观.

本章首先介绍向量及其线性运算，借此建立空间直角坐标系，给出坐标的概念，较系统地讨论向量及其运算的坐标表示. 其次，以向量和坐标为工具，着重讨论平面与空间直线的方程以及平面与直线间的位置关系，球面、旋转曲面及柱面等简单曲面的方程. 最后，用截痕法讨论二次曲面的形状. 这些内容既是独立的知识体系，又是多元微积分的基础.

第一节　向量及其线性运算

一、向量的概念

在研究力学、物理学以及其他应用科学时所遇到的量通常分为两类：一类完全由数值决定，例如，质量、温度、时间、面积、密度等，这一类量称为数量；另一类量，只知数值大小还不够，还需说明它们的方向，例如，位移、速度、加速度、力、力矩等，这一类量称为向量(矢量).

向量概念中包含两个要素——大小和方向，而几何中的有向线段正好具备这两个要素，因此很自然地，可以用有向线段来表示向量. 有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向. 以A为起点、B为终点的有向线段所表示的向量记作 $\overrightarrow{AB}$ (图7-1-1)，此时，也将 A 称为向量的起点，B 称为向量的终点. 当不需要明确向量的起点与终点时，常用黑体字母 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{x}$，$\cdots$ 来表示向量，书写时常用 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{x}$，$\cdots$ 表示向量.

图 7-1-1

向量的大小称为向量的模或长度. 向量 $\overrightarrow{AB}$，$\boldsymbol{a}$，$\vec{a}$ 的模分别记为 $|\overrightarrow{AB}|$，$|\boldsymbol{a}|$，$|\vec{a}|$. 模为 1 的向量称为单位向量. 模为 0 的向量称为零向量，记为 $\boldsymbol{0}$ 或 $\vec{0}$. 零向量的起点和终点重合，它的方向是任意的.

如果向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的模相等且方向相同，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 因此两个向量是否相等与它们的起点无关，只由它们的模和方向决定，以后所讨论的正是这种起点可以任意选取，而只由模和方向决定的向量，这样的向量通常称为自由向量. 本章提到的向量均指自由向量，也就是说，向量可以任意平行移动而仍然代表着原来的向量.

由于在几何中，我们将向量看成是一条有向线段，因此，像对待线段一样，下面说到向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行，意思就是他们所在的直线平行，并记作 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$. 类似地，我们可以说一个向量与一条直线平行或与一张平面平行等.

定义7.1.1　一组向量，若用同一起点的有向线段表示后，它们在一条直线(一张平面)上，则称这组向量共线(共面).

显然，非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共线当且仅当它们的方向相同或相反，一组向量共线当且仅当它们相互平行，一组向量共面当且仅当它们平行于同一平面.

二、向量的线性运算

1. 向量的加法

在力学中，作用于同一点的两个不共线力的合力，可以用平行四边形或三角形法则求出. 同样的方法也适用于速度、加速度的合成，由此启发我们定义向量的加法运算如下.

设有两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$. 如图7-1-2所示，任取空间一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则以 OA, OB 为邻边的平行四边形 $OACB$ 的对角线向量 $\overrightarrow{OC}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 求向量和的运算，称为向量的加法.

上述作出两向量和的方法称为向量加法的平行四边形法则，但它不适用于求两个平行向量的和. 从图7-1-2不难看出，如果将向量 $\boldsymbol{b}$ 的起点置于向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点，则由 $\boldsymbol{a}$ 的起点到 $\boldsymbol{b}$ 的终点的向量也是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，这种确定向量和的方法称为三角形法则(图7-1-3).

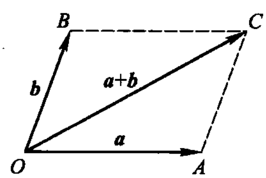

图 7-1-2

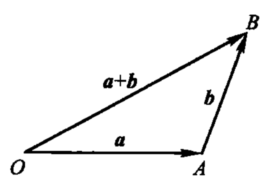

图 7-1-3

向量加法满足下列运算律：

(1) **交换律**　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$;

(2) **结合律**　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$;

(3) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$.

由于向量的加法满足交换律与结合律，所以 n 个向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ $(n \geqslant 3)$ 相加，不论它们的先后顺序与结合方式如何，它们的和总是相同的，因此可简单地写成

$$\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \boldsymbol{a}_n.$$

按向量加法的三角形法则，可得 n 个向量相加的多边形法则：让前一向量的终点作为后一向量的起点，相继作向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$，则以第一个向量的起点为起点，最后一个向量的终点为终点的向量 $\boldsymbol{a}$ 就是这 n 个向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ 的和．如图7–1–4所示，有

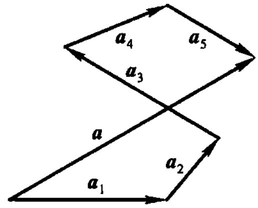

图 7–1–4

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \boldsymbol{a}_5.$$

设 $\boldsymbol{a}$ 为一向量，与 $\boldsymbol{a}$ 的模相等而方向相反的向量称为 $\boldsymbol{a}$ 的负向量，记作 $-\boldsymbol{a}$．容易知道，向量的加法还满足：

(4) $\boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{a}) = (-\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$.

利用负向量的概念，可定义向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差(记作 $\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$)如下：

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{b}).$$

求向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 差的运算称为向量的减法.

按定义，向量 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 是把向量 $-\boldsymbol{b}$ 加到向量 $\boldsymbol{a}$ 上．因为向量的加法满足交换律，所以也可以说把向量 $\boldsymbol{a}$ 加到向量 $-\boldsymbol{b}$ 上，因此按向量加法的三角形法则，$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ 就是将向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的起点置于同一点时由 $\boldsymbol{b}$ 的终点到 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量(图7–1–5)．

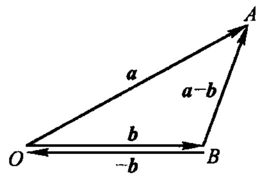

图 7–1–5

由三角形两边长度之和大于第三边长度的原理，有

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| \leqslant |\boldsymbol{a}| + |\boldsymbol{b}| \quad 及 \quad |\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| \leqslant |\boldsymbol{a}| + |\boldsymbol{b}|.$$

2. 数与向量的乘法

我们知道，位移、力、速度与加速度等都是向量，而时间、密度、质量等都是数量，这些向量与数量之间常常会发生某种运算关系．如牛顿第二定律

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a},$$

这里 $\boldsymbol{F}$ 表示力，$\boldsymbol{a}$ 表示加速度，m 表示质量．再如公式

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{v}t,$$

这里 s 表示位移，v 表示速度，t 表示时间.

定义7.1.2　实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积是一个向量，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$，它的模

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\,|\boldsymbol{a}|,$$

它的方向为当 $\lambda>0$ 时与 $\boldsymbol{a}$ 相同；当 $\lambda<0$ 时与 $\boldsymbol{a}$ 相反；当 $\lambda=0$ 时，$|\lambda\boldsymbol{a}|=0$，即 $\lambda\boldsymbol{a}$ 为零向量，这时它的方向可以是任意的. 这种运算称为数与向量的乘法，简称为数乘.

由定义知，向量 $\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 是平行的，并且，当我们把与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 方向相同的单位向量记作 $\boldsymbol{a}^\circ$ 时，有

$$\boldsymbol{a}=|\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}^\circ \quad 或 \quad \boldsymbol{a}^\circ=\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}.$$

其中上面第二个式子常简写为

$$\boldsymbol{a}^\circ=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|},$$

这表明一个非零向量乘以它的模的倒数是一个与它同方向的单位向量.

数与向量的乘法满足如下的运算律:

(1) $1\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$;

(2) **结合律**　$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$;

(3) **第一分配律**　$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$;

(4) **第二分配律**　$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$,

这里 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 为向量，λ, μ 为实数.

以上运算性质均可以由向量的加法与数乘定义来验证. 向量的加法与数乘统称为向量的线性运算.

例7.1.1　在平行四边形 $ABCD$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$. 试用 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}$ 和 $\overrightarrow{MD}$，这里 M 是平行四边形对角线的交点(图 7–1–6).

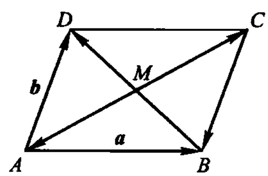

图 7–1–6

解　由于平行四边形的对角线互相平分，所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}=-2\overrightarrow{MA}$，于是

$$\overrightarrow{MA}=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}).$$

因为 $\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MA}$，所以$\overrightarrow{MC}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$. 又 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MD}$，故 $\overrightarrow{MD}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})$. 注意到 $\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MD}$，所以 $\overrightarrow{MB}=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

例7.1.2　用向量证明：连接三角形两边中点的线段平行于第三边且等于第三边的一半.

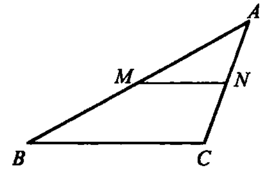

图 7-1-7

证　如图7-1-7所示，在 $\triangle ABC$ 中，M，N 分别为边 AB 与 AC 的中点. 由向量线性运算的定义及性质，得

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

所以 $\overrightarrow{MN}//\overrightarrow{BC}$，且 $|\overrightarrow{MN}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BC}|$.

由此可见，用向量可以比较简洁地证明一些几何命题.

根据向量线性运算的定义及运算律，我们有以下定理.

定理7.1.1　设向量 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{b}//\boldsymbol{a}$ 的充分必要条件是存在唯一的实数 λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

证　条件的充分性是显然的，下面仅证条件的必要性.

设 $\boldsymbol{b}//\boldsymbol{a}$. 取 $\lambda=\pm\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}$，其中当 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向时取正号，反向时取负号，则 $\boldsymbol{b}$ 与 $\lambda\boldsymbol{a}$ 同向，且

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\,|\boldsymbol{a}|=\frac{|\boldsymbol{b}|}{|\boldsymbol{a}|}\,|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|,$$

故 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

再证实数 λ 的唯一性. 设 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，且 $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}$，两式相减，得

$$(\lambda-\mu)\,\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0},$$

即 $|\lambda-\mu|\,|\boldsymbol{a}|=0$. 因 $|\boldsymbol{a}|\neq 0$，所以 $|\lambda-\mu|=0$，即 $\lambda=\mu$. ▌

定理7.1.1是建立数轴上点的坐标的理论依据. 我们知道，给定一个点、一个方向及单位长度，就可确定一条数轴. 由于一个单位向量既确定了方向，又确定了单位长度，因此，给定一个点及一个单位向量就可确定一条数轴. 取点 O 作为数轴的原点，它和单位向量 $\boldsymbol{e}$ 确定了数轴 Ox（图 7-1-8）. 对于数轴上任一点 P，对应一个向量 $\overrightarrow{OP}$，由于 $\overrightarrow{OP}//\boldsymbol{e}$，根据定理7.1.1，存在唯一的实数 x，使 $\overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}$，所以向量 $\overrightarrow{OP}$ 与实数 x 一一对应，于是有

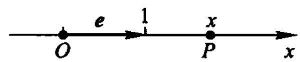

图 7-1-8

$$\text{点 } P\longleftrightarrow \text{ 向量 } \overrightarrow{OP}=x\boldsymbol{e}\longleftrightarrow \text{ 实数 } x,$$

即数轴上的点 P 与实数 x 一一对应. 据此，称 x 为数轴上点 P 的坐标.

三、向量在轴上的投影

已知空间一点 A 与一数轴 u (简称 u 轴), 过 A 作垂直于 u 轴的平面 π, 我们把平面 π 与 u 轴的交点 A' 称为点 A 在 u 轴上的投影(图7–1–9).

定义7.1.3　设点 O 及单位向量 e 确定了 u 轴, 向量 $a = \overrightarrow{AB}$, 点 A 与 B 在 u 轴上的投影分别为 A', B'(图 7–1–10). 如果 $\overrightarrow{A'B'} = \lambda e$, 则称数 λ 为向量 a 在 u轴上的投影, 记作 $\text{Prj}_u a$, 即

$$\text{Prj}_u \boldsymbol{a} = \lambda.$$

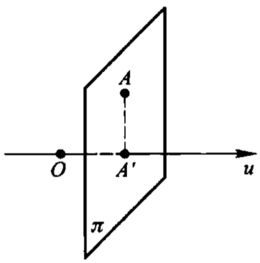

图 7–1–9

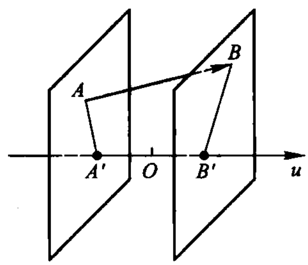

图 7–1–10

显然 $|\lambda| = |\overrightarrow{A'B'}|$, 且当$\overrightarrow{A'B'}$ 与 e 同向时 $\lambda > 0$; 当 $\overrightarrow{A'B'}$ 与 e 反向时 $\lambda < 0$; 当 $\overrightarrow{A'B'} = \mathbf{0}$ 时 $\lambda = 0$.

例7.1.3　设向量 a 的起点与终点在 u 轴上的投影分别为 A', B', 它们的坐标分别为 u_2, u_1, 求证: $\text{Prj}_u \boldsymbol{a} = u_2 - u_1$.

证　设 u 轴的原点为 O, 由坐标的定义, 得 $\overrightarrow{OA'} = u_1 \boldsymbol{e}$, $\overrightarrow{OB'} = u_2 \boldsymbol{e}$. 于是

$$\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB'} - \overrightarrow{OA'} = u_2\boldsymbol{e} - u_1\boldsymbol{e} = (u_2 - u_1)\boldsymbol{e}.$$

由向量在轴上投影的定义, 得 $\text{Prj}_u \boldsymbol{a} = u_2 - u_1$.

投影 $\text{Prj}_u \boldsymbol{a}$ 不仅与 $\boldsymbol{a}$ 的大小有关, 还与 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{e}$ 的夹角有关, 现在来规定两向量的夹角.

设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 是两个非零向量. 自空间任意一点 O 作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$ (图7–1–11), 我们把由射线 OA 与 OB 构成的不超过 π 的角$\angle AOB$, 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角, 记作 $(\widehat{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}})$ 或者 $(\widehat{\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}})$. 如果 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 中有一个为零向量, 则规定它们的夹角可在 0 与 π 之间任意取值.

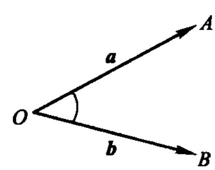

图 7–1–11

如果向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{2}$, 则称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相互垂直, 记作 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$.

类似地, 可以规定向量与数轴的夹角.

设向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 u 轴的夹角为 θ，则可以证明：

$$\mathrm{Prj}_u\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cos\theta, \tag{7.1.1}$$

即向量在轴上的投影与向量的起点无关.

向量的投影具有如下性质：

(1) $\mathrm{Prj}_u(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\mathrm{Prj}_u\boldsymbol{a}+\mathrm{Prj}_u\boldsymbol{b}$;

(2) $\mathrm{Prj}_u(\lambda\boldsymbol{a})=\lambda\mathrm{Prj}_u\boldsymbol{a}$.

习　题　7-1

1. 设 $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}, \boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 表示 $2\boldsymbol{u}-3\boldsymbol{v}$.

2. 设平面上一个四边形的对角线互相平分，试用向量证明它是平行四边形.

3. 把 $\triangle ABC$ 的边 BC 五等分，设分点依次为 D_1, D_2, D_3, D_4，再把各分点与点A连接，试用 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{D_1A}$, $\overrightarrow{D_2A}$, $\overrightarrow{D_3A}$, $\overrightarrow{D_4A}$.

4. 设 C 是线段 AB 上一点，C 到 A 与 B 的距离之比为 $1:2$, $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$, 求证: $\boldsymbol{c}=\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$.

5. 设向量 $\boldsymbol{r}$ 的模是 4，它与 u 轴的夹角是 $\dfrac{\pi}{3}$，求 $\boldsymbol{r}$ 在 u 轴上的投影.

第二节　空间直角坐标系与向量的坐标

一、空间直角坐标系

我们已经学习了平面直角坐标系，下面我们介绍空间直角坐标系.

定义7.2.1　在空间取定一点 O 与三个两两垂直的单位向量 $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$，就在空间确定了三个都以 O 为原点的两两垂直的数轴，它们构成一个空间直角坐标系(图7-2-1)，记为 $\{O;\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$. 点 O 称为坐标原点，$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ 称为基本向量，它们所在的数轴分别称为 x 轴，y 轴，z 轴，统称为坐标轴. 由 x 轴与 y 轴所确定的平面称为 xOy 面，由 y 轴与 z 轴和 z 轴与 x 轴所确定的平面，分别称为 yOz 面和 zOx 面，这三个平面统称为坐标平面.

通常把 x 轴和 y 轴配置在水平面上，而 z 轴则在铅垂线上；它们的正向通常符合右手规则，即以右手握住 z 轴，让右手的四个手指从 x 轴正向以 $\dfrac{\pi}{2}$ 角度转向 y 轴正向，这时大拇指所指的方向就是 z 轴的正向(图7-2-2).